



**UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA**  
**DEPARTAMENTO INGENIERÍA MECÁNICA**



**ANÁLISIS GLOBAL DEL COMPORTAMIENTO DE LA CARGA EN EL  
INTERIOR DE UN MOLINO ROTATORIO**

POR

**Daniela Scarleth Aguilera Retamal**

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para  
optar al título profesional de Ingeniera Civil Mecánica

Profesor Guía:  
Dr. Cristián Javier Vicuña Molina

Octubre 2024  
Concepción (Chile)

© 2024 Daniela Scarleth Aguilera Retamal

© 2024 Daniela Scarleth Aguilera Retamal

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o  
procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

## **Agradecimientos**

Agradezco a todas las personas que me acompañaron y apoyaron en mi proceso universitario. En primer lugar, a mis padres, hermanos y abuelos, quienes siempre estuvieron presentes con su cariño, apoyo incondicional. También agradezco a mis amigos, tanto a aquellos que me han acompañado desde antes como a los que conocí durante esta etapa.

Le doy gracias a los profesores del Departamento de Ingeniería Mecánica, por su disposición, dedicación y por haber contribuido al fortalecimiento de mis conocimientos y habilidades en mi formación profesional. En especial, al profesor Cristián Vicuña por su apoyo, paciencia y disposición a ayudarme durante la realización de este trabajo.

Por último, pero no menos importante, agradezco a Olivia por su compañía, su presencia ha hecho este camino mucho más llevadero y significativo.

*Esta memoria está dedicada a Olivia.*

## Resumen

En esta investigación se realizó un análisis del comportamiento de la carga en un molino rotatorio mediante la medición vibraciones en el interior del molino. Para ello, se implementó un sistema de medición con acelerómetros instalados al interior de un lifter y en el manto del molino SetupSAG. Se estudiaron diferentes condiciones operativas variando el nivel de llenado y la velocidad de rotación.

Por otra parte, se realizó una síntesis de investigaciones previas con el objetivo analizar los efectos del nivel de llenado y velocidad de rotación en el desgaste de los recubrimientos y en la eficiencia de la molienda. Donde la energía específica de impacto (ISE) y la energía específica de corte (SSE), determinan que, a mayores velocidades, los impactos se concentran principalmente en los revestimientos, aumentando así su desgaste, mientras que velocidades más bajas generan impactos predominantemente sobre la carga, reduciendo la eficacia de molienda.

Se caracterizó el sistema de medición mediante ensayos de golpes y pruebas en vacío, permitiendo identificar frecuencias naturales y determinar rangos adecuados para el análisis espectral y filtrado de las señales. Los resultados obtenidos con el sensor en el interior de un lifter en condiciones de operación con carga presentan la capacidad del sistema de medición para identificar posiciones angulares tales como el talón, hombro y punto de impacto. Por otro lado, el sensor instalado en el manto del molino no entregó señales tan claras como las obtenidas desde el interior. No obstante, al tratarse de una ubicación comúnmente utilizada en este tipo de mediciones, sus registros sirvieron como punto de referencia para las señales captadas en el interior del lifter.

**Palabras clave: Molino rotatorio, comportamiento de la carga, vibraciones.**

## Abstract

In this research, an analysis of the load behavior in a rotary mill was carried out by measuring vibrations inside the mill. For this purpose, a measurement system was implemented with accelerometers installed inside a lifter and in the SetupSAG mill mantle. Different operating conditions were studied by varying the filling level and the rotation speed.

On the other hand, a synthesis of previous research was carried out in order to analyze the effects of filling level and rotation speed on liner wear and grinding efficiency. Where the specific impact energy (ISE) and the specific shear energy (SSE), determine that, at higher speeds, the impacts are mainly concentrated on the liners, thus increasing their wear, while lower speeds generate impacts predominantly on the charge, reducing the grinding efficiency.

The measurement system was characterized through shock and no-load tests, allowing the identification of natural frequencies and the determination of suitable ranges for spectral analysis and signal filtering. The results obtained with the sensor inside a lifter under loaded operating conditions show the capacity of the measurement system to identify angular positions such as heel, shoulder and impact point. On the other hand, the sensor mounted on the mantle did not present such clear signals. However, as the position in which it is located is more usual, its measurements serve as a reference to conclude that the measurements inside are representative of the load behavior.

**Keywords: Rotary mill, load behavior, vibrations.**

## Tabla de Contenidos

|  |           |
|--|-----------|
| Tabla de Contenidos .....  | iii       |
| Lista de Tablas .....  | v         |
| Lista de Figuras .....   | vi        |
| <b>1 CAPÍTULO 1: Introducción.....</b>                             | <b>1</b>  |
| 1.1 Planteamiento del problema .....                               | 1         |
| 1.2 Estado del arte .....  | 2         |
| 1.3 Solución propuesta .....                                       | 5         |
| 1.4 Hipótesis .....  | 5         |
| 1.5 Objetivos.....   | 5         |
| 1.6 Metodología.....   | 6         |
| <b>2 CAPÍTULO 2: Marco Teórico .....</b>                           | <b>8</b>  |
| 2.1 Proceso de molienda .....                                      | 8         |
| 2.2 Molinos rotatorios.....  | 9         |
| 2.3 Movimiento de la carga en un molino rotatorio .....            | 10        |
| 2.4 Parámetros de operación.....                                   | 11        |
| 2.5 Desgaste.....  | 13        |
| 2.6 Vibraciones.....   | 13        |
| 2.7 Medición de la vibración .....                                 | 15        |
| <b>3 CAPÍTULO 3: Estudio del comportamiento de la carga .....</b>  | <b>17</b> |
| 3.1 Energía de conminución .....                                   | 18        |
| 3.2 Desgaste.....  | 20        |
| <b>4 CAPÍTULO 4: Sistema de medición.....</b>                      | <b>23</b> |
| 4.1 Sistema de medición .....                                      | 23        |
| <b>5 CAPÍTULO 5: Banco de ensayo .....</b>                         | <b>28</b> |
| 5.1 Montaje de los sensores.....                                   | 29        |
| 5.2 Aislación del sistema de medición .....                        | 31        |
| 5.3 Implementación del sistema de medición.....                    | 34        |
| <b>6 CAPÍTULO 6: Caracterización del sistema de medición .....</b> | <b>36</b> |
| 6.1 Frecuencia natural.....  | 36        |
| 6.2 Mediciones en vacío .....                                      | 37        |
| <b>7 CAPÍTULO 7: Resultados .....</b>                              | <b>45</b> |

|   |    |
|---|----|
| 7.1 Resultados sensor en el interior de un lifter ..... | 46 |
| 7.2 Resultados sensor en el manto.....                  | 57 |
| 8 CAPÍTULO 8: Conclusiones .....                        | 60 |
| Referencias .....                                       | 61 |
| 9 Anexo A: Carta Gantt.....                             | 64 |
| 10 Anexo B: Vaciado de un lifter.....                   | 65 |
| 11 Anexo D: Gráficos caída libre.....                   | 66 |

## Lista de Tablas

|  |    |
|--|----|
| Tabla 3.1: Velocidades de rotación. ....                                       | 17 |
| Tabla 3.2: Niveles de llenado. ....  | 18 |
| Tabla 4.1: Especificaciones técnicas del sensor PCB V353 B13. ....             | 24 |
| Tabla 4.2: Especificaciones técnicas del sensor PCB V353 B13. ....             | 25 |
| Tabla 5.1: Variables características del moto reductor. ....                   | 28 |
| Tabla 5.2: Resultados de pruebas preliminares para selección de aislador. .... | 33 |
| Tabla 6.1: Velocidad de rotación para pruebas en vacío. ....                   | 38 |
| Tabla 6.2: Frecuencias presentes en el sistema [cpm]. ....                     | 39 |
| Tabla 7.1: Velocidades de rotación refinadas. ....                             | 45 |
| Tabla 7.2: Frecuencias presentes en el sistema [cpm]. ....                     | 45 |

## Lista de Figuras

|   |    |
|---|----|
| Figura 2.1: Circuito de conminución de minerales [22].  | 8  |
| Figura 2.2: Estructura de un molino rotatorio y sus componentes [22].   | 9  |
| Figura 2.3: Comportamiento de la carga [23].  | 10 |
| Figura 2.4: Comportamiento de la carga a diferentes velocidades de rotación.  | 11 |
| Figura 2.5: Señal de vibración simulada.  | 14 |
| Figura 2.6: Esquema de medición de vibración.   | 15 |
| Figura 3.1: Comparación grafico ISE por sectores y posición de partículas, para el nivel de llenado 9 y velocidad de rotación de 85% [35].  | 19 |
| Figura 3.2: a) Efecto de la velocidad de rotación en la distribución de la tasa de desgaste estimada a partir del modelo SIEM, b) Efecto del nivel de llenado en la distribución de la tasa de desgaste estimada a partir del modelo SIEM [37]. | 22 |
| Figura 3.3: Vista perpendicular lifter desgastado por Rocky DEM [39].   | 22 |
| Figura 4.1: Acelerómetro PCB V353 B13.  | 24 |
| Figura 4.2: Acelerómetro 603C01 ICP.  | 24 |
| Figura 4.3: Sensor de velocidad MP-37CA.  | 25 |
| Figura 4.4: Sistema de adquisición de datos. a) Tarjeta A/D NI 9234, b) Chasis DAQ NI 9191.   | 26 |
| Figura 4.5: Esquema del sistema de medición.  | 27 |
| Figura 5.1: Banco de ensayo SetupSAG [38].  | 28 |
| Figura 5.2: Geometría de un lifter. a) Lifter mitad apriete, b) Lifter mitad encaje, c) Vista lateral del lifter completo.  | 29 |
| Figura 5.3: Vaciado de un lifter. a) Vista isométrica derecha, b) Vista isométrica izquierda, c) Vista inferior. [42]   | 30 |
| Figura 5.4: Protección del sistema de medición. a) Base de soporte, b) Base para el sensor, c) Base aisladores A y B, d) Base aisladores C y D.   | 31 |
| Figura 5.5: Diseño sistema de protección y aislación para el sensor. a) Ensamblaje del diseño del sistema de protección, b) Montaje del sistema de protección en el interior de un lifter.  | 31 |
| Figura 5.6: Aisladores del sistema de medición. a) Aislador A, b) Aislador B, c) Aislador C, d) Aislador D  | 32 |
| Figura 5.7: Prueba preliminar para la selección de aisladores.  | 32 |
| Figura 5.8: Pulso de referencia para el sensor magnético. a) Diseño de soporte para imán, b) Implementación de soporte en el molino.  | 33 |
| Figura 5.9: Implementación del sistema de medición.   | 34 |
| Figura 5.10: Implementación del sistema de medición al interior de un lifter en el banco de ensayo. a) Sistema de medición implementado en un lifter, b) Lifter montado en el molino.   | 35 |
| Figura 5.11: Implementación del sistema de medición en el molino.   | 35 |
| Figura 6.1: Ensayo de golpe y su espectro para diferentes posiciones. a) 0°, b) 90°, c)180°, d)270°.  | 37 |
| Figura 6.2: Rotación del molino sin carga. a) N4, b) N9.  | 39 |
| Figura 6.3: Espectro de SAI y SAM. a) N4, b) N9.  | 40 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 6.4 Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – N4. a) Filtro pasa banda 5000 - 16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000 - 72000 [cpm].....  | 41 |
| Figura 6.5: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – N9. a) Filtro pasa banda 5000 - 16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000 - 72000 [cpm].....   | 42 |
| Figura 6.6: Comparación entre las envolventes de la señal original, con filtro 5000 - 16000 [cpm] y con filtro 55000 - 72000 [cpm]. a) N4, b) N9. ....   | 43 |
| Figura 6.7: Señal original SAM y filtrada entre banda 600 - 350000 [cpm]. a) N4, b) N9. ....   | 44 |
| Figura 6.8: Comparación entre las envolventes de la señal SAM original y con filtro 600 -350000 [cpm]. a) N4, b) N9. ....  | 44 |
| Figura 7.1: Rotación del molino para diferentes condiciones de operación. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9.....  | 46 |
| Figura 7.2: Espectro SAI para diferentes condiciones de operación. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9. ....  | 47 |
| Figura 7.3: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N4. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm]. ....  | 48 |
| Figura 7.4: Comparación entre el promedio las envolventes de la señal original, con filtro en el rango de 5000-16000 [cpm], 55000-72000 [cpm] y 250000-500000[cpm]. a) J1N4, b) Sin carga N4, c) J1N4 zona de la carga, d) Comportamiento de la carga en el interior del molino para J1N4. ....                            | 50 |
| Figura 7.5: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N5D. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm]. ....   | 51 |
| Figura 7.6: a) Comparación entre el promedio las envolventes de la señal original, con filtro en el rango de 5000-16000 [cpm], 55000-72000 [cpm] y 250000-500000[cpm] a) J1N5D , b) J1N5D zona de la carga, c) Frecuencia de paso de los lifters, d) Comportamiento de la carga en el interior del molino para J1N5D. .... | 52 |
| Figura 7.7: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N6D. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm]. ....   | 53 |
| Figura 7.8: a) Comparación entre el promedio las envolventes de la señal original, con filtro en el rango de 5000-16000 [cpm], 55000-72000 [cpm] y 250000-500000[cpm] a) J1N6D , b) J1N6D zona de la carga, c) Frecuencia de paso de los lifters, d) Comportamiento de la carga en el interior del molino para J1N6D. .... | 54 |
| Figura 7.9: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N9. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm]. ....  | 56 |
| Figura 7.10: Figura 7.11: Comparación entre las envolventes de la señal original, con filtro en el rango de 5000-16000 [cpm], 55000-72000 [cpm] y 250000-500000 [cpm]. a) J1N9, b) Sin carga N9, c) J1N9 zona de la carga d) Comportamiento de la carga en el interior del molino para J1N9. ....                          | 57 |
| Figura 7.12: Espectro SAM para diferentes condiciones de operación. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9. ....   | 58 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 7.13: Señal SAM junto con la envolvente y su promedio. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9. .... | 59 |
| Figura 9.1: Carta Gantt.....   | 64 |
| Figura 10.1: Planos de un lifter con vaciado.....  | 65 |
| Figura 11.1 : Pruebas preliminares para la selección de aislador.....                                    | 67 |

# CAPÍTULO 1: Introducción

## 1.1 Planteamiento del problema

En la industria minera, la reducción del tamaño del mineral, proceso conocido como conminución, es una etapa fundamental en su procesamiento. Este proceso se basa en dos principios esenciales: la fractura, que provoca la ruptura del material, y la abrasión, que causa su desgaste por fricción. La conminución se realiza a través de varias etapas, como la tronadura, chancado primario y secundario, y molienda, utilizando distintos tipos de maquinarias y procesos para lograr la reducción del tamaño del material.

En la molienda, el objetivo principal es reducir el tamaño de las partículas para liberar los minerales valiosos. Para lograr esto, se emplean diversos equipos como los molinos de bolas, los molinos semiautógenos (SAG)/ autógenos (AG) y los molinos de rodillos de alta presión (HPGR). Cada uno de estos utilizan diferentes mecanismos para lograr la reducción del tamaño del material y prepararlo para su posterior procesamiento.

Entre estos equipos, los molinos de bolas y los molinos SAG son los equipos más utilizados en la molienda de minerales. Los molinos de bolas consisten en un tambor cilíndrico que gira sobre su eje horizontalmente. En su interior, contiene liners y lifters que tienen la función de proteger la superficie contra el desgaste y transmitir energía a la carga del molino. Además, las bolas de acero u otro material, presentes en su interior, chocan entre sí y con el mineral a medida que el tambor gira, reduciendo así su tamaño. Por otra parte, los molinos SAG son similares a los molinos de bolas, pero utilizan una carga de mineral y un medio de molienda de mayor tamaño.

El molino SAG presenta un alto consumo energético y una eficiencia relativamente baja. Se estima que solo entre el 1% y el 5% de la energía eléctrica consumida durante su funcionamiento se utiliza para la molienda, mientras que la mayor parte de la energía se disipa en forma de calor y deformación elástica [1]. Esta baja eficiencia de los equipos utilizados en la conminución es un factor relevante en los altos costos operativos de las plantas concentradoras de la minería del cobre, que representan aproximadamente el 50% de los costos totales debido a su alto consumo energético [2].

En Chile, el consumo de electricidad de las plantas concentradoras en la minería del cobre ha aumentado, pasando del 42,6% del total del consumo de la energía eléctrica en el año 2001 al 53,1% en año 2021 [3]. Se estima que para el año 2032, este proceso incrementará su demanda eléctrica llegando al 65,1% del consumo total eléctrico de la planta [4]. Esta creciente demanda de energía eléctrica resalta la necesidad de mejorar la eficiencia de los equipos de conminución para reducir el consumo energético y los costos operativos, lo cual es un desafío clave para la industria minera en la actualidad.

En el contexto de producción, el desgaste de los lifters en los molinos rotatorios es la principal razón de la disminución del tiempo de operación. Maximizar la vida útil de estos componentes es fundamental para reducir los costos y tiempos de mantenimiento [5].

Además, el desgaste en los recubrimientos en un molino rotatorio afecta negativamente su rendimiento operativo. Los cambios geométricos que experimentan los liners y lifters inciden en la distribución de la carga en el interior del molino y las fuerzas que se generan sobre ella, afectando el consumo energético y la molienda [6].

La eficiencia de un molino depende de factores como la geometría de los lifters, el nivel de llenado y la velocidad de operación. Para lograr el mejor desempeño, es esencial establecer condiciones de operación que aseguren la máxima eficiencia en la conminución, al mismo tiempo que minimicen el desgaste de los liners y lifters, así como el consumo de energía.

Dado que los molinos desempeñan un papel crucial en la producción económica de la minería, la investigación en estos equipos para comprender su funcionamiento es fundamental [1]. Los molinos SAG han heredado en gran medida sus conceptos de funcionamiento de los molinos de bolas convencionales. El estudio del movimiento de la carga en un molino se divide en dos partes: la forma de la carga y su trayectoria. En condiciones normales de operación, la carga está delimitada por dos posiciones angulares: el talón y el hombro. El talón marca el inicio del levantamiento de la carga por parte de los lifters, mientras que el hombro indica el punto donde las partículas levantadas comienzan a separarse del movimiento del tambor. Por otra parte, la trayectoria de la carga se refiere al movimiento de caída libre de las partículas. El punto más alto donde las partículas impactan se conoce como punto de impacto. Al determinar estas tres posiciones angulares: el talón, el hombro y el punto de impacto, se puede caracterizar el comportamiento de la carga.

Es común considerar que los molinos SAG reducen el tamaño del mineral mayormente por impacto, mientras que los molinos de bolas lo hacen principalmente por abrasión. Esta distinción ha llevado a un diseño y operación de los molinos SAG centrados en generar una gran cantidad de impactos mediante la caída de la carga. Sin embargo, en ambos tipos de molinos la conminución ocurre por ambos mecanismos. A pesar de que existen tecnologías e investigaciones orientadas al estudio del comportamiento de la carga, sigue existiendo un grado de desconocimiento de lo que ocurre en el interior del molino. A raíz de lo anterior, surge la necesidad de una nueva instrumentación que pueda proporcionar información precisa sobre el movimiento de la carga dentro del molino.

## **1.2 Estado del arte**

Un enfoque que ha sido abordado en diversas investigaciones consiste en el uso de vibraciones para monitorear el comportamiento de la carga en el interior del molino. Estudios han demostrado que el análisis de vibraciones en molinos rotatorios, enfocado en mediciones en el manto exterior y otras partes del sistema como los descansos, pueden proporcionar información sobre el movimiento de la carga y el nivel de llenado [7]. Por otra parte, también se han utilizado otros métodos para monitorear el comportamiento de la carga, tales como el análisis del sonido y termografías.

Por otra parte, en los últimos años, la modelación DEM ha emergido como una técnica relevante para estudiar el comportamiento de la carga y el desgaste en los revestimientos de los molinos rotatorios. Su efectividad ha sido confirmada mediante investigaciones que han comparado resultados numéricos

con datos experimentales. A continuación, se describen los principales estudios en la literatura relacionados con la medición de vibraciones en molinos rotatorios y el uso de simulaciones DEM.

**[Behera et al., 2007]:** Se analizó la firma de vibración en un molino a escala de laboratorio, Las señales de vibración se captaron utilizando acelerómetros montados directamente en el eje. Se demostró que esta técnica puede correlacionarse con el movimiento de la carga y el estado de molienda. La velocidad del molino y la carga de bolas influyen en la intensidad de la vibración [8].

**[Gugel et al., 2007]:** Se realizaron investigaciones utilizando dos sensores de vibración montados en la carcasa de un molino, separados 180°, para monitorear el nivel de llenado. Se determinó que esta técnica es 2.71 veces más sensible que los indicadores de nivel de llenado basados en micrófonos tradicionales [9].

**[Su et al., 2008]:** Se instalaron dos acelerómetros en la carcasa del cojinete. Los resultados experimentales muestran que los modos de funcionamiento del molino, como sobrecarga del molino, caso estable, etc., pueden diagnosticarse mediante la interpretación adecuada de estas características de vibración [10].

**[Si et al., 2009]:** Este artículo investiga el comportamiento de la carga en un molino a escala industrial. Se instaló un micrófono y un acelerómetro para captar el ruido del molino y las señales de vibración del muñón de entrada, respectivamente. Los espectros de potencia característicos (CPS) obtenidos indicaron que la energía CPS del ruido y la vibración estiman con precisión la carga del molino [11].

**[Huang et al., 2009]:** Se propuso una nueva variable característica del nivel de llenado basada en la posición angular del punto de máxima vibración en el manto del molino. Investigaciones teóricas y experimentales establecieron que la posición angular del punto de máxima vibración en la carcasa del molino se desplaza hacia abajo a medida que aumenta el nivel de llenado [12].

**[Tang et al., 2010]:** En un molino de bolas a escala de laboratorio, se utilizaron señales de vibración del manto para estudiar la carga del molino bajo diferentes condiciones de molienda. Se observó que las características de la vibración varían con la composición de la carga y la reología de la pulpa. La investigación destacó la importancia de la correlación entre las señales de vibración y los parámetros operativos para optimizar el rendimiento del molino [13].

**[Das et al., 2011]:** Se desarrolló una herramienta de diagnóstico para estudiar la dinámica de la carga mediante la firma de la vibración, utilizando un acelerómetro triaxial de tipo piezoeléctrico montado en diferentes posiciones en un molino giratorio, para capturar señales bajo diferentes condiciones operativas. Se encontró que la respuesta a la vibración del molino depende de la ubicación del sensor, siendo la señal recogida en el manto del molino la más útil [14].

**[Mohanty et al., 2015]:** Se utilizaron sensores acelerómetros MEMS ubicados en el manto de un molino de bolas industrial para extraer características de vibración y monitorear el estado de molienda, es decir, el tamaño del mineral de cobre. Los resultados mostraron diferencias en la intensidad y frecuencia de vibración entre los extremos de alimentación y descarga. Se demostró que se puede

realizar un monitoreo efectivo del rendimiento del molino mediante la sincronización de datos de vibración y RPM [15].

**[Nayak et al., 2020]:** Se propuso un método basado en acelerómetros y redes neuronales artificiales para monitorear el nivel de llenado de un molino de bolas de laboratorio. Se utilizó un acelerómetro montado en la base de un molino de bolas. Se determinó que la FFT, combinada con ANN, puede estimar con precisión el nivel de llenado [16].

**[Dorkhah et al., 2020]:** Se correlacionaron señales de vibración, acústicas y térmicas con los parámetros de trabajo de un molino semiautógeno, como la potencia total y el caudal de agua. Se observó que la vibración y la temperatura aumentaban con la potencia, mientras que el ruido disminuía con el aumento del caudal de agua [17].

**[Cleary et al., 2008]:** En este estudio se utilizó el Método de Elementos Discretos (DEM) para modelar el comportamiento de partículas en procesos de molienda, específicamente en molinos AG y SAG. Se determinó que las modificaciones en el nivel de llenado y las distribuciones del tamaño de las bolas ayudan a redirigir la disipación de energía de colisiones con el revestimiento a colisiones roca-roca y roca-medio [18].

**[Xu et al., 2019]:** Utilizaron la modelación DEM y el modelo de desgaste SIEM para estudiar el efecto de la forma de las partículas durante las simulaciones en el desgaste de los recubrimientos de un molino industrial. Se demostró que las partículas no esféricas tienen un mayor impacto en el desgaste de los recubrimientos [19].

**[Xie et al., 2022]:** En el artículo, se combinó el modelo de energía de impacto de corte (SIEM) y el método de elementos discretos (DEM) para analizar cómo el nivel de llenado de mineral y medios afecta el consumo de energía, la energía de impacto y el desgaste en un molino SAG industrial. Se descubrió que un mayor nivel de llenado aumenta el consumo de energía y el desgaste del revestimiento, mientras que las colisiones de baja frecuencia, pero alta energía entre los medios y el revestimiento son la principal causa de desgaste y vibración del molino [20].

**[Jayasundara & Zhu, 2022]:** En este trabajo, se propone un enfoque que combina el método de elementos discretos (DEM) y un modelo de aprendizaje automático para predecir el perfil de desgaste del revestimiento de molinos de bolas. Se realizaron simulaciones DEM en una configuración experimental para analizar cómo la energía de desgaste del revestimiento se relaciona con variables como la ubicación en el revestimiento, la relación entre el tamaño de las partículas y el tamaño de la malla, y la distribución de la energía en el perfil de desgaste. Posteriormente, se desarrolló un modelo de aprendizaje automático para estimar el desgaste. La comparación entre los valores de desgaste reales y los previstos por el modelo mostró un coeficiente de correlación de aproximadamente 0,95 y una precisión del 93% en los resultados [21].

### **1.3 Solución propuesta**

La caída de la carga dentro de un molino produce fuerzas que, a su vez, generan vibraciones mecánicas en el molino. De este modo, la vibración está relacionada con el movimiento de la carga en el interior del molino [8]. En base a esto, las vibraciones surgen como una posible herramienta para determinar el comportamiento de la carga para diferentes condiciones de operación. Aunque el estado del arte muestra varias iniciativas de medir vibraciones en el exterior del molino con resultados relativamente prometedores, el interior parece ser un lugar más apropiado para realizar estas mediciones debido a que el interior del molino está en contacto con la carga y las fuerzas que ocurren dentro, lo que podría proporcionar información más precisa y detallada.

En vista de lo anterior, la solución propuesta en esta memoria de título consiste en desarrollar un método de procesamiento de señal que permita determinar el comportamiento de la carga identificando el talón, hombro y punto de impacto a partir de la medición de vibraciones en el interior del molino.

### **1.4 Hipótesis**

La hipótesis que sustenta este trabajo investigativo son las siguientes:

1. A partir de las vibraciones medidas en el interior del lifter de un molino rotatorio, es posible realizar un análisis de las características de la vibración para estimar el comportamiento de la carga, identificando posiciones angulares que delimitan la forma de la carga y su trayectoria, es decir, las posiciones del talón, hombro y punto de impacto.

### **1.5 Objetivos**

#### **1.5.1 Objetivo General**

- OG1: Realizar un análisis general del proceso de molienda en un molino rotatorio a partir del nivel de llenado, la velocidad de rotación y el desgaste en los recubrimientos.
- OG2: Desarrollar un método de procesamiento de señal que permita determinar el comportamiento de la carga identificando el talón, hombro y punto de impacto a partir de la medición de vibraciones.

#### **1.5.2 Objetivos específicos**

Los objetivos específicos de este proyecto de investigación son los siguientes:

- OE1: Analizar los efectos del nivel de llenado y velocidad de rotación en el desgaste de los recubrimientos.

- OE2: Analizar el efecto del nivel de llenado y velocidad de rotación en la eficiencia de la molienda.
- OE3: Analizar el comportamiento de la forma de la carga en función del nivel de llenado, velocidad de rotación y grado de desgaste de recubrimientos.
- OE4: Analizar vibraciones medidas en el interior de un molino a escala.

## 1.6 Metodología

La metodología para llevar a cabo el desarrollo del proyecto de investigación consiste en:

- *OE1 y OE2: Analizar los efectos del nivel de llenado y velocidad de rotación en el desgaste de los recubrimientos y la eficiencia de la molienda*

Se realizará una revisión exhaustiva de la literatura existente, que aborden los efectos del nivel de llenado y la velocidad de rotación en el desgaste de los revestimientos y la eficiencia de la molienda. Esta revisión incluirá la identificación de patrones comunes y diferencias significativas en los resultados y conclusiones de los estudios analizados. A partir de esta información, se procederá a sintetizar los estudios, destacando cómo la combinación del nivel de llenado y la velocidad de rotación influye tanto en el desgaste de los recubrimientos como en la eficiencia del proceso de molienda. Los resultados obtenidos se complementarán con análisis adicionales de las interacciones entre estas variables.

- *OE3: Analizar el comportamiento de la forma de la carga en función del nivel de llenado, velocidad de rotación y grado de desgaste de recubrimientos.*

Se llevará a cabo una revisión exhaustiva de la literatura relacionada con el comportamiento de la carga en molinos, con especial énfasis en la relación entre el nivel de llenado, la velocidad de rotación y el grado de desgaste de los recubrimientos. Se identificarán y analizarán los enfoques utilizados en estos estudios para evaluar cómo las diferentes condiciones operativas afectan la forma de la carga. Luego realizará una comparación de las conclusiones de los diversos estudios, evaluando cómo varían las observaciones en función de las condiciones de operación. Este análisis permitirá conocer cómo la forma de la carga se modifica en respuesta a variaciones en el nivel de llenado, la velocidad de rotación y el desgaste de los recubrimientos. Finalmente, se elaborarán conclusiones fundamentadas en esta revisión.

- *OE4: Analizar vibraciones medidas en el interior de un molino a escala.*

Se diseñará e implementará un sistema de medición de vibraciones dentro de un molino SAG. Para integrar los sensores, se realizarán modificaciones en el diseño del lifter, garantizando que el montaje asegure la estabilidad y protección de los sensores en el entorno operativo del molino. Para ello, se incorporará una pieza protectora con aislamiento que garantice la integridad del sistema de medición y atenúe las vibraciones, mejorando así la captura de los patrones de vibración.

Antes de la implementación, se validará el sistema mediante pruebas y simulaciones realizadas fuera del molino. Adicionalmente, se diseñará un plan de limpieza del molino que se deberá ejecutar antes de la operación y de la instalación del sistema.

Se implementará un sistema que proporcione una señal de referencia para conocer la posición angular del sistema de medición. Además, se desarrollarán algoritmos de procesamiento de señal que permitirán analizar las vibraciones y los datos recolectados serán procesados para identificar patrones de comportamiento de la carga.

La planificación de la metodología planteada anteriormente se detalla en la Carta Gantt presentada en el Anexo A.

## CAPÍTULO 2: Marco Teórico

En este capítulo se presenta el marco teórico de este trabajo de investigación. En primer lugar, se define el proceso de molienda y los equipos específicos que se utilizan en esta etapa, donde se clasifican según las características que presentan cada uno. Luego se define el comportamiento de la carga dentro de un molino SAG, identificando la forma de la carga y su trayectoria, además se mencionan dos parámetros esenciales que influyen en el comportamiento, la velocidad de rotación y el nivel de llenado. Finalmente se define un sistema de medición y procesamiento de señales, identificando sus componentes, donde en primer lugar se definen y clasifican los transductores de vibración, para luego definir el acondicionamiento de la señal y la adquisición de datos.

### 2.1 Proceso de molienda

La molienda es la última etapa del proceso de conminución de las partículas minerales; en esta etapa se reduce el tamaño de partículas mediante una combinación de mecanismos de impacto y abrasión, ya sea en seco o en suspensión en agua, para finalmente ser recuperadas en etapas posteriores.

Esta etapa está compuesta principalmente por molinos, los cuales tienen la función de reducir el tamaño del mineral, y por hidrociclones, cuyo objetivo es asegurar que el producto tenga el tamaño deseado, para la siguiente etapa del proceso. En la Figura 2.1 se puede observar un circuito de conminución de minerales.

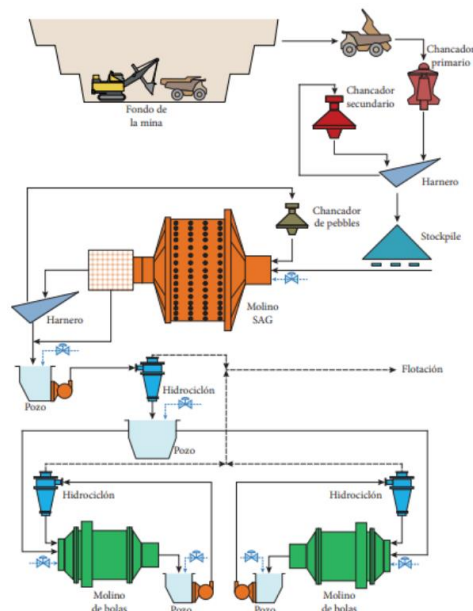


Figura 2.1: Circuito de conminución de minerales [22].

## 2.2 Molinos rotatorios

Los molinos rotatorios consisten en un tambor cilíndrico que gira horizontalmente sobre su eje. Se utilizan para reducir el tamaño del material mediante impacto y abrasión, dependiendo de las características del medio de molienda y la estructura del molino. Durante su rotación, el material se eleva por las paredes internas hasta que la gravedad lo libera, provocando una caída en forma de parábola. Esta acción genera un impacto continuo que ayuda a triturar el mineral en la parte inferior del molino. La acción combinada del medio de molienda y el material produce una reducción progresiva en el tamaño de las partículas o rocas.

A nivel estructural, el molino está compuesto por revestimientos internos conocidos como liners y lifters; los lifters tiene la función de transmitir el movimiento rotatorio del molino a la carga, mientras que los liners protegen el interior del molino de los impactos y la abrasión, ubicándose entre los espacios de los lifters. En los extremos del tambor se encuentran los muñones, que permiten la entrada y salida del material procesado, así como de los medios de molienda y el agua, según sea necesario. En la Figura 2.2 se muestra un molino rotatorio y sus componentes principales.

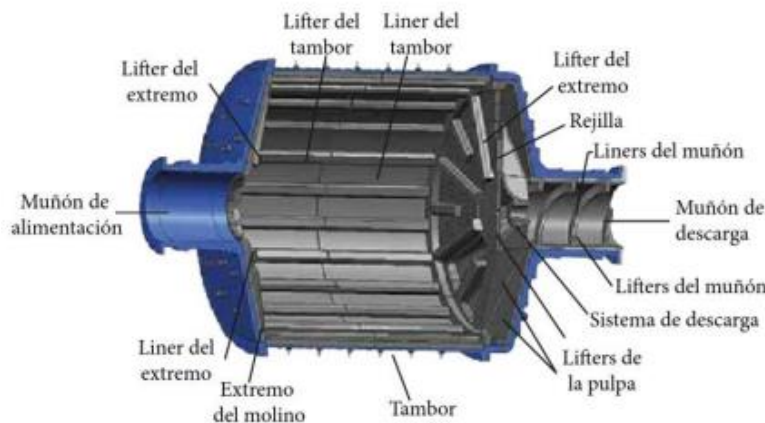


Figura 2.2: Estructura de un molino rotatorio y sus componentes [22].

Los molinos rotatorios pueden clasificarse según el tipo de molienda que utilicen. El medio de molienda se conoce como el material agregado a la carga que se introduce en el molino para mejorar la eficiencia del proceso de conminución. Existen diferentes tipos de molinos rotatorios, dentro de los que se encuentran:

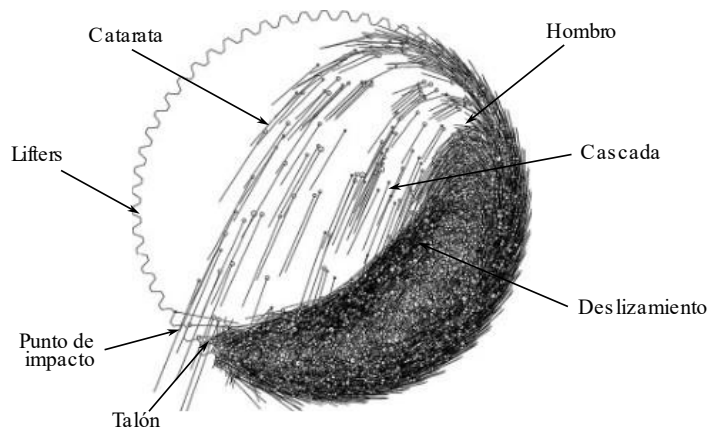
- *Molinos Autógenos (AG)*: Utiliza el propio material procesado como medio de molienda, lo cual permite la fractura de partículas a través de impactos entre ellas. Este tipo de molino es adecuado para operar después de los chancadores primarios y secundarios, aprovechando el tamaño relativamente grande de las partículas para generar suficiente energía de impacto y lograr una molienda efectiva. Además, son aptos para procesar diferentes tipos de material, ya sea en seco o en húmedo.
- *Molinos Semi-Autógenos (SAG)*: Representa un nivel más avanzado y eficiente de molienda, combinan el impacto del propio material con una proporción de bolas de acero

(aproximadamente 12% de su capacidad), incrementando la eficiencia del proceso. Estos molinos, de mayor tamaño y potencia que los molinos de bolas, permiten manejar partículas de gran tamaño (8-10 pulgadas de diámetro) y reducirlas hasta tamaños menores (12-19 mm). Reciben el material directamente del chancador primario, optimizando el proceso general de conminución en comparación con métodos clásicos que requieren de chancado terciario.

- *Molinos de Bolas:* Utilizan bolas de acero como medio de molienda y suelen operar en etapas más avanzadas de la conminución para reducir el tamaño de partículas más pequeñas. Su diseño permite refinar el material hasta dimensiones adecuadas para la siguiente etapa del proceso, como la flotación. Los molinos de bolas son de menor tamaño en comparación con los AG/SAG, lo que los hace más apropiados para material de partículas pequeñas.
- *Molinos de Barras:* Equipos que emplean barras de acero como medio de molienda, clasificados como trituradoras finas o de molienda gruesa. Su propósito es similar al de los molinos de bolas, enfocándose en reducir el tamaño de las partículas con un enfoque en obtener productos más finos que los logrados con molinos autógenos o semi-autógenos.

### 2.3 Movimiento de la carga en un molino rotatorio

La rotación del tambor proporciona al material la energía cinética y potencial necesaria para su reducción de tamaño. Por ende, durante la operación, es importante analizar la dinámica de la carga dentro del molino. En la Figura 2.3 se muestra cómo se comporta la carga al interior del molino y además se identifican zonas características.



**Figura 2.3: Comportamiento de la carga [23].**

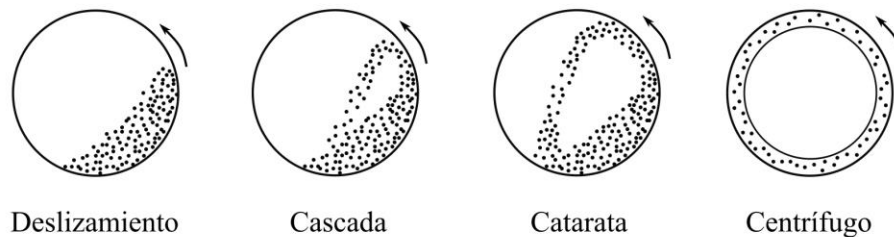
El movimiento de la carga se divide en dos partes: la forma de la carga y su trayectoria. En condiciones normales de operación, la carga adquiere una forma similar a un riñón, delimitada por dos posiciones angulares conocidas como el talón y el hombro de la carga; el talón marca el inicio del levantamiento

de la carga por parte de los lifters, mientras que el hombro indica el punto donde las partículas levantadas comienzan a separarse del movimiento del tambor.

Por otra parte, la trayectoria de la carga se refiere al movimiento de caída libre de las partículas. El punto más alto donde las partículas impactan se conoce como punto de impacto, y el resto de las partículas impacta desde ese punto hacia el centro del molino. A bajas velocidades, las partículas ruedan sobre la carga sin alcanzar caída libre, lo que se conoce como deslizamiento. En cambio, a velocidades muy altas, la fuerza centrífuga impide que las partículas caigan, lo que se denomina movimiento centrífugo. La velocidad en la que las partículas comienzan a experimentar este movimiento se conoce como velocidad crítica.

Idealmente, la velocidad de rotación del molino debe ser lo suficientemente alta para permitir que la carga experimente un movimiento de caída libre que impacte sobre el talón, lo que se conoce como movimiento de cascada. A medida que aumenta la velocidad de rotación, el punto de impacto se desplaza, lo que provoca que las partículas impacten tanto el manto del tambor como en los lifters, esto se denomina movimiento de catarata. En la Figura 2.4 se puede observar el comportamiento de la carga a medida que aumenta la velocidad de rotación.

Para caracterizar el comportamiento de las partículas durante la operación del molino, se propone monitorear las vibraciones en el manto interior del molino. Esto permitirá identificar el tipo de movimiento de la carga mediante el análisis de la señal vibratoria.



**Figura 2.4: Comportamiento de la carga a diferentes velocidades de rotación.**

## 2.4 Parámetros de operación

En un molino rotatorio, el grado de llenado y la velocidad de rotación son dos parámetros esenciales que influyen directamente en su funcionamiento, ya que permiten garantizar la eficiencia y la calidad del proceso de molienda. Una configuración adecuada es crucial para lograr los resultados deseados en la reducción del tamaño del material, lo que aumenta la productividad del proceso.

### 2.4.1 Velocidad de rotación

La velocidad de rotación del molino es un parámetro crucial tanto en el consumo energético como en su eficacia en el proceso de molienda. Esta rotación del molino sobre su eje impulsa el desplazamiento de la carga, generando abrasión e impacto entre los elementos de su interior, lo que a su vez resulta en la molienda del mineral y en el desgaste de los revestimientos.

Normalmente, la velocidad de operación se define como un porcentaje de la velocidad crítica. Esta última se define como la velocidad de rotación en la cual la primera capa de material se adhiere a los revestimientos debido al efecto centrífugo, dejando de ejercer el efecto de molienda. La denominación “crítica” se debe a que representa la menor velocidad que produce este efecto de adherencia. Esta velocidad se define mediante la siguiente fórmula:

$$N_c = \frac{42.3}{\sqrt{D_m - d_p}} \quad (2.1)$$

Donde  $D_m$  corresponde al diámetro del molino y  $d_p$  representa el diámetro de una partícula cualquiera en el interior del molino.

Debido a que esta velocidad es teórica, puede experimentar variaciones, pero siempre se considera como una referencia. En la práctica, los molinos suelen operar a velocidades que oscilan entre el 50% y el 90% de su velocidad crítica. Esta elección se ve afectada por diversos factores, como consideraciones económicas, capacidad del molino rotatorio, tamaño del mineral y trayectoria de las partículas, entre otros [24].

### 2.4.2 Nivel de llenado

El nivel de llenado en un molino rotatorio se define como el porcentaje del volumen interno ocupado por la carga, la cual incluye tanto el mineral como el medio de molienda y los espacios vacíos entre partículas. En [22] se presenta una fórmula para calcular este nivel de llenado, considerando la masa total de partículas  $M_p$ , su densidad  $\rho_p$ , el volumen interno del molino  $V_m$ , y un factor de porosidad  $\varphi$  que representa los espacios vacíos. Normalmente, el valor de este factor varía entre 0.4 y 0.5. La ecuación para el cálculo es la siguiente:

$$J = \frac{M_p / \rho_p}{V_m} \cdot \frac{1}{1 - \varphi} \quad (2.2)$$

Un nivel de llenado adecuado es esencial para un proceso de molienda eficiente. En condiciones de llenado insuficiente, se produce una pérdida significativa de energía, ya que los impactos entre el medio de molienda no contribuyen eficazmente a la fractura del material. En contraste, cuando el molino está sobrecargado, el mineral actúa como amortiguador, disminuyendo la eficiencia del proceso de fractura y afectando el rendimiento del molino. Se sugiere que un rango de llenado entre el 25% y el 40% del volumen total del molino resulta óptimo para maximizar la eficiencia del proceso de molienda [24].

## 2.5 Desgaste

El desgaste es un fenómeno de remoción constante e involuntaria de material en las capas superficiales o subsuperficiales de piezas o componentes de equipos, causado por el contacto y movimiento relativo entre superficies, partículas o fluidos. Este proceso altera la morfología de las superficies afectadas, reduciendo significativamente la vida útil de los elementos.

Los principales tipos de desgaste, clasificados según el mecanismo de remoción de material, incluyen el desgaste abrasivo, adhesivo, erosivo, por fatiga superficial y corrosivo. Sin embargo, la interacción entre estos mecanismos dificulta su identificación precisa en contextos específicos. Además, la ausencia de una teoría completa que permita predecir la cantidad de material removido bajo diversas condiciones añade complejidad al análisis de desgaste.

## 2.6 Vibraciones

El estudio de las vibraciones se refiere al movimiento oscilatorio de un cuerpo alrededor de una posición de equilibrio y, a las fuerzas asociadas a estos movimientos. Las vibraciones pueden clasificarse en dos tipos principales: vibraciones libres y vibraciones forzadas.

Las vibraciones libres ocurren cuando un sistema oscila solo bajo la acción de fuerzas inherentes al sistema mismo, es decir, en ausencia de cualquier fuerza externa aplicada. El sistema bajo vibración libre vibrará a una o más de sus frecuencias naturales que, son propiedades del sistema dinámico que dependen de su distribución de masa y de rigidez. Por otra parte, las vibraciones forzadas surgen cuando el sistema está sometido a fuerzas externas. Cuando la excitación tiene una naturaleza oscilatoria, el sistema vibra a la frecuencia de la fuerza aplicada, conocida como frecuencia de excitación [32].

### 2.6.1 Vibraciones debido a una fuerza cualquiera

Para determinar la respuesta de un sistema a una fuerza arbitraria, esta se puede descomponer en una serie de fuerzas impulsivas de diferentes magnitudes en forma secuencial. Una fuerza impulsiva se caracteriza por tener una magnitud considerablemente elevada y actuar durante un intervalo de tiempo muy pequeño. La magnitud del impulso generado por una fuerza impulsiva se define como:

$$I = \int_0^{T_0} f(t) dt \quad (2.7)$$

Cuando  $I = 1$  y el tiempo  $T_0$  tiende a cero, el impulso se conoce como impulso unitario.

Una fuerza impulsiva genera un cambio en la cantidad de movimiento del sistema en el que actúa. Este cambio puede interpretarse en términos de un sistema bajo vibraciones libres, sujeto a las siguientes condiciones iniciales:

$$x(0) = 0 \text{ y } v(0) = \frac{I}{m}$$

La respuesta de un sistema a un impulso se describe mediante la siguiente ecuación:

$$x(t) = \frac{I}{m \cdot \omega_d} e^{-\xi \omega_n t} \sin(\omega_d t)$$

Donde:  $\omega_n$  es la frecuencia natural del sistema,  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$  corresponde a la frecuencia natural amortiguada del sistema y  $\xi$  se define como el coeficiente de amortiguamiento.

En el caso del impulso unitario, la respuesta se reduce a:

$$x(t) = \frac{e^{-\xi \omega_n t}}{m \cdot \omega_d} \sin(\omega_d t) = h(t) \quad (2.8)$$

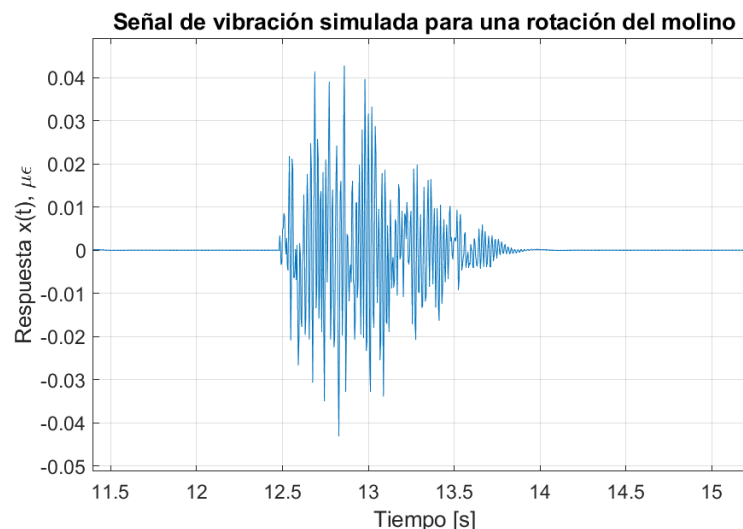
Donde  $h(t)$  se denomina la respuesta impulsional del sistema, y partir de esta función se puede obtener la respuesta del sistema a una fuerza cualquiera.

Para obtener la respuesta del sistema a una fuerza arbitraria, se escala y se desfasa la respuesta impulsional  $h(t)$  según la magnitud y posición temporal de cada impulso que compone  $f(t)$ . Aplicando el principio de superposición, la respuesta general del sistema se obtiene mediante el producto de convolución entre  $f(t)$  y  $h(t)$ :

$$x(t) = \int_0^t f(\eta) h(t - \eta) d\eta = f(t) * h(t) \quad (2.9)$$

Esta expresión representa la respuesta total del sistema bajo la acción de la fuerza arbitraria, al considerar la contribución de todos los impulsos diferenciales durante el periodo en que actúa la fuerza.

A partir de un modelo DEM validado [33] se determinaron las fuerzas ejercidas sobre un lifter. Estas fuerzas fueron transformadas en señales de vibración mediante convolución, lo cual permite estimar de forma general cómo se transmiten las vibraciones a lo largo de una rotación completa considerando un sistema de 1 G.L. La Figura 2.5 presenta las vibraciones correspondientes a una rotación completa del molino, representando la respuesta esperada en el sistema de medición propuesto.



**Figura 2.5: Señal de vibración simulada.**

El diseño del sistema de medición responde a la necesidad de registrar las señales de vibración generadas al interior del molino, con el objetivo de caracterizar las interacciones dinámicas entre la carga y los revestimientos. Inicialmente, la señal fue procesada mediante un filtro pasa alto para eliminar la componente DC, es decir, la variación de baja frecuencia asociada a la rotación del molino, que generaba una tendencia en torno al cero.

Posteriormente, se observa un aumento en la amplitud de la señal, lo que evidencia la ocurrencia de impactos de mayor magnitud. Si bien inicialmente se consideró que el sistema presentaba un solo grado de libertad, con una frecuencia natural de 3000 [cpm], el hecho de que el sensor deba instalarse en el interior del molino implica diseñar un sistema para el montaje, por lo que existe la posibilidad de que existan múltiples modos de vibrar.

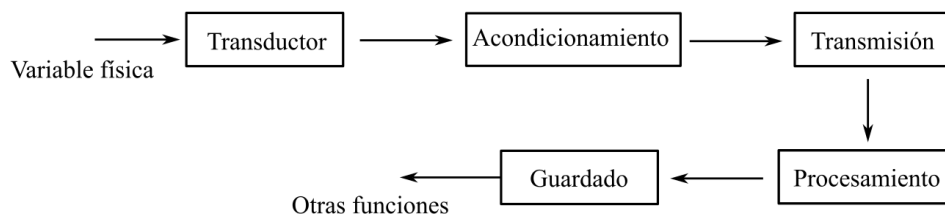
## 2.7 Medición de la vibración

Como se mencionó anteriormente, la vibración corresponde al movimiento oscilatorio de un cuerpo físico alrededor de una posición de referencia y es un fenómeno presente en todos los sistemas mecánicos. Usualmente esta vibración se expresa en términos de desplazamientos, velocidad o aceleración. El estudio de la vibración implica el análisis de los movimientos y fuerzas que surgen en sistemas mecánicos bajo condiciones dinámicas.

Un sistema típico de medición y procesamiento de señales de vibración se compone por:

- *Transductores de vibraciones*: Acelerómetros, Sondas de corriente Eddy; estos dispositivos transforman las vibraciones en señales eléctricas.
- *Sistema de acondicionamiento de señal*: Encargado de capturar diferentes señales, amplificarlos y llevarlas a niveles de tensión aceptados por el sistema de adquisición de datos.
- *Tarjeta de adquisición de datos*: Su función es digitalizar la señal, muestreando discretamente la señal analógica proveniente del acondicionamiento de la señal, y luego introducirla al computador. Allí se realiza el de procesamiento de señal para obtener toda la información que se requiere para el análisis y monitoreo de las vibraciones.

En la Figura 2.6 se puede observar un diagrama del sistema de medición de vibraciones.



**Figura 2.6:** Esquema de medición de vibración.

### **2.7.1 Transductores de vibraciones**

Un transductor o sensor es un dispositivo electrónico que capta una magnitud física de interés, tal como vibración, temperatura o presión y la convierte en una señal eléctrica analógica proporcional a la magnitud medida. Los sensores de vibración más utilizados en la industria actualmente son los de desplazamiento sin contacto y los acelerómetros.

Es importante destacar que los transductores de vibraciones son direccionales, lo que significa que solo miden aceleración en un eje. Para monitorear vibraciones en tres dimensiones, se utilizan acelerómetros triaxiales, que registran vibración proveniente de tres direcciones simultáneamente.

Al seleccionar un acelerómetro, se deben considerar los rangos de medida de estos dispositivos, el rango de frecuencia, que dependiendo del tipo de tecnología se pueden medir muy bajas frecuencias, desde 0 Hz o medir altas frecuencias alcanzando los miles de Hz. Sin embargo, la respuesta en las altas frecuencia también depende del tipo de montaje del sensor en el equipo.

Existen diferentes modelos que combinan diferentes tecnologías, entre los cuales se destacan los acelerómetros piezoeléctricos, acelerómetros piezoresistivos, acelerómetros capacitivos. Cada uno de estos tipos presenta características específicas en su principio de funcionamiento y en la naturaleza de la señal que emiten. Otra clasificación relevante de los sensores se basa en el tipo de señal que generan: analógica y digital. Los sensores analógicos producen una señal continua en el tiempo. En contraste, los sensores digitales muestrean la señal en puntos específicos, resultando en datos discretos que representan la magnitud en intervalos determinados.

### **2.7.2 Acondicionamiento de la señal**

El acondicionamiento de la señal consiste en transformar la señal eléctrica generada por los transductores para su procesamiento y digitalización. Esto implica ajustar la amplitud y el rango dinámico, y filtrar el ruido para que la señal cumpla con las especificaciones del sistema de adquisición de datos. Se utilizan circuitos de preamplificación y filtros que pueden incluir funciones de amplificación, linealización y transformación de impedancia, además de interfaces que facilitan la transmisión eficiente de la señal, tanto en formato analógico como digital.

### **2.7.3 Adquisición de datos**

La función principal de los sistemas de adquisición de datos es recolectar, digitalizar y almacenar la información proveniente de sensores para su posterior análisis. En el caso de los sensores analógicos, este proceso se basa en conversores A/D (análogo-digital) que transforman la señal continua en datos discretos. Por otra parte, el sistema debe ser robusto y versátil para manejar la diversidad de datos generados por los sensores. Esto implica consideraciones sobre tasa de muestreo, almacenamiento de datos y capacidades de preprocesamiento. Los sistemas de adquisición de datos avanzados suelen incorporar funciones como el procesamiento de datos en tiempo real y la comunicación inalámbrica.

### CAPÍTULO 3: Estudio del comportamiento de la carga

Durante los últimos años se han llevado a cabo en el banco de ensayo SetupSAG diferentes estudios con el propósito de caracterizar el comportamiento de la carga en condiciones de operación variables. Estos trabajos, si bien tienen relación, se han centrado en distintos aspectos para optimizar el rendimiento del molino, tales como la energía de conminución y el desgaste de los revestimientos, así también como en el desarrollo de modelos que permitan predecir su comportamiento, donde entre los avances recientes, destaca un modelo DEM validado.

En estos estudios, para la variación de los parámetros de operación se consideraron 10 velocidades de rotación y 10 niveles de llenado, lo que determina 100 combinaciones diferentes, de las cuales se eligen algunas combinaciones para analizar dependiendo del estudio. En el caso de la velocidad de operación se determina una velocidad crítica de 38.87 [rpm] y el rango de las velocidades de rotación utilizadas se encuentra entre el 50% y 95% de la velocidad crítica, con saltos de 5% como se presenta en la Tabla 3.1.

**Tabla 3.1: Velocidades de rotación.**

| Nomenclatura | Fracción de la velocidad crítica | Velocidad de rotación Setup SAG [rpm] | Velocidad de rotación motor eléctrico [rpm] |
|--------------|----------------------------------|---------------------------------------|---|
| $N_1$        | 50%                              | 19.437                                | 702   |
| $N_2$        | 55%                              | 21.381                                | 772   |
| $N_3$        | 60%                              | 23.324                                | 842   |
| $N_4$        | 65%                              | 25.268                                | 912   |
| $N_5$        | 70%                              | 27.212                                | 982   |
| $N_6$        | 75%                              | 29.156                                | 1053  |
| $N_7$        | 80%                              | 31.099                                | 1123  |
| $N_8$        | 85%                              | 33.043                                | 1193  |
| $N_9$        | 90%                              | 34.987                                | 1263  |
| $N_{10}$     | 95%                              | 36.930                                | 1333  |

Por otra parte, los valores para el nivel de llenado se presentan Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Niveles de llenado.

| Nomenclatura | Porcentaje de nivel de llenado [kg] | Masa total de bolas de acero [kg] |
|--------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| $J_0$        | 0%                                  | 0                                 |
| $J_1$        | 20.0%                               | 542.9                             |
| $J_2$        | 22.5%                               | 610.8                             |
| $J_3$        | 25.0%                               | 678.7                             |
| $J_4$        | 27.5%                               | 746.5                             |
| $J_5$        | 30.0%                               | 814.4                             |
| $J_6$        | 32.5%                               | 882.3                             |
| $J_7$        | 35.0%                               | 950.1                             |
| $J_8$        | 37.5%                               | 1018.0                            |
| $J_9$        | 40.0%                               | 1086.0                            |
| $J_{10}$     | 42.5%                               | 1154.0                            |

### 3.1 Energía de conminución

El análisis del proceso de conminución se ha utilizado para mejorar la eficiencia energética en los molinos rotatorios de la industria minera. Para ello, se han desarrollado enfoques basados en el método de elementos discretos. En este contexto en [35] se aborda el problema de identificar los parámetros de operación de un molino rotatorio que faciliten una conminución más eficiente en términos energéticos para cada mecanismo de conminución.

Existen diversas clasificaciones para los mecanismos de conminución dentro de un molino rotatorio, sin embargo, la más utilizada es la postulada en [36] donde se definen dos mecanismos:

- *Fractura por impacto*: Reducción del tamaño de partícula cuando ésta colisiona con los recubrimientos del molino.
- *Abrasión*: Reducción del tamaño de partículas debido a fricción entre ellas

Por esta razón, se estudian los modelos de fractura de Vogel y Peukert y el de Tavares, así como el modelo de abrasión de Archard, concluyendo que las variables físicas que determinan el desarrollo de los mecanismos de conminución son: la energía específica de impacto para la fractura (ISE) y la energía específica de corte para la abrasión (SSE). Es por esto que, [35] se enfoca en analizar la variación de estas magnitudes con respecto a la variación de condiciones de operación del molino, mediante el programa Rocky DEM, que permite obtener directamente estos valores para cada partícula en cada paso de tiempo.

#### 3.1.1 Resultados de energía específica por impacto y de corte en zonas críticas

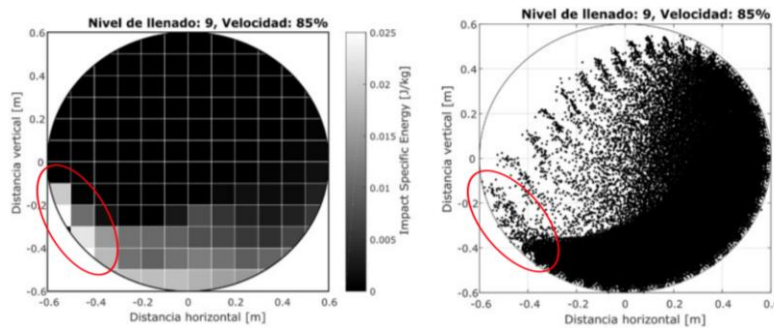
Se analizaron los resultados de la energía específica por impacto promedio para las 10 velocidades de rotación definidas anteriormente manteniendo el nivel de llenado  $J_9$ . Para este nivel de llenado, se

concluye que al operar entre el 50% y el 70% de la velocidad crítica, las mayores magnitudes de impacto se concentran en la parte inferior del molino izquierda, para un sentido de rotación antihorario. La falta de diferencias significativas entre los lados representa que los impactos ocurren principalmente sobre la carga y no sobre los recubrimientos.

A velocidades superiores al 75% de la velocidad crítica, los impactos se intensifican en la parte inferior izquierda, en respuesta a un cambio en la trayectoria de la carga, lo que incrementa los impactos sobre las partículas y los recubrimientos. Este efecto se acentúa al aproximarse al 95% de la velocidad crítica, donde se registran valores elevados en sectores específicos por el impacto con los lifters.

Estos comportamientos se repiten para cada uno de los niveles de llenado, observándose que, a medida que aumenta el nivel de llenado manteniendo una misma velocidad, los impactos significativos se desplazan hacia mayores alturas debido al volumen creciente de partículas.

En la Figura 3.1, se compara el gráfico de energía de impacto para un nivel de llenado  $J_9$  y una velocidad de rotación del 85%, junto a la distribución de partículas en un instante de tiempo en las mismas condiciones. Se observa que las zonas de impacto sobre los recubrimientos concentran las mayores energías, mientras que los impactos sobre la misma carga son de menor magnitud.



**Figura 3.1: Comparación gráfico ISE por sectores y posición de partículas, para el nivel de llenado 9 y velocidad de rotación de 85% [35].**

Por otra parte, la energía específica de corte promedio aumenta gradualmente con la velocidad de rotación. A velocidades bajas, los mayores valores de energía específica de corte se concentran en la parte inferior, desplazándose hacia la izquierda conforme incrementa la velocidad, lo cual se asocia a la variación en la trayectoria de la carga, siguiendo el mismo patrón de la ISE. Este desplazamiento genera fuerzas de contacto significativas y movimientos entre partículas en el lado izquierdo, resultando en altos valores de esta energía en esa zona. También se presenta una baja magnitud de la energía específica de corte en la parte inferior se relaciona con el limitado movimiento relativo entre partículas, un factor crítico en el cálculo de esta energía.

Al variar el nivel de llenado, pero manteniendo una velocidad constante, los patrones de energía específica de corte presentan dos cambios: la forma se traslada diagonalmente hacia la izquierda y hacia arriba, y los sectores a la izquierda muestran magnitudes cada vez mayores. Esto se debe a un aumento de partículas en la zona inferior, donde el movimiento relativo es bajo, y a un incremento de

partículas en cascada, intensificando el movimiento en el área cercana al punto de impacto respectivamente.

### **3.1.2 Resultados del análisis de variación de condiciones de operación para la energía específica de impacto y de corte**

El análisis de la energía específica de impacto y de corte bajo distintas condiciones de operación presenta comportamientos diferenciados en función de la velocidad de rotación y el nivel de llenado. Para la ISE, se observa un incremento progresivo de la magnitud conforme aumenta la velocidad de rotación, alcanzando su máximo entre el 80% y el 90% de la velocidad crítica. Este máximo se logra a menores velocidades de rotación cuando el nivel de llenado es mayor. Además, se confirma que, a igual velocidad y mayores niveles de llenado resultan en valores más elevados de ISE.

Por otra parte, la energía específica de corte aumenta de manera lineal hasta aproximadamente el 70% - 75% de la velocidad crítica; en el rango del 75% y 90%, se estabiliza, y luego muestra una leve disminución a partir del 90%. En relación con el nivel de llenado, la SSE alcanza su máximo valor entre los niveles J4 y J7 desplazándose hacia mayores niveles de llenado a medida que la velocidad de rotación aumenta.

## **3.2 Desgaste**

Como se mencionó anteriormente, los recubrimientos en los molinos rotatorios se dividen en dos tipos: lifters y liners, ambos diseñados para proteger las superficies internas del molino contra impactos. Sin embargo, ambos tipos de recubrimientos experimentan un desgaste progresivo. Este desgaste provoca cambios en la geometría de los lifters, como la disminución de su altura y el incremento de su ángulo de ataque, lo cual afecta el comportamiento de la carga, debido a la consecuente pérdida de capacidad alzadora, lo que a su vez reduce la eficiencia del proceso de molienda e incrementa de manera considerable los requerimientos de potencia del equipo.

En este contexto, en [37] se utilizó el Método de Elementos Discretos junto con los modelos de desgaste de Archard y Finnie, integrados en un algoritmo diseñado para evaluar los efectos de la velocidad de operación y del nivel de llenado sobre la geometría de los recubrimientos en el SetupSAG. Esto se hizo mediante una superficie sensora capaz de identificar las partículas que entran en contacto con los recubrimientos internos y en qué condiciones esto ocurre. De esta forma, es posible cuantificar el número de partículas, predecir la energía que es disipada en cada interacción, realizar estimaciones de desgaste y, eventualmente, identificar zonas superficiales que podría verse más afectadas por este fenómeno. Para realizar este análisis se consideraron 3 niveles de llenado (N3, N6 y N9) y 3 velocidades de rotación (J3, J6 y J9) obteniendo 9 condiciones de operación

Se determinó que las interacciones entre las partículas y el lifter ocurren predominantemente en la cara de trabajo, especialmente en su altura intermedia. Sin embargo, las áreas más afectadas por el desgaste se encuentran en las zonas superiores del lifter, donde las partículas impactan con mayor energía.

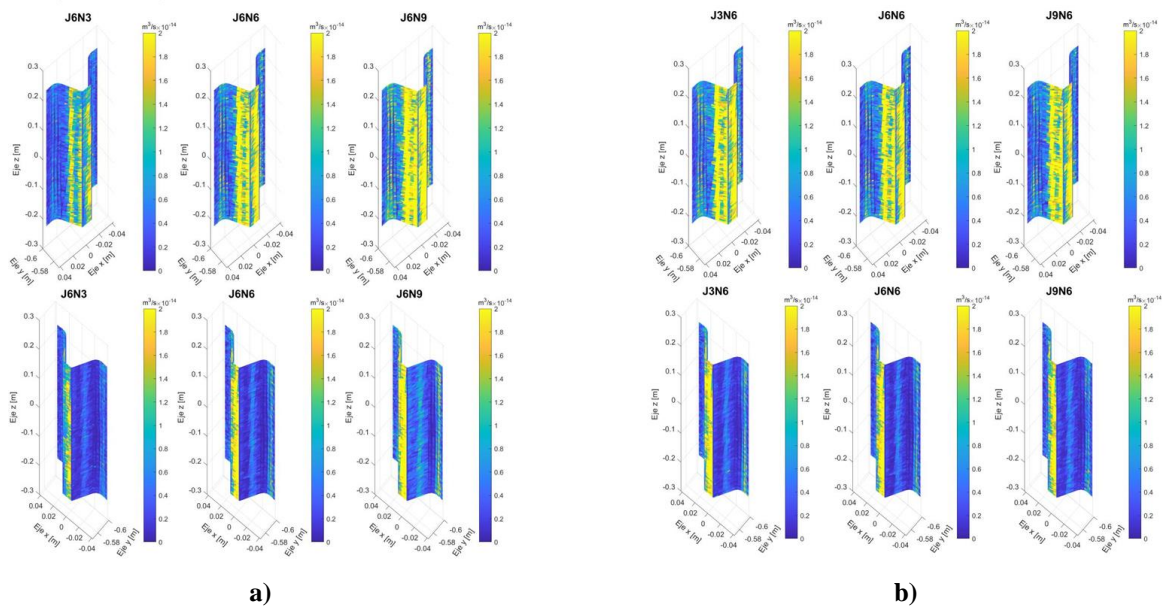
En cuanto a las condiciones de operación, tanto un incremento en el nivel de llenado como en la velocidad de operación tienen un efecto adverso sobre el desgaste. Un mayor nivel de llenado aumenta la cantidad de partículas en contacto con los lifters, mientras que una mayor velocidad incrementa la energía y la distribución de los impactos, lo que intensifica la remoción de material en las superficies.

Aunque se lograron predicciones de desgaste utilizando un modelo basado en constantes tomadas de la literatura, estas predicciones requieren validación experimental para confirmar su precisión.

Debido a la necesidad de generar un modelo validado de elementos discretos de un molino rotatorio a escala para utilizarlo en futuras investigaciones y otorgarles credibilidad a los resultados obtenidos, [33] en su investigación detalla el proceso de validación del modelo, incluyendo los modelos de contacto seleccionados, el mallado de la geometría, y los parámetros físicos ajustados para representar con precisión las interacciones entre partículas y las fuerzas generadas sobre los componentes mecánicos del molino. Este enfoque permite utilizar el uso de un modelo DEM en investigaciones posteriores con mayor confianza en la representatividad de los resultados, brindando una base para la evaluación de condiciones operativas y el análisis del desgaste.

En [38] se utiliza el modelo DEM validado, incorporando sensores virtuales para estimar el desgaste. La tasa de desgaste en estos sensores se estima mediante el acoplamiento del modelo DEM con los modelos de desgaste de Archard y SIEM, donde se realiza un estudio comparativo entre ambos. Para realizar este análisis se utilizan las 9 combinaciones de operación de [37].

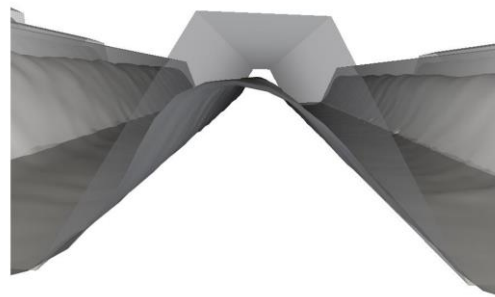
Los resultados indican que tanto el modelo SIEM como el de Archard predicen de manera similar las zonas de mayor y menor desgaste. En este análisis, se destaca que las zonas más afectadas por el desgaste son la cara de trabajo y la cara perpendicular al radio, mientras que la cara opuesta a la de trabajo presenta menor desgaste. Además, se observa que al incrementar el nivel de llenado manteniendo una velocidad de rotación baja y constante, la tasa de desgaste disminuye de manera no lineal. En contraste, a velocidades de rotación altas, se alcanza un punto de inflexión. También se identificó que, al aumentar la velocidad de rotación con un nivel de llenado constante, la tasa de desgaste presenta un crecimiento lineal. En la Figura 3.2 se presenta el efecto de la velocidad de rotación y el nivel de llenado en la distribución de la tasa de desgaste estimada a partir del modelo SIEM



**Figura 3.2:** a) Efecto de la velocidad de rotación en la distribución de la tasa de desgaste estimada a partir del modelo SIEM, b) Efecto del nivel de llenado en la distribución de la tasa de desgaste estimada a partir del modelo SIEM [37].

Por otra parte, [39] se enfocó en el análisis del desgaste de los recubrimientos de un molino rotatorio. Para ello, se desarrollaron simulaciones utilizando el software Rocky DEM, utilizando el modelo SetupSAG ya validado por [33]. El estudio se centra en las 9 definidas anteriormente.

Se obtuvo que el desgaste final solo alcanzó una reducción del 15% en la altura del lifter, ya que más allá de ese punto, la geometría colapsa con la presencia de agujeros y alargamiento extremo de nodos externos del anillo. En la Figura 3.3, se presenta una vista perpendicular al largo del lifter. En esta figura, se puede apreciar que la geometría obtenida por Rocky no disminuye hacia abajo, sino que se desgasta más en la cara derecha (cara de arrastre de material), desplazando el material hacia la izquierda. Este fenómeno no pudo ser representado en las demás geometrías. Para obtener geometrías con un alto nivel de desgaste se utilizaron herramientas externas como MeshLab y Blender. Sin embargo, no se obtuvieron resultados representativos debido a la proyección del desgaste.



**Figura 3.3:** Vista perpendicular lifter desgastado por Rocky DEM [39].

## **CAPÍTULO 4: Sistema de medición**

Existen diversas alternativas de sensores para medir vibraciones, por lo que la selección del dispositivo adecuado depende de sus características específicas. En este caso, la selección se basará en los siguientes criterios:

1. Rango de frecuencia.
2. Rango de medición.
3. Sensibilidad del sensor.
4. Consideraciones relacionadas con el montaje, espacio disponible, salida de cables, entre otros.
5. Aspectos adicionales como la temperatura de trabajo, condiciones ambientales, etc.

El montaje es un factor que se debe tener en cuenta, especialmente debido a las limitaciones de espacio dentro de un lifter. En este contexto, se selecciona un acelerómetro piezoeléctrico miniatura uniaxial para el interior del molino, mientras que para el manto del molino se opta por un acelerómetro uniaxial.

Ambos sensores utilizan tecnología ICP, la cual permite convertir la señal eléctrica de alta impedancia, proporcional la aceleración, en una señal de baja impedancia y alto nivel de voltaje, facilitando una transmisión estable sin interferencias.

La combinación de ambos sensores, instalados en diferentes posiciones, permite comparar las mediciones obtenidas en el interior y en el manto del molino, evaluando así la viabilidad de incorporar un sensor en el interior del molino para conocer el comportamiento de la carga.

### **4.1 Sistema de medición**

El sistema de medición se compone principalmente por dos acelerómetros para medir vibraciones en el interior y en el manto del molino, un sensor de velocidad tipo pickup magnético que determina una posición de referencia, y un sistema de adquisición de datos en conjunto un computador dedicado al procesamiento de los datos recolectados. A continuación, se describen en detalle cada uno de estos componentes.

#### **4.1.1 Sensor análogo PCB V353 B13**

Para el interior de un lifter se seleccionó el acelerómetro PCB V353 B13, un sensor piezoeléctrico miniatura uniaxial caracterizado por su baja sensibilidad, ideal para la medición de vibraciones de alta magnitud sin riesgo de saturación. Su amplio rango de frecuencia permite captar tanto vibraciones de baja como de alta frecuencia, mientras que su rango de medición lo hace adecuado para detectar impactos. Por otra parte, la miniaturización del dispositivo facilita su integración en el espacio reducido del lifter. En la Figura 4.1, se muestra el sensor seleccionado.



**Figura 4.1: Acelerómetro PCB V353 B13.**

En la Tabla 4.1, se presentan las especificaciones técnicas del sensor PCB V353 B15.

**Tabla 4.1: Especificaciones técnicas del sensor PCB V353 B13.**

| <b>Características</b> | <b>Magnitud</b> |
|------------------------|-----------------|
| Rango de frecuencia    | 1 a 10000 [Hz]  |
| Sensibilidad           | 5 [mV/g]        |
| Rango de medición      | $\pm 1000$ [g]  |

#### **4.1.2 Sensor análogo IMI 603C01**

Para las mediciones en el manto se optó por el acelerómetro IMI 603C01, un dispositivo que posee una capacidad para detectar vibraciones de media a alta intensidad, debido a su sensibilidad y a su amplio rango de frecuencia, que abarca las principales fuentes vibración. Además, su elemento cerámico garantiza mediciones estables en entornos de altas temperaturas. En la Figura 4.2 se muestra este sensor.



**Figura 4.2: Acelerómetro 603C01 ICP.**

Las características específicas de este sensor se presentan en la Tabla 4.2.

**Tabla 4.2: Especificaciones técnicas del sensor PCB V353 B13.**

| <b>Características</b> | <b>Magnitud</b> |
|------------------------|-----------------|
| Rango de frecuencia    | 0.5 a 10000 Hz  |
| Sensibilidad           | 100 mV/g        |
| Rango de medición      | $\pm 50$ g      |

#### 4.1.3 Sensor de posición de referencia

Para determinar la posición angular del lifter y la ubicación exacta del sensor en el manto, se incorporó el sensor de velocidad MP-37CA. Su principio de operación se basa en la detección de la distorsión del campo magnético provocada por el paso de un objeto metálico cerca de su polo, generando un pulso de voltaje proporcional a la velocidad del movimiento. La instalación de este sensor permite conocer con precisión la posición del lifter, facilitando la correlación entre las mediciones de vibración y posiciones angulares específicas, y, en consecuencia, la localización del área de impacto. La Figura 4.3 muestra el sensor MP-37CA.



**Figura 4.3: Sensor de velocidad MP-37CA.**

#### 4.1.4 Sistema de adquisición de datos

El conjunto de medición se complementa con un sistema de adquisición de datos que datos se divide en dos componentes principales: una tarjeta A/D y el chasis. Estos elementos trabajan en conjunto para la recolección de datos de vibración

- *Tarjeta A/D NI 9234*

La tarjeta A/D NI 9234, es un módulo de la Serie C, diseñado para la entrada de sonido y vibración. Cuenta con cuatro canales, una velocidad de muestreo de 51.2 kS/s por canal y con un rango de entrada de  $\pm 5$  V, siendo compatible con sensores IEPE y no IEPE.

Además, presenta un amplio rango dinámico e incluye acoplamiento AC/DC. Sus canales de entrada permiten la adquisición simultánea de señales, asegurando la sincronización de los datos recolectados, mientras que los filtros anti-aliasing incorporados ajustan automáticamente la velocidad de muestreo para optimizar la calidad de la señal.

- *Chasis cDAQ NI 9191*

El chasis cDAQ NI 9191, equipado con conectividad Ethernet y Wi-Fi, diseñado específicamente para sistemas de medida con sensores pequeños, remotos y distribuidos, facilita la transmisión de datos en tiempo real a larga distancia a un computador. Además, el chasis cuenta con cuatro contadores/temporizadores integrados de 32 bits de uso general, que ofrecen capacidades adicionales para la sincronización y el procesamiento de señales.

Por lo tanto, el sistema de adquisición de datos compuesto por la tarjeta A/D NI 9234 y el chasis cDAQ-9191 proporciona una solución completa para la medición y análisis de vibraciones y sonidos. En la Figura 4.4 se pueden observar los componentes de este sistema de adquisición de datos.



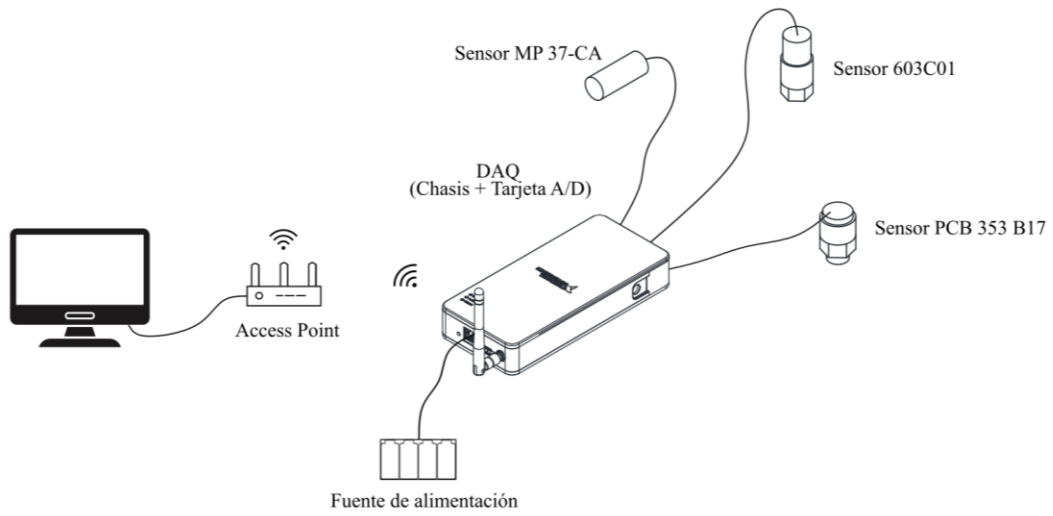
**Figura 4.4: Sistema de adquisición de datos. a) Tarjeta A/D NI 9234, b) Chasis DAQ NI 9191.**

#### **4.1.5 Conexiones físicas, electrónicas, inalámbricas y programas para la configuración del sistema de medición**

La conexión física entre la tarjeta NI 9234 y el chasis cDAQ NI 9191 se realiza a través de la ranura dedicada para módulos de la Serie C, permitiendo que los sensores se conecten físicamente a la tarjeta para transmitir directamente las señales analógicas. Al mismo tiempo, se implementa una red inalámbrica Wi-Fi que facilita la transferencia de los datos en tiempo real a un computador a través de un punto de acceso. Por otra parte, el chasis recibe energía mediante baterías, debido a que se encuentra ubicado en el manto del molino.

La configuración y operación del sistema de adquisición se realiza mediante un programa desarrollado en LabVIEW, el cual permite ajustar parámetros de adquisición tales como la velocidad de muestreo, la sincronización entre canales y el tipo de sensor conectado. Posteriormente, los datos se transfieren a MATLAB para su procesamiento y análisis.

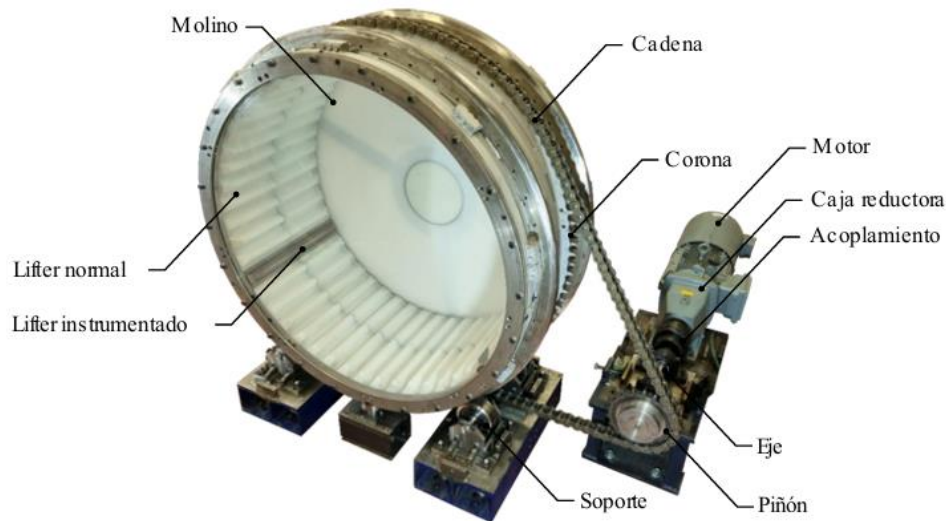
La Figura 4.5 muestra el esquema del sistema de medición implementado en el molino. Este sistema integra todos los componentes descritos anteriormente: el sensor PCB V353 B13 se encuentra instalado en el interior de un lifter, mientras que los demás dispositivos, conectados físicamente, están ubicados en el manto del molino. Las ubicaciones específicas de cada componente del sistema serán detalladas en el siguiente capítulo.



**Figura 4.5: Esquema del sistema de medición.**

## CAPÍTULO 5: Banco de ensayo

El sistema de medición descrito en el capítulo anterior es instalado en el molino rotatorio denominado SetupSAG, ubicado en el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas del Departamento de Ingeniería Mecánica. En la Figura 5.1, se presenta el molino rotatorio junto con sus componentes. Este capítulo describe la configuración experimental, el montaje de los sensores, y los métodos de aislamiento y protección del sistema de medición.



**Figura 5.1: Banco de ensayo SetupSAG [38].**

El molino tiene un diámetro de 1350 mm y es accionado por un motor reductor asíncrono, y se utiliza un variador de frecuencia para controlar la velocidad de rotación del motor eléctrico. En la Tabla 5.1, se puede observar las características principales del motor reductor. Además, el software de parametrización de WEG, denominado SuperDrive G2, permite monitorear en tiempo real esta velocidad. En su interior, el molino cuenta con 48 lifters fabricados en polietileno de alta densidad (HDPE).

**Tabla 5.1: Variables características del moto reductor.**

| Variable característica     | Magnitud   |
|-----------------------------|------------|
| Potencia nominal            | 15 kW      |
| Velocidad nominal del motor | 1775 rpm   |
| Relación de transmisión     | $i = 6.65$ |
| Torque nominal              | 80.7 Nm    |

## 5.1 Montaje de los sensores

La instalación de los sensores que conforman el sistema de medición es fundamental para obtener datos representativos del comportamiento de la carga en el interior del molino. Con este fin, se lleva a cabo la modificación de la geometría de un lifter para incorporar un sensor en su interior.

### 5.1.1 Geometría de un lifter

Los recubrimientos del banco de ensayo SetupSAG, conocidos como lifters, se dividen en dos secciones: la sección mitad de apriete y la sección mitad de encaje, las cuales se presentan en las Figuras 5.2a y 5.2b respectivamente.

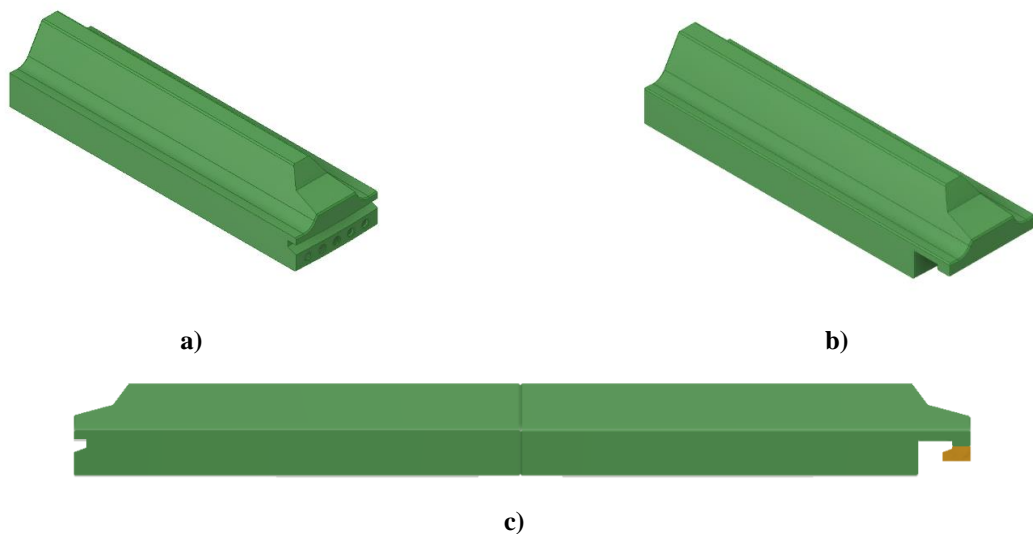
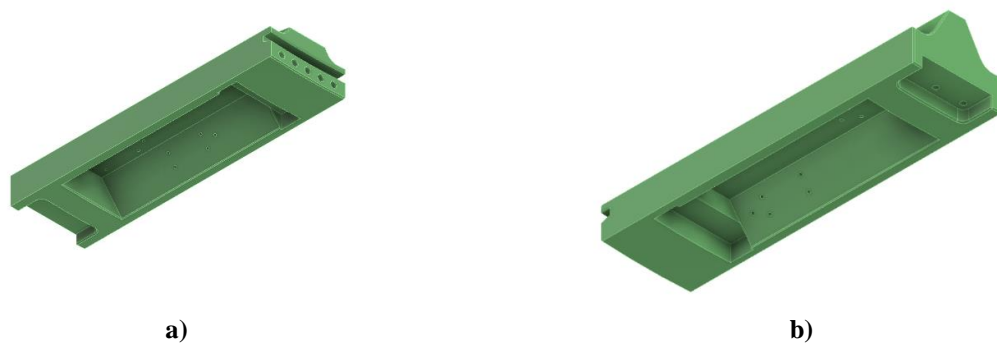


Figura 5.2: Geometría de un lifter. a) Lifter mitad apriete, b) Lifter mitad encaje, c) Vista lateral del lifter completo.

Para llevar a cabo el montaje del sensor en el interior del lifter, se modificó la geometría de la sección de mitad de apriete en [42], evaluando dos opciones de montaje. Como resultado, se obtuvo una modificación en la geometría que se presenta en la Figura 5.3. El detalle de las dimensiones del vaciado se encuentra en el Anexo B.





c)

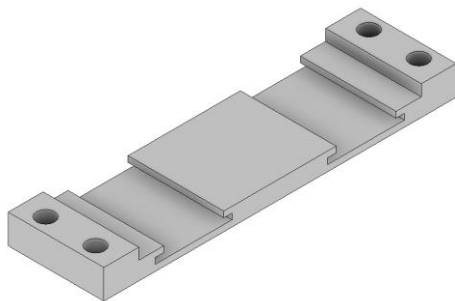
**Figura 5.3: Vaciado de un lifter. a) Vista isométrica derecha, b) Vista isométrica izquierda, c) Vista inferior. [42]**

Adicionalmente, se implementó un vaciado rectangular en el extremo de un lifter de apriete, debido a que este lifter dispone de unos orificios destinados a su fijación al molino, los cuales también se pueden utilizar para permitir el paso de cables hacia el exterior. Sin embargo, la ubicación de los orificios que se utilizan varía en función de la posición del lifter dentro del molino. Por ello, se realizó el vaciado para proporcionar la flexibilidad necesaria en la selección de los orificios que se utilizaran para el paso de los cables al exterior.

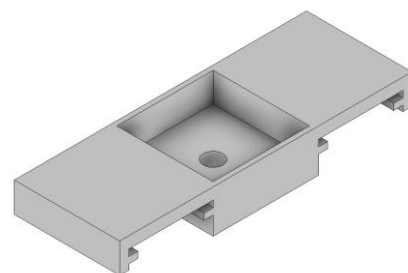
### 5.1.2 Diseño de protección y aislación para sensor en el interior

Para asegurar un montaje estable del sensor en el interior de un lifter, se diseñó un sistema de protección con aislación. Esto debido que, a diferencia del sensor ubicado en el manto, este sensor tiene contacto directo con las fuerzas que se producen en el interior del molino, las que pueden producir aceleraciones muy elevadas que, a su vez, pueden saturar o dañar el sensor.

El diseño del sistema de protección tiene tres componentes principales: una base de soporte, que se fija al lifter mediante 4 pernos M3; una base para el sensor, sobre la que se monta el acelerómetro mediante un inserto metálico; y una base para los aisladores, que permite la conexión de los aisladores al sistema y a su vez conecta ambas bases. Cabe destacar que las piezas destinadas a los aisladores son deslizantes y se fijan al sistema con adhesivo. Se diseñaron 2 variantes de esta pieza, diferenciadas por la distancia entre los orificios, según la geometría de los posibles aisladores. Todas las piezas se fabricaron en PLA mediante impresión 3D. En la Figura 5.4 se presenta el diseño completo de esta protección.



a)

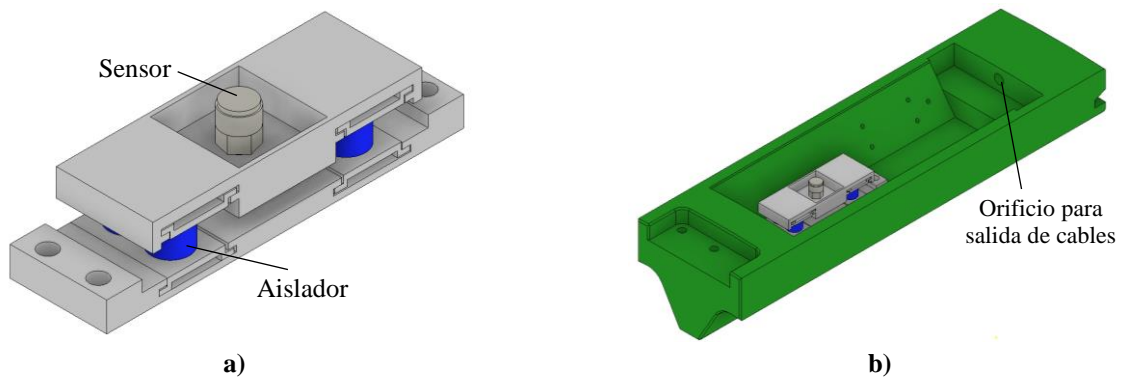


b)



**Figura 5.4: Protección del sistema de medición. a) Base de soporte, b) Base para el sensor, c) Base aisladores A y B, d) Base aisladores C y D.**

En la Figura 5.5a, se muestra el ensamblaje del diseño de protección del sensor, incluyendo en conjunto con el sensor, mientras que en la Figura 5.5b, se presenta la integración del diseño del sistema de medición al interior de un lifter, donde se puede apreciar la ubicación del sensor y el orificio diseñado para la salida de los cables hacia el exterior mencionado anteriormente.



**Figura 5.5: Diseño sistema de protección y aislación para el sensor. a) Ensamblaje del diseño del sistema de protección, b) Montaje del sistema de protección en el interior de un lifter.**

## 5.2 Aislación del sistema de medición

La aislación se implementa principalmente para disminuir la amplitud de los impactos, ya que el objetivo no es medir dichas amplitudes con exactitud, sino obtener un patrón representativo del comportamiento de la carga. Por este motivo, se evaluaron 4 tipos de aisladores pequeños que se presentan en la Figura 5.6.

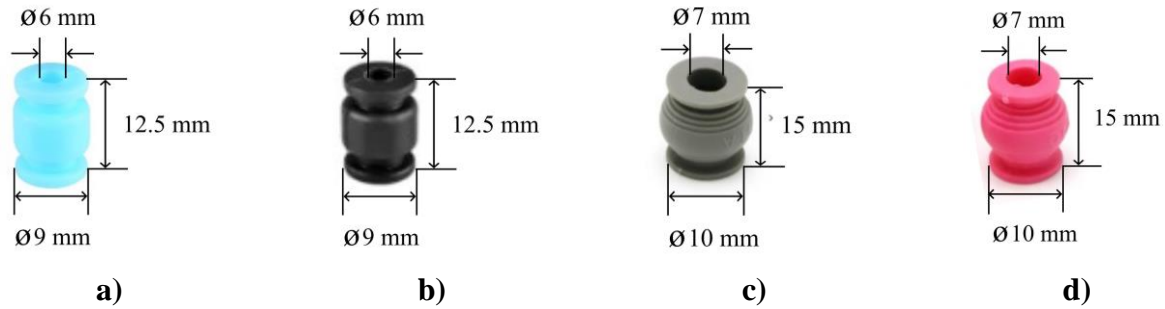


Figura 5.6: Aisladores del sistema de medición. a) Aislador A, b) Aislador B, c) Aislador C, d) Aislador D

Los aisladores A y B tienen dimensiones de 12.5 mm de altura, 9 mm de diámetro exterior y 6 mm de diámetro interior, mientras que los aisladores C y D son de mayor tamaño, con 15 mm de altura, 10 mm de diámetro exterior y 7 mm de diámetro interior. Para seleccionar uno de estos aisladores, se deben caracterizar mediante pruebas preliminares.

### 5.2.1 Pruebas preliminares para selección de aisladores

Las pruebas preliminares para la selección del aislador consistieron en lanzar 10 bolas del molino de 16 mm de diámetro a través de un tubo ubicado perpendicular al lifter, desde diferentes alturas conocidas, con incrementos de 40 cm, tal como se muestra en la Figura 5.7. El objetivo de esta prueba es evaluar la capacidad de cada aislador de disminuir la amplitud de los impactos.

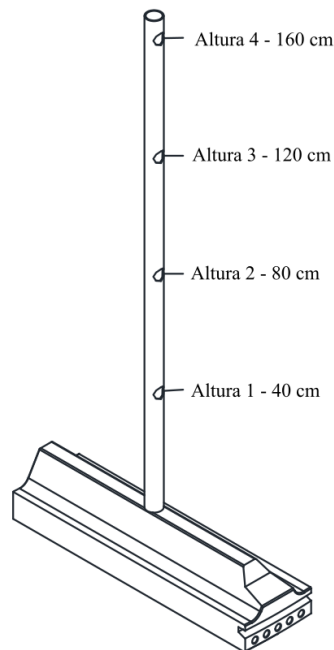


Figura 5.7: Prueba preliminar para la selección de aisladores.

En la Tabla 5.2 se resumen los valores de amplitud máxima y mínima de los impactos para cada aislador en las diferentes alturas. Asimismo, en el Anexo C se incluyen los gráficos de los 10 impactos registrados para cada altura de cada aislador.

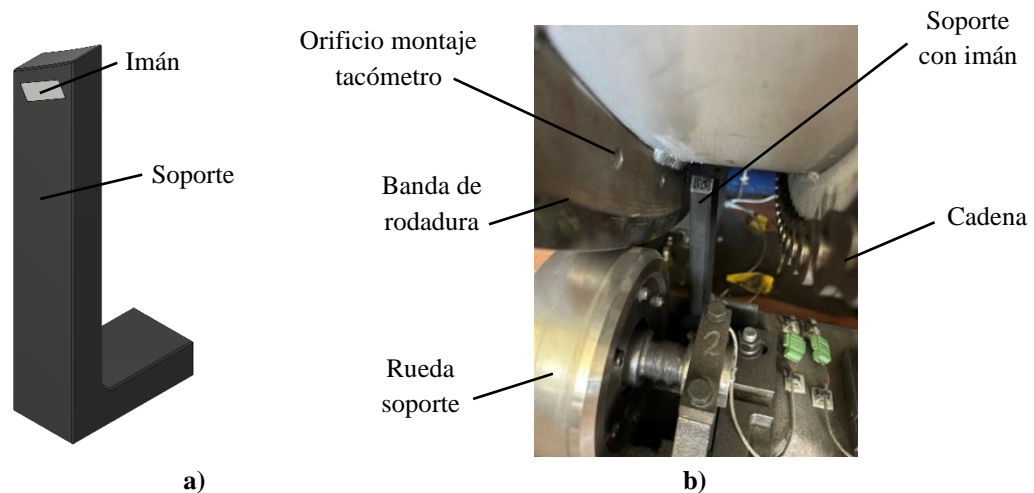
**Tabla 5.2: Resultados de pruebas preliminares para selección de aislador.**

| Altura   | Amplitud aislador A [g] | Amplitud aislador B [g] | Amplitud aislador C [g] | Amplitud aislador D [g] |
|----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Altura 1 | 24.87 – 42.39           | 17.74 – 20.00           | 24.43 – 29.63           | 24.92 – 35.96           |
| Altura 2 | 45.86 – 56.66           | 25.04 – 33.59           | 32.17 – 42.67           | 34.64 – 53.49           |
| Altura 3 | 51.63 – 63.55           | 33.36 – 42.51           | 42.06 – 47.64           | 42.82 – 64.41           |
| Altura 4 | 58.42 – 68.84           | 37.57 – 46.85           | 47.87 – 52.52           | 50.77 – 70.18           |

Se puede observar que el aislador B presenta mejores características de aislación, es decir, es capaz de reducir la amplitud de los impactos en mayor proporción, siendo el más adecuado para reducir la amplitud de las vibraciones transmitidas al sistema de medición. Además, dicho aislador cuenta con una menor altura, lo que, aunque no representa una restricción, facilita la implementación del sistema en el interior de un lifter dada la limitación de espacio.

### 5.2.2 Pulso de referencia para el sensor magnético

Para conocer la posición angular del lifter durante el funcionamiento del molino y sincronizar las mediciones posteriormente, se incorpora un tacómetro que opera mediante la detección de variaciones en el campo magnético. Para inducir la alteración en el campo magnético, se diseñó una pieza de soporte para un imán, la cual se fija en la base del molino. Este soporte se fabricó en PLA mediante impresión 3D, y los imanes se fijaron con adhesivo. Las Figuras 5.8a y 5.8b muestran el diseño de dicho soporte y el sistema ya implementado en el molino respectivamente.

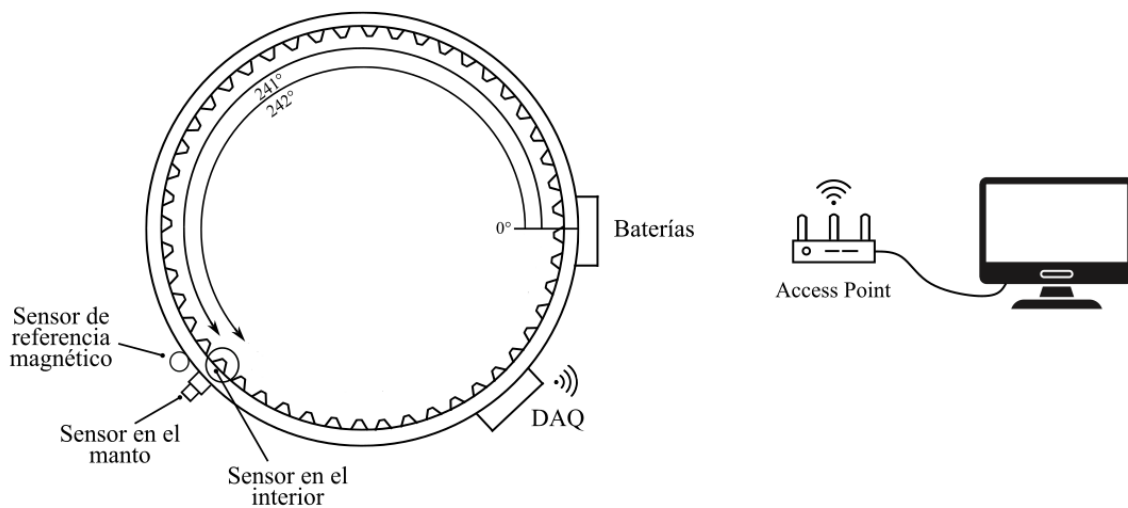


**Figura 5.8: Pulso de referencia para el sensor magnético. a) Diseño de soporte para imán, b) Implementación de soporte en el molino.**

### 5.3 Implementación del sistema de medición

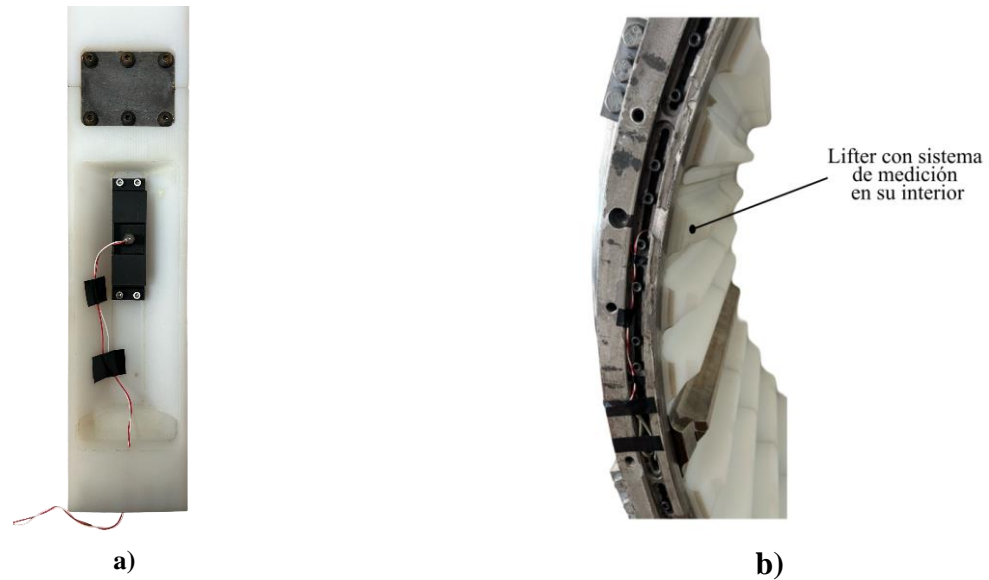
Posterior a realizar el montaje del sistema de medición en el interior de un lifter e instalar el pulso de referencia para el sensor magnético, se debe implementar el sistema de medición completo en el molino.

La implementación consiste en el montaje de un lifter con el sensor en su interior en una posición angular de  $242^\circ$  como se presenta en la Figura 5.9. Mientras que el acelerómetro 603C01 ICP y el tacómetro magnético (sensor de posición de referencia MP-37CA) se ubican en el manto del molino, en las posiciones angulares  $242^\circ$  y  $241^\circ$  respectivamente. Los sensores se conectan al sistema de adquisición de datos conformado por la tarjeta NI 9234 y chasis cDAQ NI 9191, que se alimenta mediante baterías. La transmisión de los datos se realiza de forma inalámbrica a través de Wi-Fi mediante un punto de acceso hacia un computador. La Figura 5.9 ilustra la implementación completa del sistema de medición en el SetupSAG, mostrando tanto el montaje interno en el lifter como la integración de los componentes en el manto del molino.



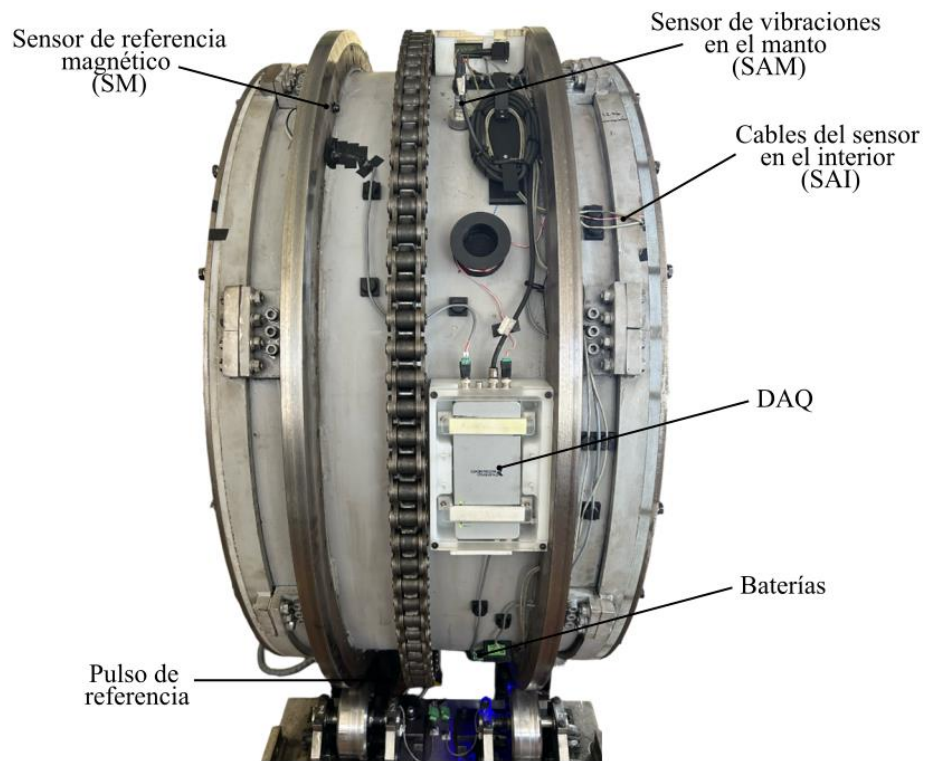
**Figura 5.9: Implementación del sistema de medición.**

En la Figura 5.10 se observa la implementación del sistema de medición en el interior de un lifter en el banco de ensayo. La Figura 5.10a muestra el montaje del sistema de medición en el lifter, mientras que la Figura 5.10b presenta el lifter instalado en el molino junto con el cableado.



**Figura 5.10: Implementación del sistema de medición al interior de un lifter en el banco de ensayo. a) Sistema de medición implementado en un lifter, b) Lifter montado en el molino.**

Además, en la Figura 5.11 se observa el montaje completo de los componentes en el manto del molino, en conjunto con la implementación del pulso de referencia para el sistema de medición.



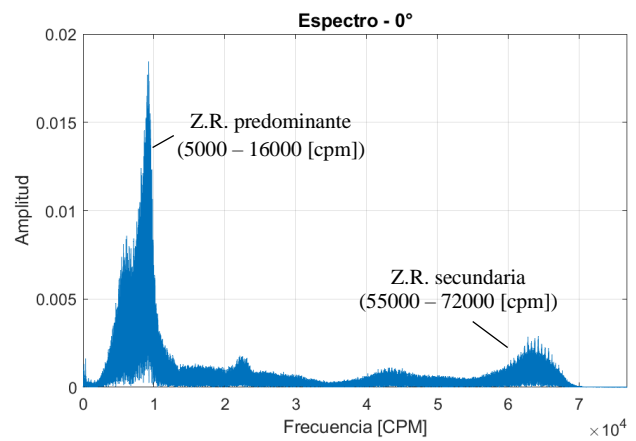
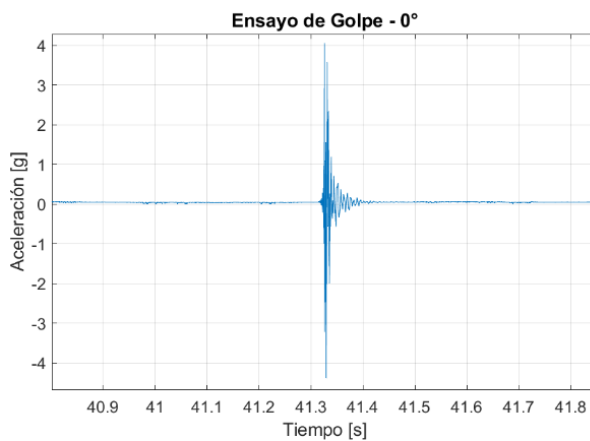
**Figura 5.11: Implementación del sistema de medición en el molino**

## CAPÍTULO 6: Caracterización del sistema de medición

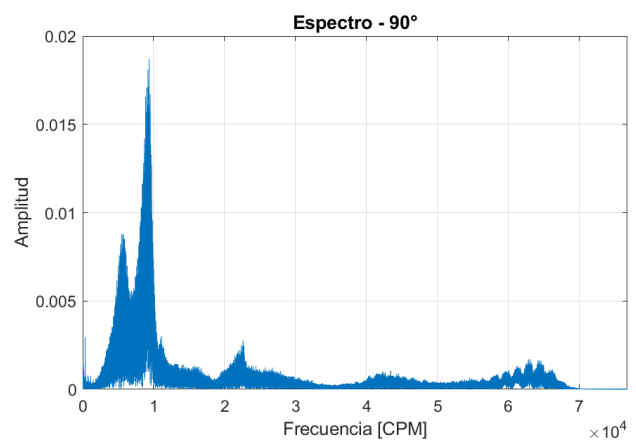
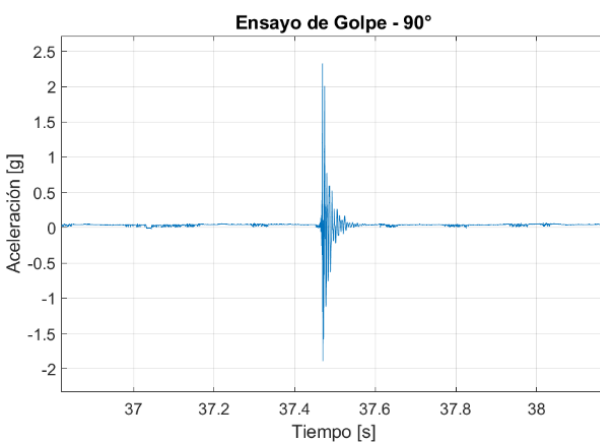
En este capítulo, se presenta la caracterización del sistema de medición con el fin de conocer cómo se comporta en diferentes condiciones de operación.

### 6.1 Frecuencia natural

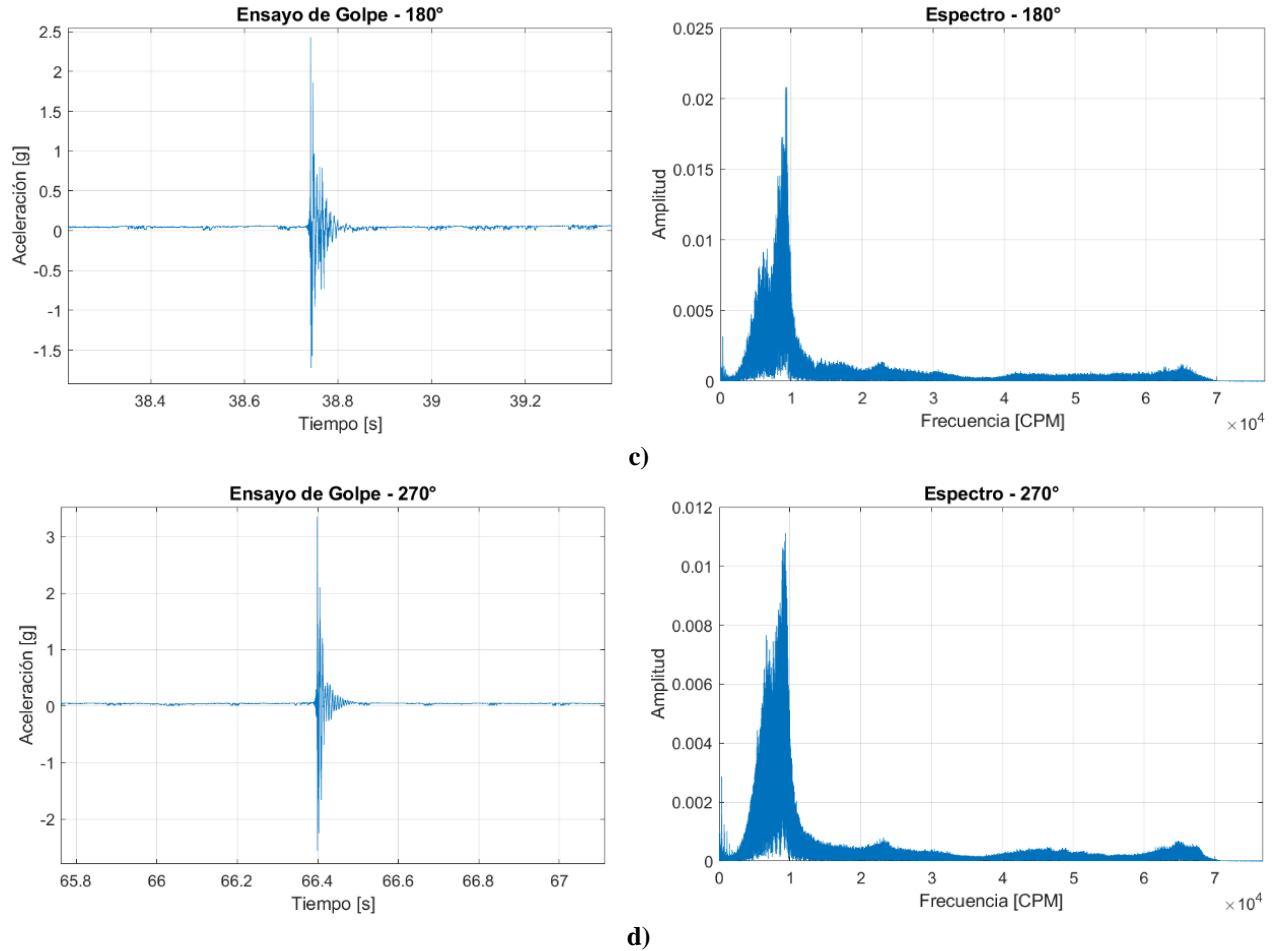
Para determinar la frecuencia natural del sistema de medición del sensor en el interior del molino (SAI), se realizaron ensayos de golpes utilizando un martillo de goma. Estas pruebas se realizaron para cuatro posiciones angulares distintas dentro del molino:  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$  respectivamente. La Figura 6.1 muestra los resultados obtenidos en los ensayos para cada posición angular, donde se observa un impacto representativo y el espectro obtenido a partir de varios impactos consecutivos con el fin de mejorar la resolución del espectro.



a)



b)



**Figura 6.1: Ensayo de golpe y su espectro para diferentes posiciones. a) 0°, b) 90°, c)180°, d)270°.**

En la Figura 6.1 se puede identificar que el sistema presenta una zona resonante predominante en el rango 5000 y 16000 [cpm]. Además, se identifica una segunda zona resonante, que se manifiesta más en las posiciones angulares de 0° y 90°, en un rango de 55000 y 72000 [cpm].

## 6.2 Mediciones en vacío

Para analizar el comportamiento del sistema a diferentes velocidades de rotación, se realizaron mediciones en vacío, es decir, sin carga en el interior del molino. Estos ensayos se llevaron a cabo considerando las velocidades de operación definidas en la Tabla 6.1. La finalidad de estas pruebas es evaluar cómo varía la respuesta del sistema de medición ante diferentes velocidades de rotación, permitiendo así establecer una línea base para comparaciones con condiciones de operación con carga.

Tabla 6.1: Velocidad de rotación para pruebas en vacío.

| ID  | Velocidad de rotación del motor [rpm] | Velocidad de rotación del molino [rpm] |
|-----|---------------------------------------|--|
| N1  | 702                                   | 19.4                                   |
| N2  | 772                                   | 21.4                                   |
| N3  | 842                                   | 23.3                                   |
| N4  | 912                                   | 25.3                                   |
| N5  | 982                                   | 27.2                                   |
| N6  | 1053                                  | 29.2                                   |
| N7  | 1123                                  | 31.1                                   |
| N8  | 1193                                  | 33.0                                   |
| N9  | 1263                                  | 35.0                                   |
| N10 | 1333                                  | 36.9                                   |

Para realizar un análisis de las vibraciones, es necesario considerar las frecuencias de las fuerzas inherentes del sistema. En particular, se deben considerar la frecuencia de rotación del motor, del molino, las asociadas al sistema de transmisión: sprocket y cadena, y finalmente la frecuencia de paso de los lifters. Las frecuencias del motor y del molino ya han sido definidas anteriormente, y la frecuencia del sprocket se determina mediante la siguiente ecuación:

$$f_{sprocket} = \frac{f_{motor}}{i} \quad (6.1)$$

Donde  $i = 6.65$  corresponde a la relación de la transmisión de engranajes del moto-reductor. Por otro lado, la frecuencia de enganche de la cadena depende directamente de la frecuencia del sprocket y del número de dientes, mediante la siguiente relación:

$$f_{cadena} = f_{sprocket} \cdot z \quad (6.2)$$

Siendo  $z = 21$ , el número de dientes del sprocket.

Finalmente, la frecuencia de paso de los lifters se determina por la relación entre la frecuencia del molino y el número de lifter al interior:

$$f_{paso\ lifter} = f_{motor} \cdot N \quad (6.3)$$

Con  $N = 48$  lifters.

En la Tabla 6.2 se presentan los valores para cada una de estas frecuencias en función de las diferentes condiciones operación.

Tabla 6.2: Frecuencias presentes en el sistema [cpm].

| ID           | $f_{motor}$  | $f_{molino}$ | $f_{sprocket}$ | $f_{cadena}$ | $f_{Paso\ de\ lifters}$ |
|--------------|--------------|--------------|----------------|--------------|-------------------------|
| <b>Order</b> | <b>36.1X</b> | <b>1X</b>    | <b>5.4X</b>    | <b>114X</b>  | <b>48X</b>              |
| N1           | 702          | 19.4         | 105.6          | 2216.8       | 931.2                   |
| N2           | 772          | 21.4         | 116.1          | 2437.9       | 1027.2                  |
| N3           | 842          | 23.3         | 126.6          | 2658.9       | 1118.4                  |
| N4           | 912          | 25.3         | 137.1          | 2880.0       | 1214.4                  |
| N5           | 982          | 27.2         | 147.7          | 3101.1       | 1305.6                  |
| N6           | 1053         | 29.2         | 158.3          | 3325.3       | 1401.6                  |
| N7           | 1123         | 31.1         | 168.9          | 3546.3       | 1492.8                  |
| N8           | 1193         | 33.0         | 179.4          | 3767.4       | 1584.0                  |
| N9           | 1263         | 35.0         | 189.9          | 3988.4       | 1680.0                  |
| N10          | 1333         | 36.9         | 200.5          | 4209.5       | 1771.2                  |

En la Figura 6.2 se presentan los resultados obtenidos en las mediciones sin carga para las velocidades N4 y N9. Se presenta una rotación completa del molino en función de la posición angular para ambos sensores: sensor en el interior de un lifter (SAI), sensor en el manto del molino (SAM), además del sensor magnético de referencia (SM).

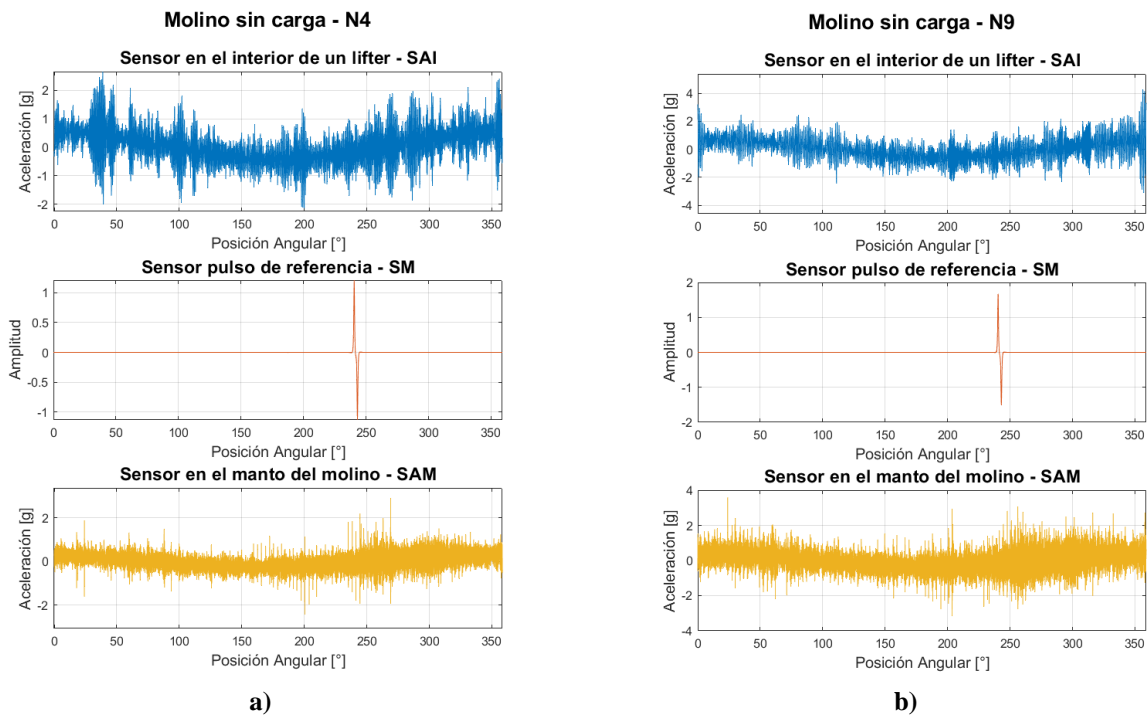
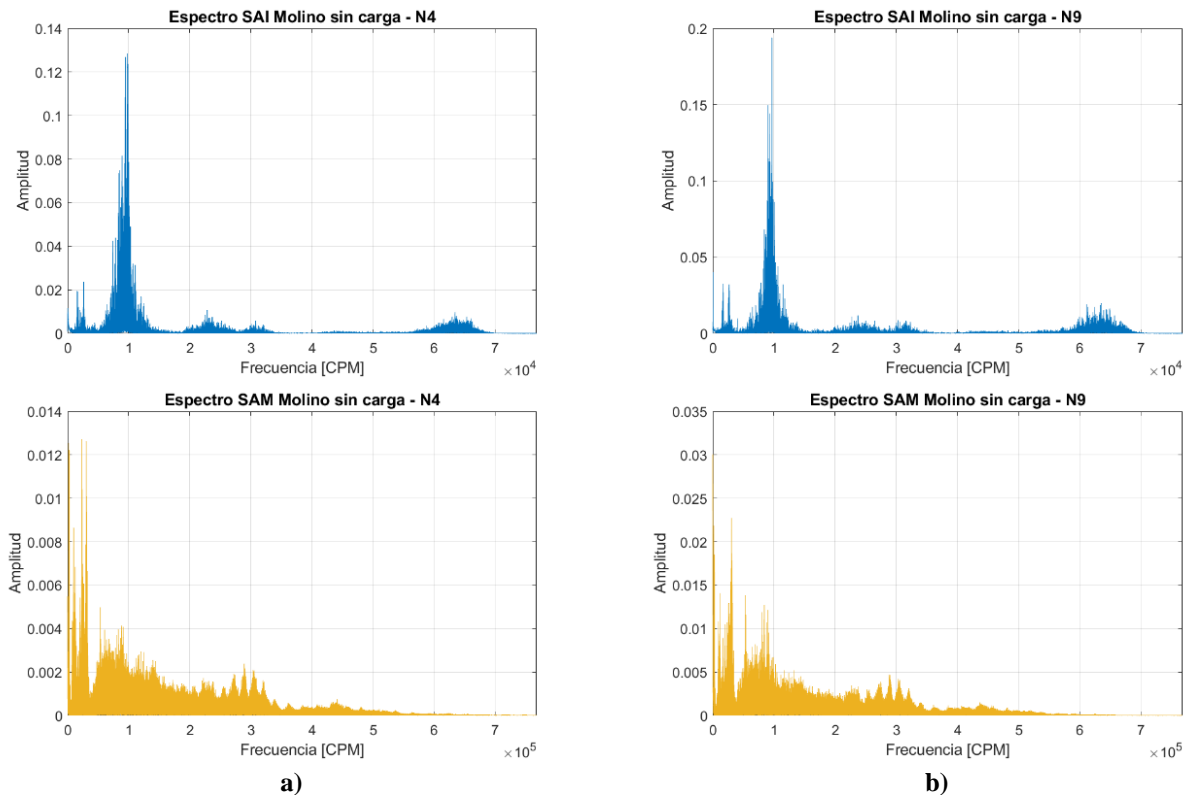


Figura 6.2: Rotación del molino sin carga. a) N4, b) N9.

Se puede observar que, a bajas velocidades las amplitudes en ambos sensores son relativamente bajas, alrededor de 2 g en el interior y en el manto. Mientras que, a altas velocidades las amplitudes aumentan hasta 4 g en el interior y se mantiene en 2 g en el exterior.

Por otra parte, se puede observar que la señal oscila a cero, lo cual está directamente relacionado con la influencia de la aceleración de gravedad. Este fenómeno ocurre debido a que al ser sensores uniaxiales la aceleración la gravedad percibida por el sensor varía conforme cambia su posición angular durante la rotación del molino.

Para identificar las frecuencias predominantes en estas señales, se determinó el espectro frecuencial. Estos resultados para las velocidades N4 y N9 se presentan en la Figura 6.3.



**Figura 6.3: Espectro de SAI y SAM. a) N4, b) N9.**

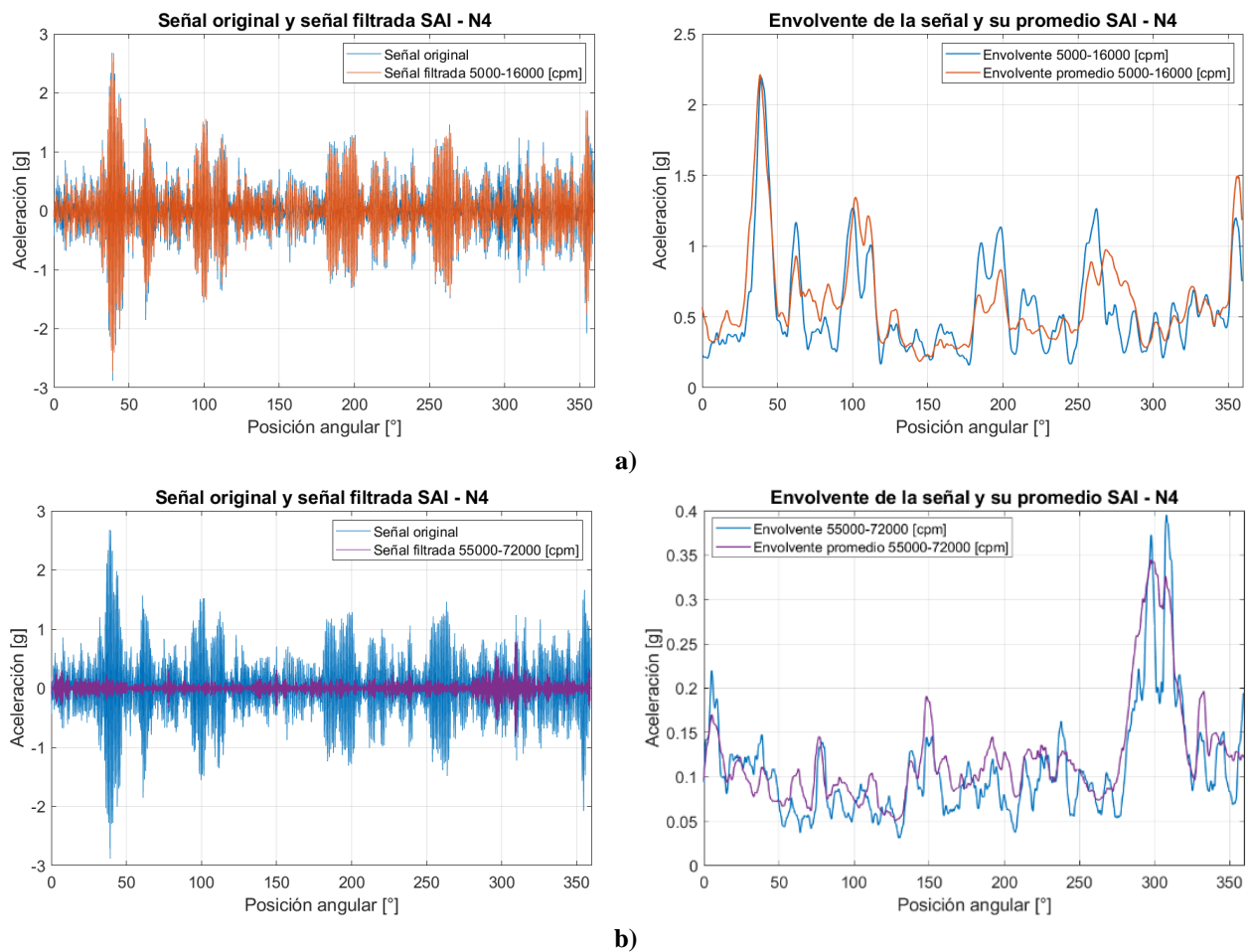
Se observa que el sensor SAI presenta dos zonas resonantes principales alrededor de 5000 - 16000 [cpm] y 55000 - 72000 [cpm]. Estas frecuencias coinciden con las zonas resonantes identificadas en los ensayos de golpe.

Por otro lado, el sensor SAM no presenta una frecuencia resonante propia evidente, dado que está montado directamente en la estructura principal del molino, la cual tiene más rigidez. En este espectro, se observa una distribución más continua de frecuencias con amplitudes generalmente más bajas y concentradas a altas frecuencias, las cuales probablemente correspondan a fenómenos locales de alta frecuencia generados en componentes mecánicos, tales como rodamientos, mecanismos de transmisión específicos.

Para analizar la energía vibratoria, se determina la envolvente de la señal. Antes de obtener la envolvente, es necesario centrar la señal original alrededor del cero, aplicando un filtro pasa alto con una frecuencia de corte baja; esta señal centrada se denomina señal original. Posteriormente la señal

original se filtra utilizando los rangos de frecuencias de las zonas resonantes identificadas anteriormente. Finalmente, se determina la envolvente de cada señal filtrada para visualizar y analizar la energía vibratoria en función de la posición angular. En primer lugar, se presentan las mediciones realizadas con el sensor SAI. En las Figuras 6.4 y 6.5 se pueden apreciar las señales filtradas y sus envolventes para las velocidades N4 y N9 respectivamente.

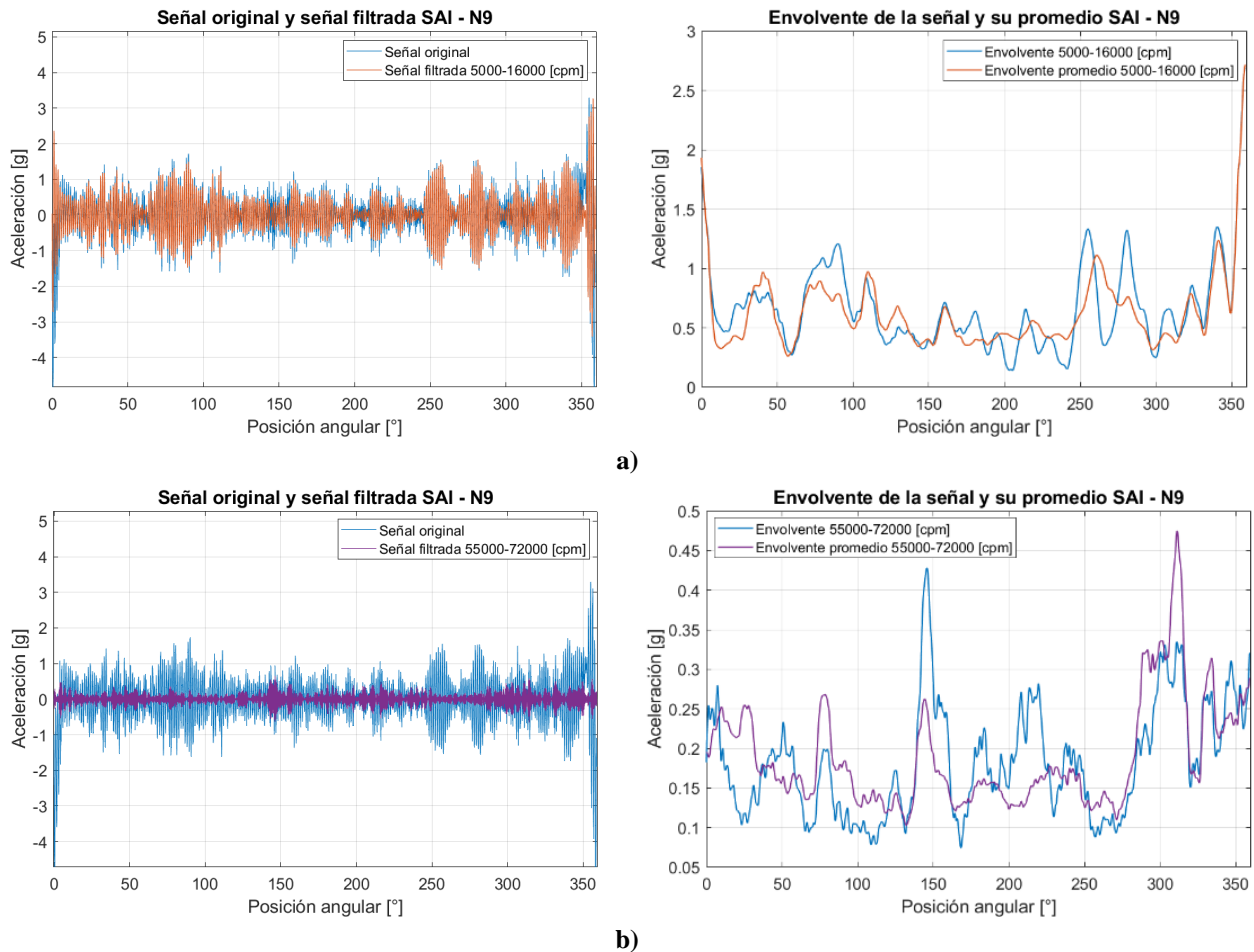
La función principal de la envolvente es proporcionar una representación clara de la variación de la energía vibratoria de la señal a lo largo de la rotación del molino. Se utiliza la envolvente porque permite observar con mayor facilidad los cambios en la magnitud de las vibraciones, eliminando la oscilación negativa y facilitando así la identificación de variaciones de energía que puede ser causada por impactos. Además, se determina la envolvente promedio de la señal para identificar con mayor claridad los eventos repetitivos en cada rotación del molino.



**Figura 6.4 Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – N4. a) Filtro pasa banda 5000 - 16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000 - 72000 [cpm].**

A partir de la Figura 6.4 se tiene que la señal de aceleración de original tiene una amplitud máxima de 3 g. Al filtrar la señal en el rango de frecuencias 5000 - 16000 [cpm] se mantiene una amplitud similar a la señal original, indicando que este rango de frecuencias contiene gran parte de la energía vibratoria del sistema, lo cual es consistente con la identificación de la zona resonante predominante.

Por otra parte, en la Figura 6.4 también se presenta la envolvente de la señal filtrada junto con su promedio, lo cual proporciona una curva más suavizada. En el rango de frecuencias entre los 5000 - 16000 [cpm] se presentan peaks cercanos a los 50°, lo que podría indicar eventos puntuales de mayor energía en esta posición angular. Por otro lado, en el rango de 55000 - 72000 [cpm] también se observan peaks, pero de menor amplitud. Debido a que estos peaks se ven representados en el promedio evidencian que son eventos repetitivos, los cuales podrían ser irregularidades que ocurren en la misma posición angular en cada giro.



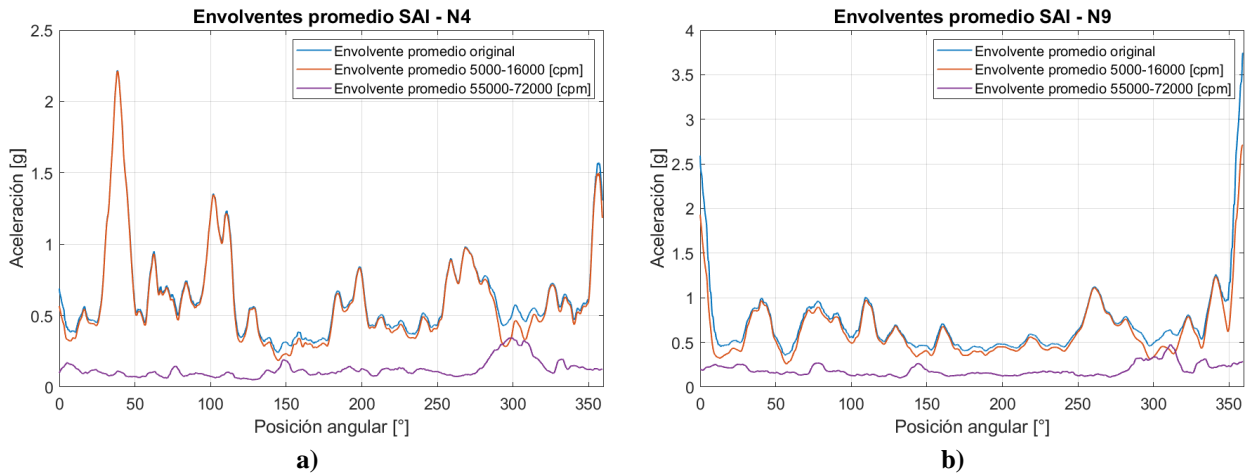
**Figura 6.5: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – N9. a) Filtro pasa banda 5000 - 16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000 - 72000 [cpm].**

En la Figura 6.5 se observa que la señal original presenta un rango de amplitud mayor de 4 g, lo cual indica mayor intensidad de las vibraciones a velocidades más altas. Al filtrar la señal en el rango de 5000 - 16000 [cpm] se mantiene nuevamente con amplitudes similares a la señal original. Por el contrario, al aplicar el filtro entre el rango de 55000 - 72000 [cpm] las amplitudes se mantienen en un rango de 1 g aproximadamente.

Asimismo, al analizar la envolvente de la señal filtrada y su promedio, se identifican peaks en posiciones angulares cercanas a 50°-100°, 150°, 200° y 300°. Estos peaks indican la existencia de excitaciones en cada giro del molino; a mayor velocidad de rotación, dichos eventos se vuelven más

intensos, incrementando la amplitud de la señal, debido a que igual se observan en la condición de operación N4, pero con una amplitud menor.

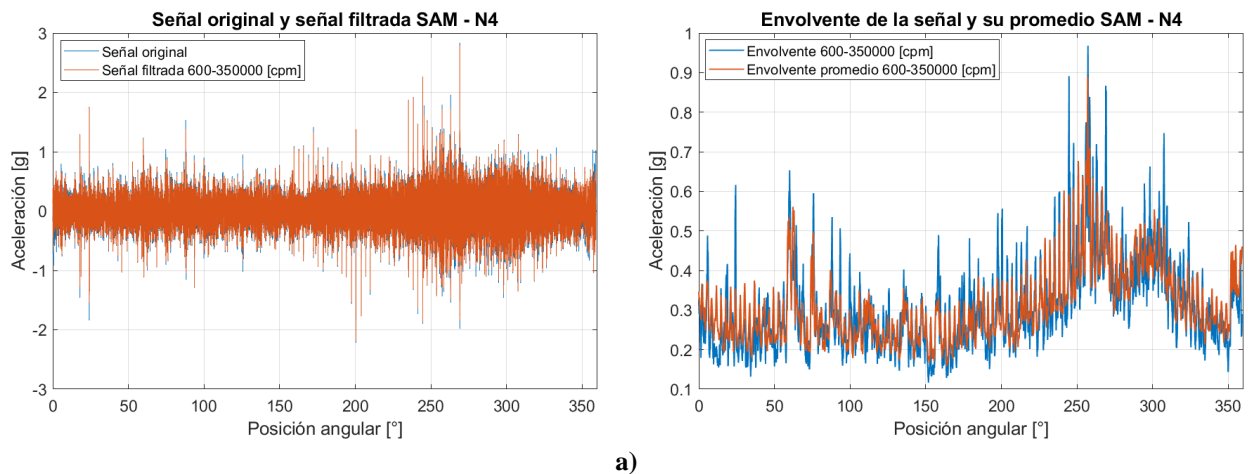
En la Figura 6.6 se presentan la comparación entre las envolventes promedios de la señal original y con ambos filtros para las velocidades N4 y N9.



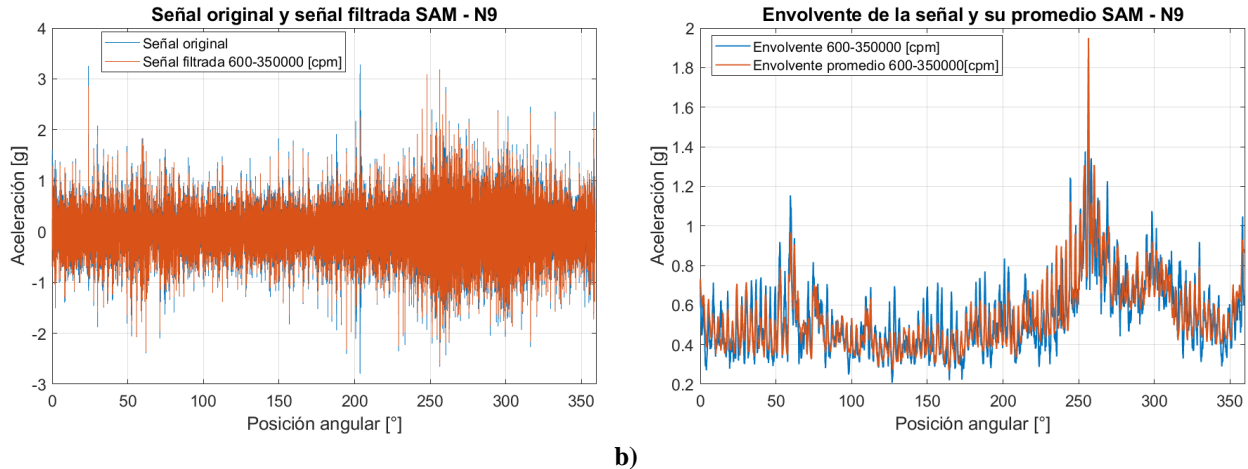
**Figura 6.6: Comparación entre las envolventes de la señal original, con filtro 5000 - 16000 [cpm] y con filtro 55000 - 72000 [cpm]. a) N4, b) N9.**

En síntesis, a mayor velocidad de rotación, la señal original presenta peaks de aceleración más intensos y el rango de frecuencias 5000 - 16000 [cpm] concentra gran parte de la energía vibratoria. Aun así, el rango de frecuencias de 55000 - 72000 [cpm] evidencia peaks adicionales, aunque con menor amplitud. En ambos casos, la posición angular influye en la aparición de los peaks de aceleración, lo que confirma la naturaleza repetitiva de las excitaciones.

Por otra parte, los resultados obtenidos con el sensor SAM se presentan en la Figura 6.7, donde se puede observar la señal filtrada en el rango de frecuencias de 600 - 350000 [cpm] para las condiciones de operación N4 y N9, y además se presentan las envolventes junto con su promedio.



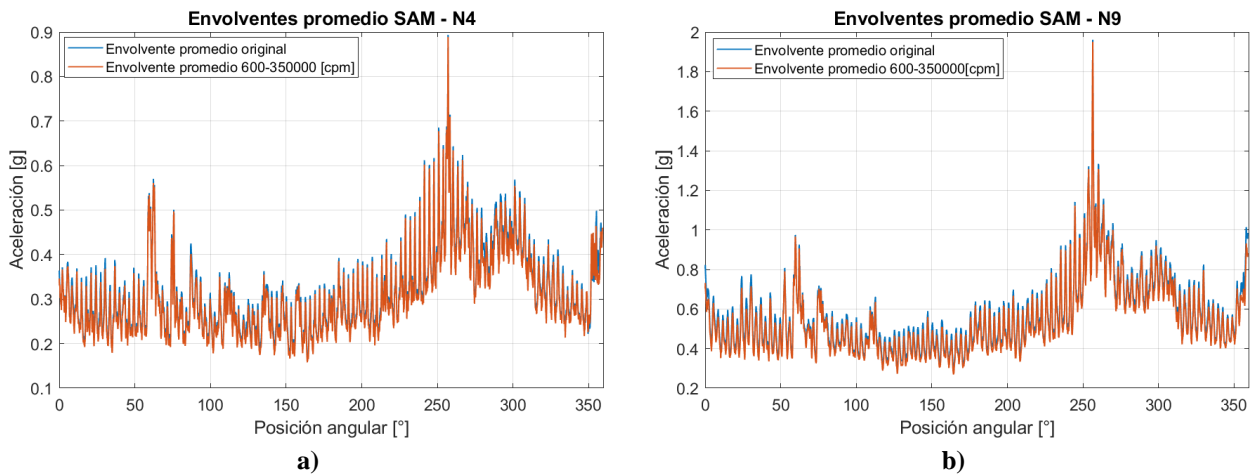
a)



**Figura 6.7: Señal original SAM y filtrada entre banda 600 - 350000 [cpm]. a) N4, b) N9.**

Al comparar ambas condiciones, se observa que al aumentar la velocidad de rotación del molino desde N4 a N9, la amplitud de la señal original incrementa desde aproximadamente 2 g hasta alrededor de 4 g, manteniendo los mismos rangos que el sensor SAI. Dado que en este caso se aplicó un único filtro en un amplio rango de frecuencias de 600 - 350000 [cpm], la mayor parte de la energía se concentra dentro de dicho intervalo.

El análisis de las envolventes, mostradas en la Figura 6.8 permite identificar eventos repetitivos. Se presentan peaks entre  $50^\circ$  y  $100^\circ$ , así como un incremento de la amplitud entre  $250^\circ$  y  $300^\circ$ , comportamiento similar a los resultados del sensor SAI. En conclusión, ambos sensores presentan variaciones de amplitud en posiciones angulares similares, sin embargo, las señales filtradas del sensor SAI permite diferenciar estos peaks con mayor claridad.



**Figura 6.8: Comparación entre las envolventes de la señal SAM original y con filtro 600 -350000 [cpm]. a) N4, b) N9.**

## CAPÍTULO 7: Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de la implementación y caracterización del sistema de medición. Se analizan datos experimentales en condiciones de operación con carga, para un nivel de llenado del 20% con  $J1 = 542,9 \text{ kg}$ . Los parámetros principales considerados en el análisis incluyen frecuencias, amplitudes de vibración y posición angular del molino.

Con el propósito de determinar la condición de operación en la que comienzan los impactos sobre los revestimientos, se refinaron las velocidades, resultando la matriz experimental presentada en la Tabla 7.1.

**Tabla 7.1: Velocidades de rotación refinadas.**

| <b>ID</b>                             | <b>N1</b>  | <b>N2</b>  | <b>N3</b>  | <b>N4</b> | <b>N5</b>  | <b>N5C</b> | <b>N5D</b> | <b>N6</b> | <b>N6A</b> |
|---------------------------------------|------------|------------|------------|-----------|------------|------------|------------|-----------|------------|
| Velocidad de rotación de molino [rpm] | 19.4       | 21.4       | 23.3       | 25.3      | 27.2       | 28.4       | 28.8       | 29.2      | 29.5       |
| <b>ID</b>                             | <b>N6B</b> | <b>N6C</b> | <b>N6D</b> | <b>N7</b> | <b>N7A</b> | <b>N7B</b> | <b>N8</b>  | <b>N9</b> | <b>N10</b> |
| Velocidad de rotación de molino [rpm] | 29.9       | 30.3       | 30.7       | 31.1      | 31.5       | 31.9       | 33.0       | 35.0      | 36.9       |

En particular, se analizan los resultados obtenidos para las condiciones de operación J1N4, J1N5D, J1N6D y J1N9 las cuales representan estados diferentes del comportamiento de la carga, específicamente: sin impactos (J1N4), inicio de impactos (J1N5D), impactos regulares (J1N6D), y altos niveles de impactos (J1N9). Las frecuencias presentes en el sistema en estas condiciones de operación se resumen en la Tabla 7.2.

**Tabla 7.2: Frecuencias presentes en el sistema [cpm].**

| <b>ID</b>    | <b><math>f_{motor}</math></b> | <b><math>f_{molino}</math></b> | <b><math>f_{sprocket}</math></b> | <b><math>f_{cadena}</math></b> | <b><math>f_{Paso\ de\ lifters}</math></b> |
|--------------|-------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|---|
| <b>Order</b> | <b>36.1X</b>                  | <b>1X</b>                      | <b>5.4X</b>                      | <b>114X</b>                    | <b>48X</b>                                |
| N4           | 912                           | 25.3                           | 137.1                            | 2880.0                         | 1214.4                                    |
| N5D          | 1036                          | 28.8                           | 155.8                            | 3271.6                         | 1382.4                                    |
| N6D          | 1106                          | 30.7                           | 166.3                            | 3492.6                         | 1473.6                                    |
| N9           | 1263                          | 35.0                           | 189.9                            | 3988.4                         | 1680.0                                    |

En la Figura 7.1 se presentan los resultados obtenidos para las condiciones de operación mencionadas anteriormente, mostrando una rotación completa del molino en función de la posición angular para ambos sensores.

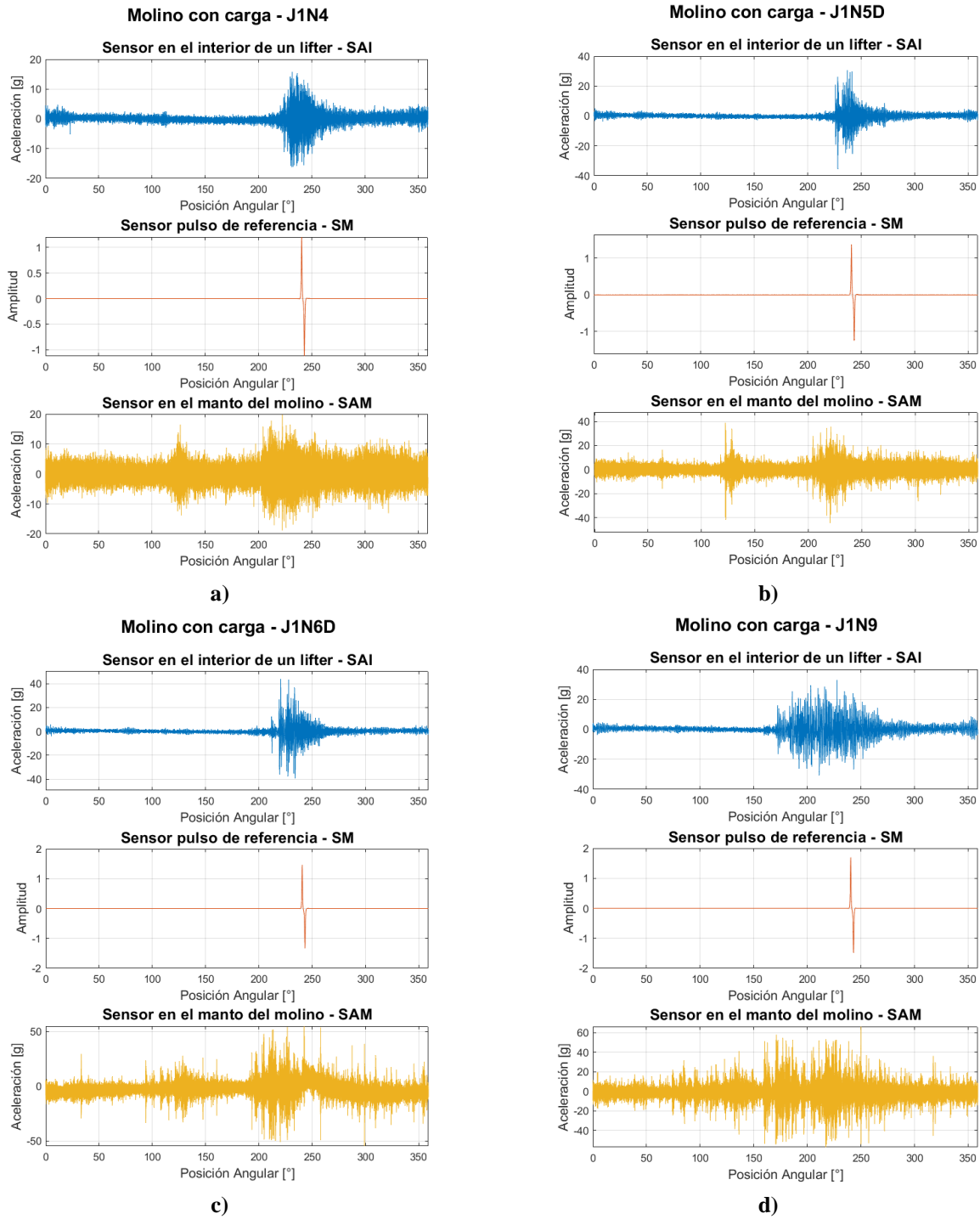
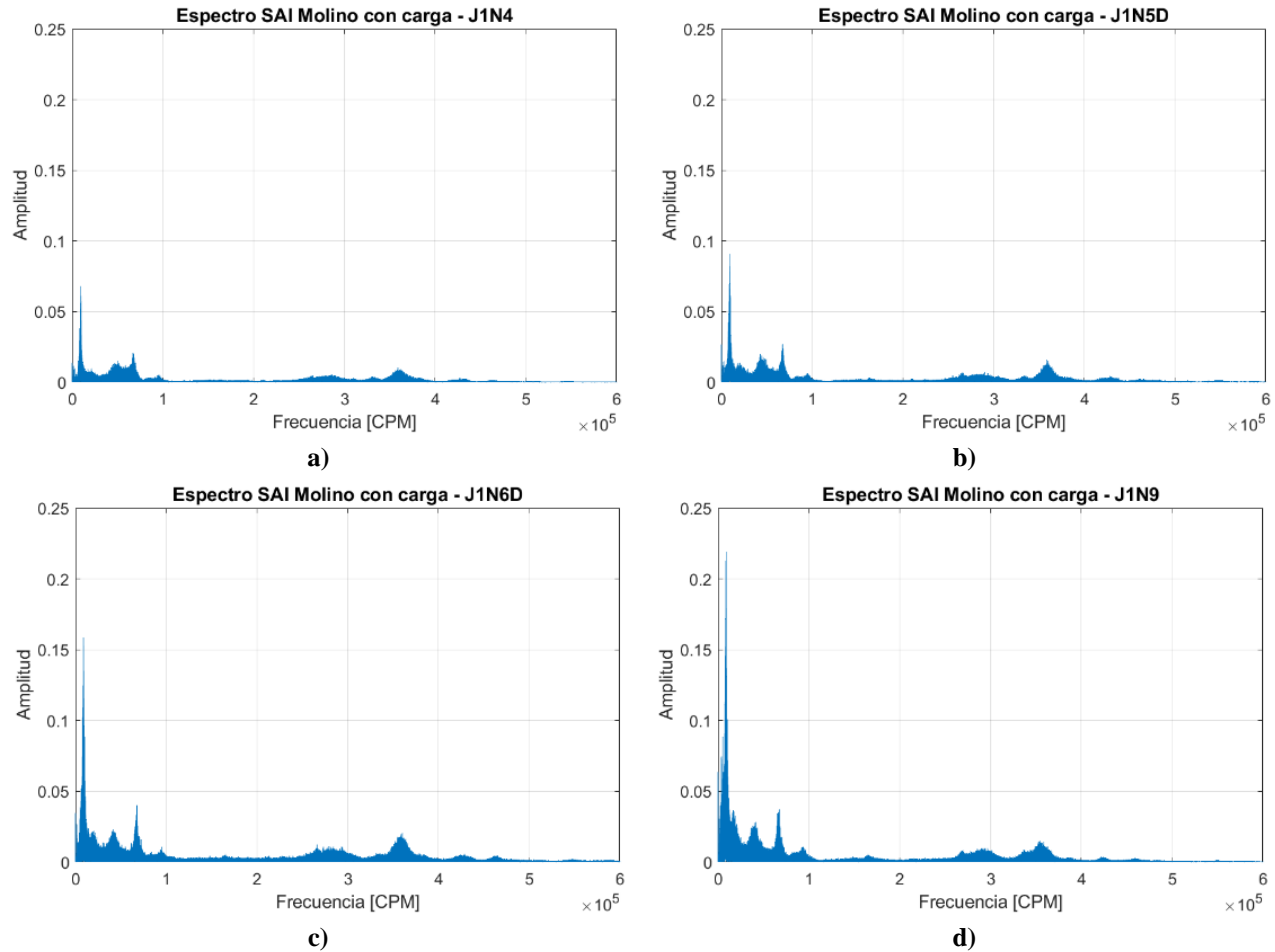


Figura 7.1: Rotación del molino para diferentes condiciones de operación. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9

## 7.1 Resultados sensor en el interior de un lifter

En primer lugar, se presenta el análisis de las mediciones realizadas con el sensor en el interior de un lifter SAI. Para identificar las frecuencias predominantes en estas señales, se determinó el espectro

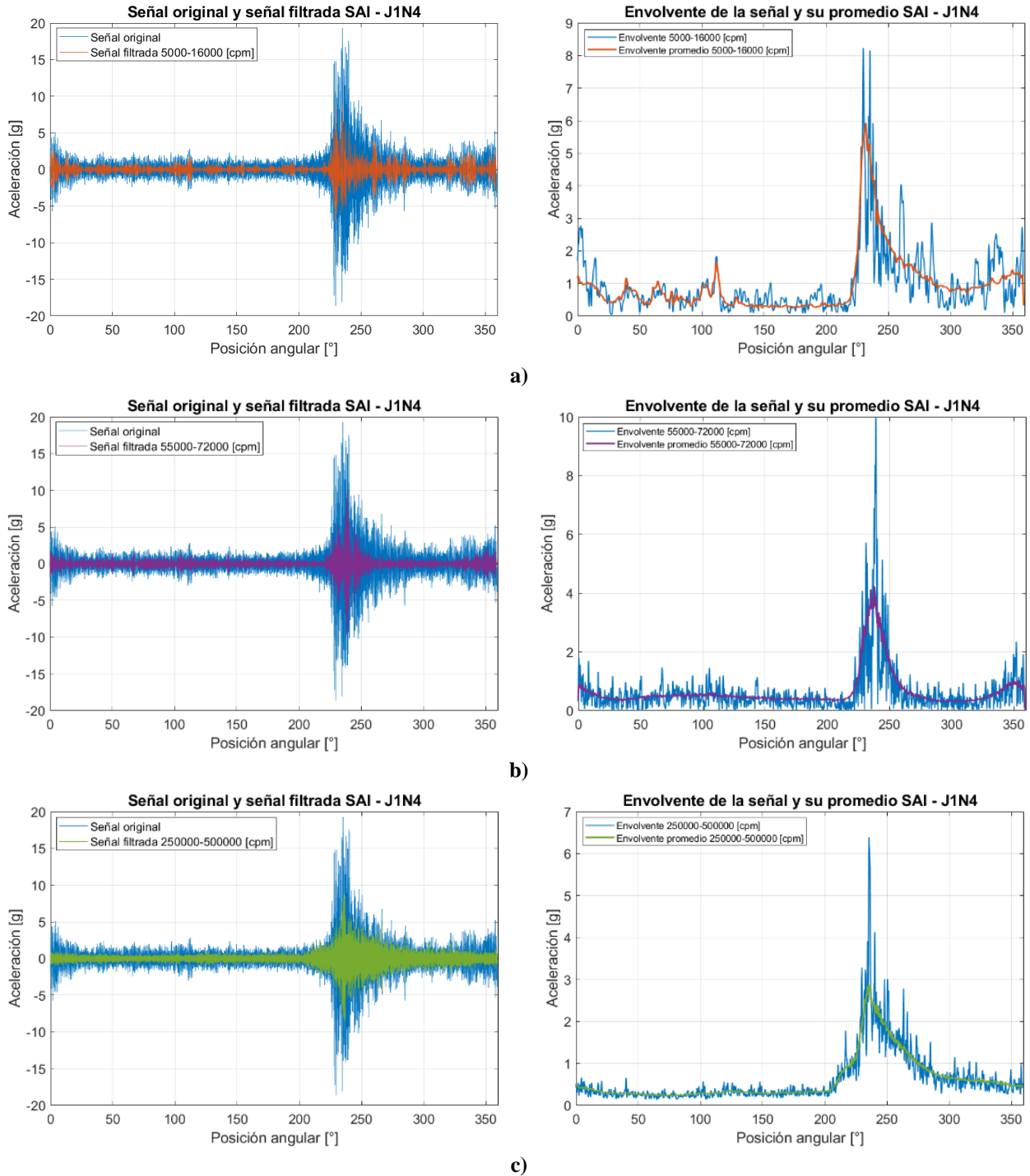
frecuencial. Estos resultados para cada condición de operación: J1N4, J1N5D, J1N6D y J1N9 se presentan en la Figura 7.2.



**Figura 7.2: Espectro SAI para diferentes condiciones de operación. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9.**

Al comparar estos resultados con los obtenidos en condiciones de operación sin carga, se evidencia que, en presencia de carga al interior del molino, aparecen componentes de alta frecuencia entre aproximadamente 250000 y 500000 [cpm]. La aparición de componentes de alta frecuencia sugiere la existencia de impactos de corta duración, pero alta intensidad. A medida que aumenta la velocidad de rotación, la cantidad y la energía de estos impactos aumenta.

Dado que estas vibraciones de alta frecuencia están directamente vinculadas con la presencia de carga y los impactos, se determinó la envolvente de la señal de igual forma que en las condiciones de operación sin carga, incorporando adicionalmente un filtro en el rango de 250000 - 500000 [cpm]. Las señales filtradas, junto con su envolvente y el promedio correspondiente, se presentan a continuación para las cuatro condiciones de operación. La Figura 7.3 muestra las señales filtradas y su envolvente para la condición de operación J1N4.



**Figura 7.3: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N4. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm].**

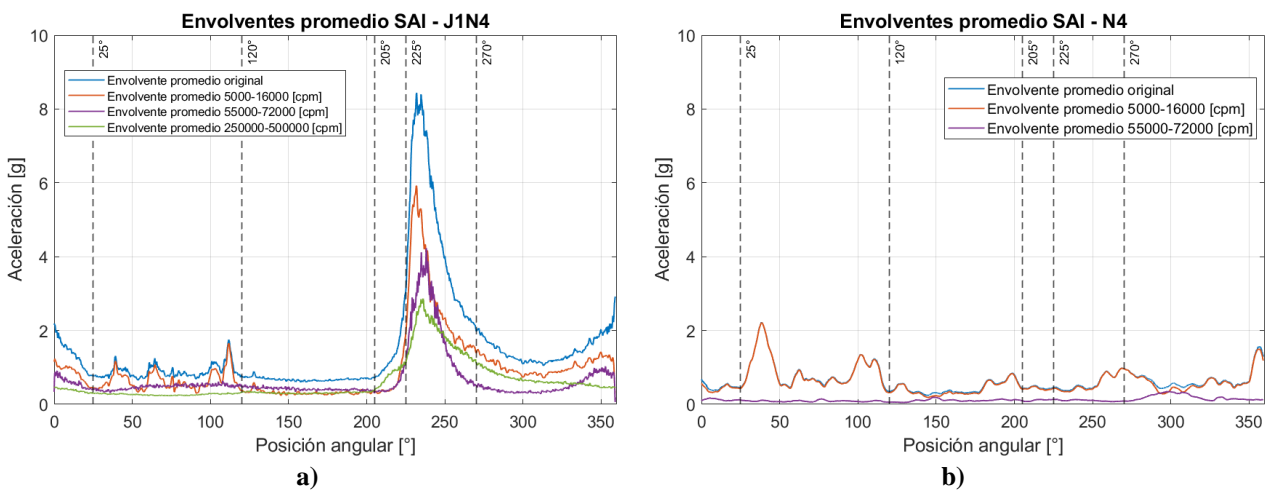
Se observa que la señal original alcanza una amplitud máxima aproximada de 20 g, mientras que las señales filtradas presentan amplitudes del orden de 10 g, lo que indica que una proporción importante de la energía vibratoria se concentra dentro de los rangos de frecuencia seleccionados.

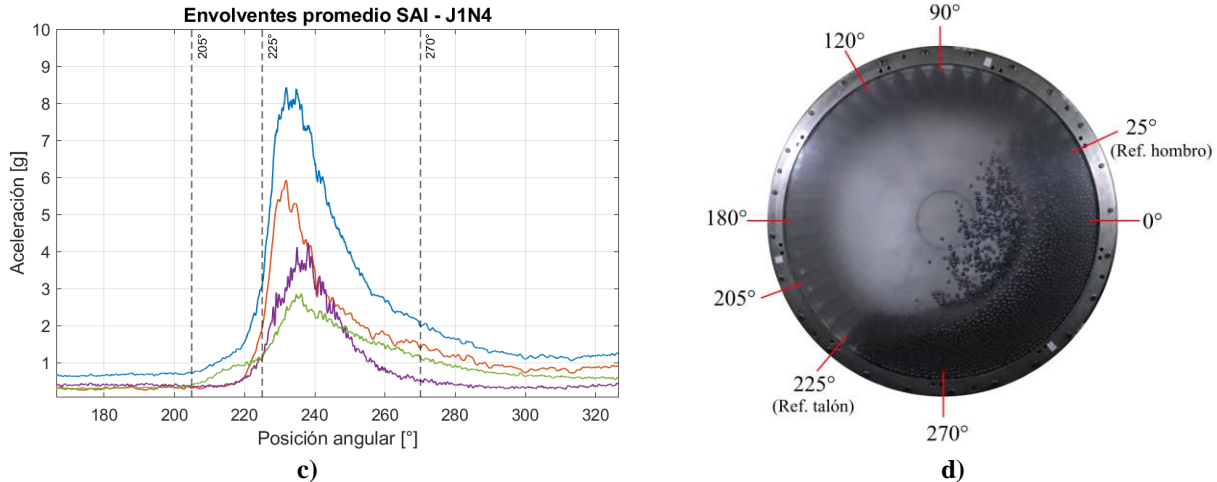
El análisis de la señal filtrada en el rango de 5000 - 16000 [cpm], correspondiente a la zona resonante principal del sistema de medición representa de mejor forma las excitaciones del molino, relacionadas al sistema de transmisión y los componentes internos del molino. Para la señal filtrada en el rango de 55000 – 72000 [cpm] se observa un comportamiento similar, debido a que se trata de la zona resonante secundaria.

Por otro lado, al aplicar el filtro en el rango de 250000 - 500000 [cpm], se identifican variaciones significativas comportamiento de la señal, particularmente cuando el sensor comienza a acercarse al riñón de la carga, es decir, cuando comienza a aumentar la amplitud. En este caso, las envolventes obtenidas muestran una respuesta más representativa de la dinámica de la carga.

En particular, las envolventes promedio suavizan las oscilaciones y destacan los eventos repetitivos, facilitando la identificación de posiciones angulares donde se concentran las mayores excitaciones. En el caso del filtro 250000 - 500000 [cpm], la envolvente promedio muestra un aumento notable al ingresar al riñón de carga, lo que refuerza su relación con el comportamiento de la carga.

La Figura 7.4 presenta las envolventes promedio correspondientes a la señal original y a cada uno de los filtros aplicados para la condición de operación J1N4. Además, se presentan las envolventes promedio para la condición de operación sin carga con velocidad N4, permitiendo realizar una comparación. Por otra parte, también se presenta una imagen del molino indicando las posiciones angulares relevantes en estas señales.



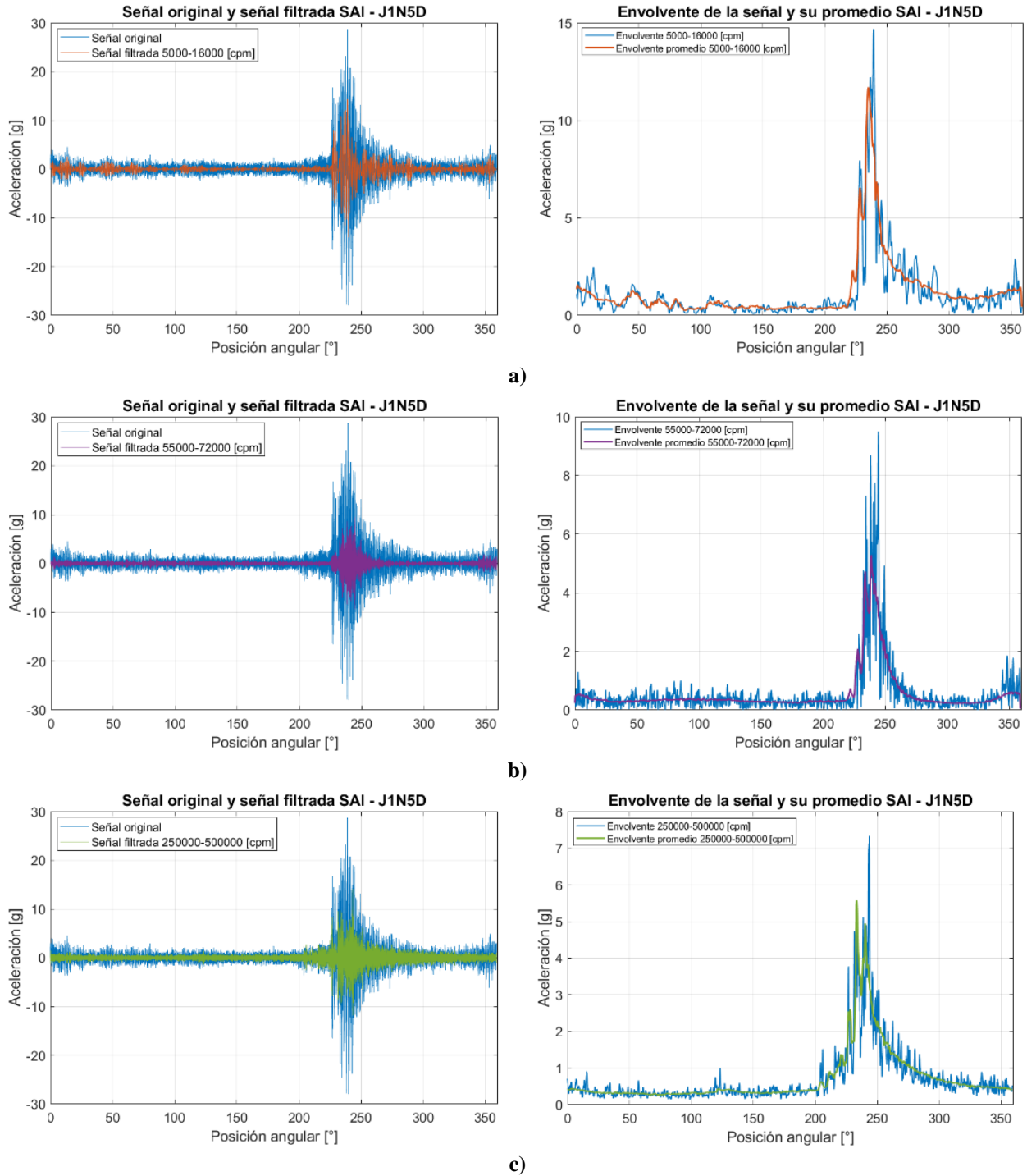


**Figura 7.4: Comparación entre el promedio las envolventes de la señal original, con filtro en el rango de 5000-16000 [cpm], 55000-72000 [cpm] y 250000-500000 [cpm]. a) J1N4, b) Sin carga N4, c) J1N4 zona de la carga, d) Comportamiento de la carga en el interior del molino para J1N4.**

En la Figura 7.4d se aprecia que esta condición de operación no presenta impactos sobre los revestimientos. Por otra parte, al comparar las Figuras 7.4a y 7.4b, se puede observar que las variaciones de la señal que se presentan entre los ángulos 25° y 120° son excitaciones propias del molino, debido a que estas componentes que se presentan en ambos gráficos.

Todas las señales filtradas en los distintos rangos acompañan un aumento principal de amplitud entre las posiciones angulares 225° - 270°, reflejando el ingreso a la zona de interacción entre la carga y los revestimientos. Antes de este aumento de amplitud, en la posición angular 205° se aprecian incrementos más suaves en la envolvente filtrada entre 250000 - 500000 [cpm], lo que indica la cercanía al talón, la carga que recircula genera esta variación de amplitud cuando el sensor se acerca al talón. Luego aproximadamente a 225° aumenta considerablemente la amplitud marcando la posición angular del talón. Finalmente, al acercarse a la posición angular del hombro hay un nuevo aumento y luego una disminución de la amplitud en la posición angular de 25° indicando el hombro de la carga. Se concluye que existen cambios vibratorios que permiten identificar con precisión, las posiciones angulares del hombro y el talón.

A continuación, en la Figura 7.5 se presentan las señales filtradas y sus respectivas envolventes para la condición de operación J1N5D, lo que permitirá analizar las señales de vibración a medida que aumenta la velocidad de rotación y comienzan los impactos sobre los revestimientos.

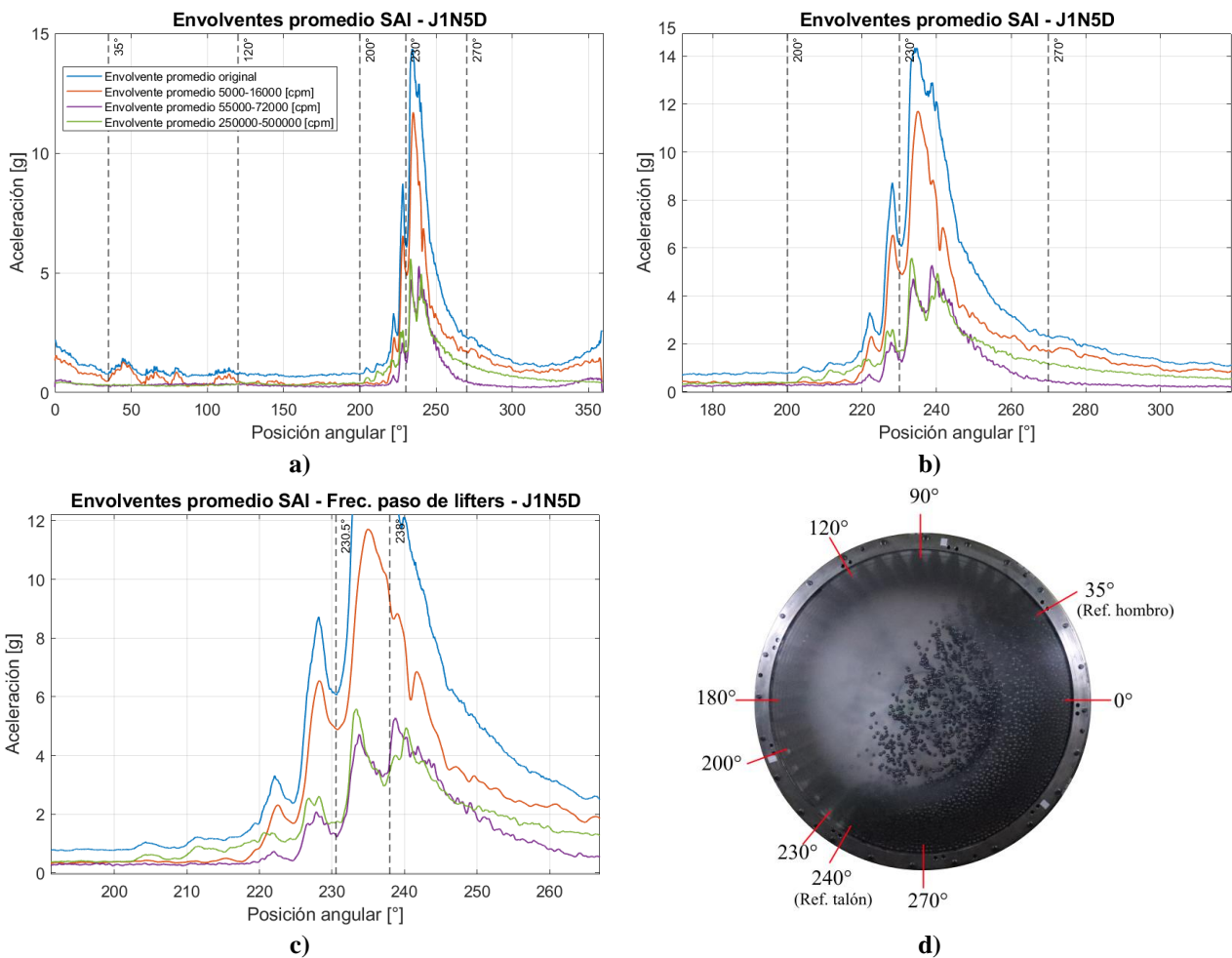


**Figura 7.5:** Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N5D. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm].

En comparación con J1N4, la señal original alcanza ahora valores de aceleración cercanos a 30 g, lo que implica un incremento en la energía debido a los impactos en los revestimientos. Al igual que en la condición de operación anterior en la Figura 7.5c, alrededor de los 200° se observan aumentos en

la amplitud, reflejando la aproximación al talón de la carga. Cercanos a los  $230^{\circ}$  -  $270^{\circ}$  se concentran los máximos de aceleración en cada rango de frecuencia, lo que confirma que la zona de mayor interacción.

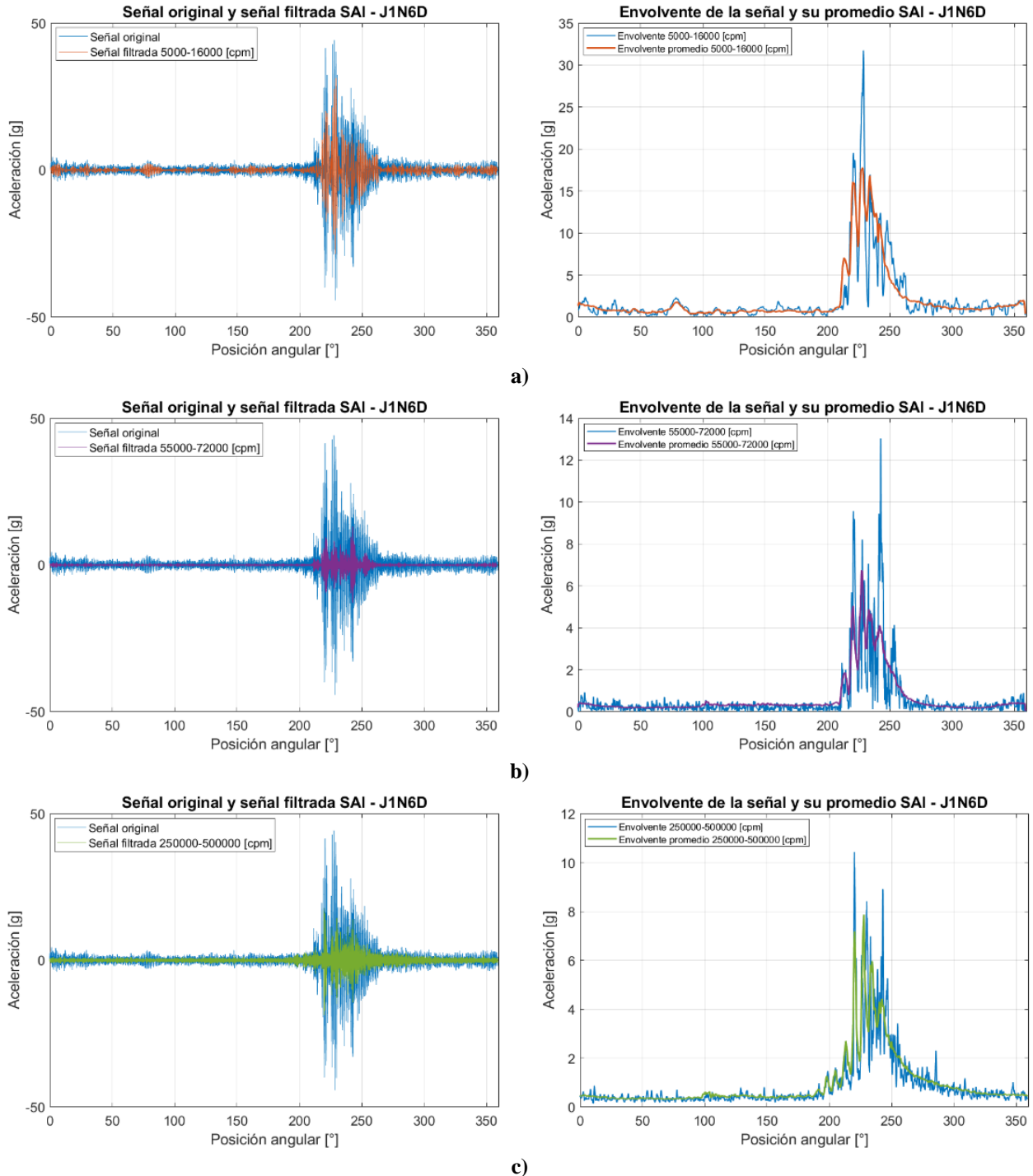
La Figura 7.6 presenta las envolventes promedio de la señal original y las señales filtradas, donde se puede observar principalmente que desde la posición angular de  $200^{\circ}$  la amplitud presenta variaciones de amplitud en el peak, las cuales son representativas de las oleadas de carga debido a la frecuencia de paso de los lifters, ya que sus periodos corresponden a  $1/48$  rev. Por otra parte, desde los  $220^{\circ}$  estas aumentan su amplitud y coinciden con el punto de impactos.



**Figura 7.6:** a) Comparación entre el promedio las envolventes de la señal original, con filtro en el rango de 5000-16000 [cpm], 55000-72000 [cpm] y 250000-500000[cpm] a) J1N5D , b) J1N5D zona de la carga, c) Frecuencia de paso de los lifters, d) Comportamiento de la carga en el interior del molino para J1N5D.

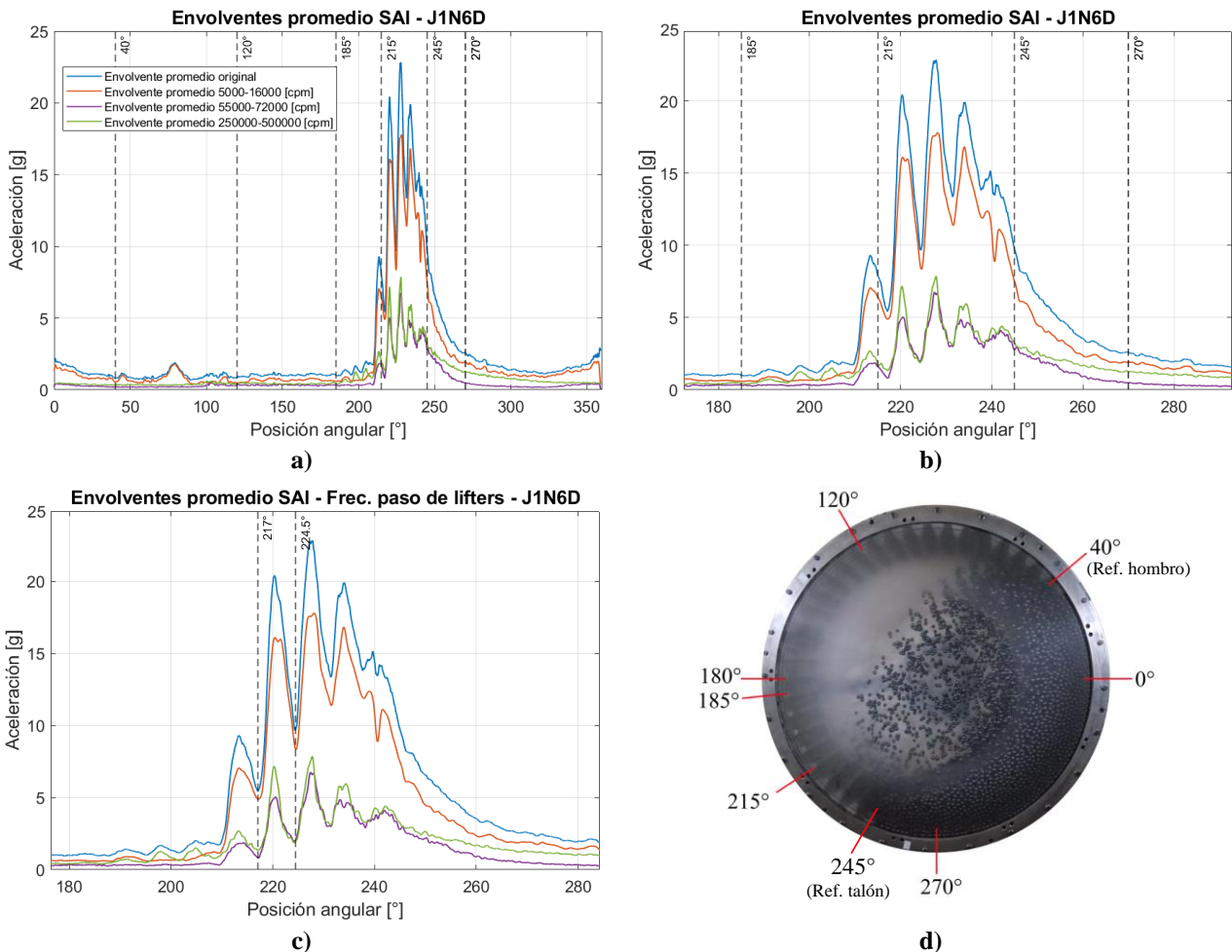
A pesar de estas variaciones, es posible identificar el aumento considerable de la amplitud en  $230^{\circ}$ . Sin embargo se puede observar en la Figura 7.6c que el talón corresponde a la posición angular de  $240^{\circ}$ , lo cual tiene relación cuando dejan de presentarse las oleadas en la señal. Por otro lado, la posición angular del hombro, debido a sus bajas amplitudes, puede determinarse con precisión en  $35^{\circ}$ .

A continuación, se analizará la condición de operación J1N6D. Esta condición de operación se caracteriza por una mayor cantidad de impactos sobre los revestimientos. En la Figura 7.7 se presentan los resultados obtenidos para esta condición de operación, incluyendo las señales originales, las señales filtradas en los rangos de frecuencia de interés y sus respectivas envolventes.



**Figura 7.7:** Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N6D. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm].

Se puede observar que se repiten las mismas tendencias de aumento de amplitud y la señal filtrada en el rango de 5000 - 16000 continúa reflejando excitaciones propias del molino. Por otra parte, la envolvente de la señal filtrada en el rango de 250000 - 500000 [cpm] presenta valores de amplitud en el rango de 8 g representando una mayor cantidad de energía en impactos, es decir, una mayor cantidad de impactos en los revestimientos. A diferencia de condiciones anteriores, donde predominaba un peak principal, las señales ahora presentan múltiples peaks entre 215° y 270°, esto representa las oleadas de impactos al igual que la condición anterior. En la Figura 7.8 se presentan las envolventes promedio de la señal original y las señales filtradas en conjunto con el comportamiento de la carga a esta condición de operación.

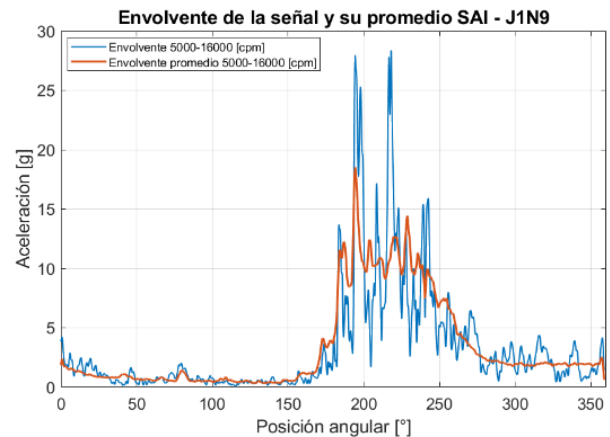
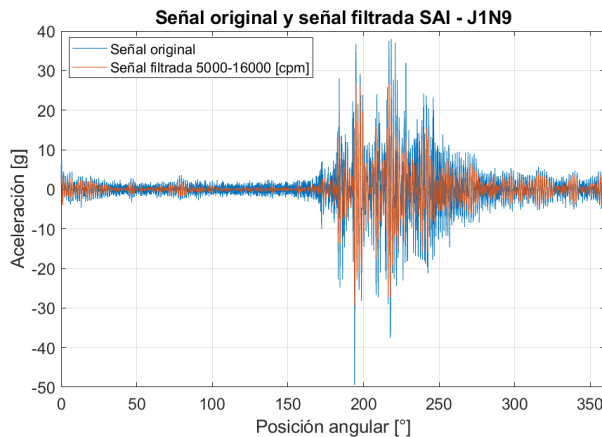


**Figura 7.8:** a) Comparación entre el promedio las envolventes de la señal original, con filtro en el rango de 5000-16000 [cpm], 55000-72000 [cpm] y 250000-500000[cpm] a) J1N6D , b) J1N6D zona de la carga, c) Frecuencia de paso de los lifters, d) Comportamiento de la carga en el interior del molino para J1N6D.

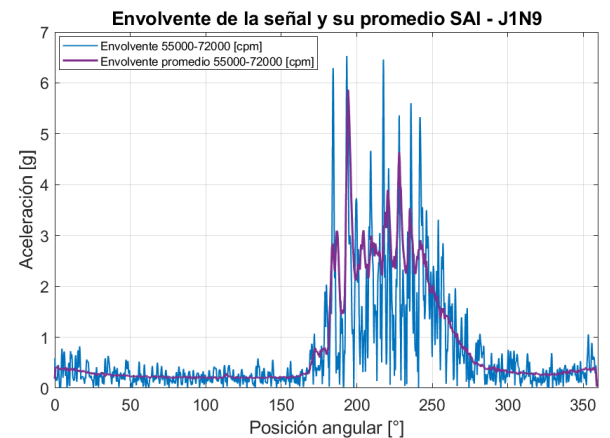
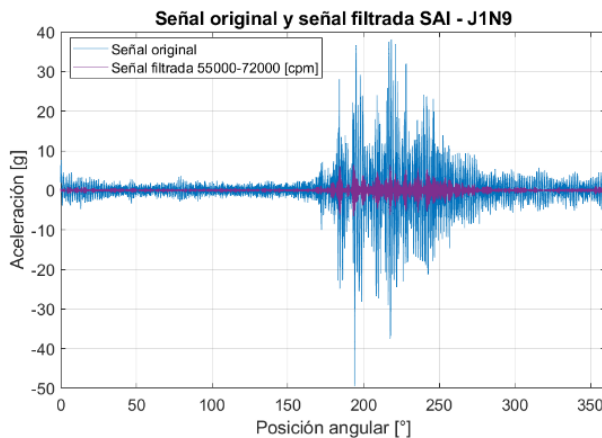
Se puede evidenciar que es más difícil identificar con precisión la posición angular del talón debido a la sensibilidad del sistema de medición. Entre las posiciones angulares 185° y 215°, se pueden observar pequeñas variaciones de amplitud con la frecuencia de paso de los lifters, lo que indica que el sensor se está acercando a la zona de impactos. A pesar de que la condición J1N6D presenta transiciones angulares más abruptas en la posición angular de 215°, esto indica impactos sobre los

revestimientos. Sin embargo, cuando dejan de percibirse oleadas en  $245^\circ$  corresponde a la posición angular del talón, por lo tanto, en condiciones de operación donde existen impactos el análisis del talón es diferente. Por otra parte, el hombro si se puede identificar debido a la disminución de la amplitud en la posición angular de  $40^\circ$ .

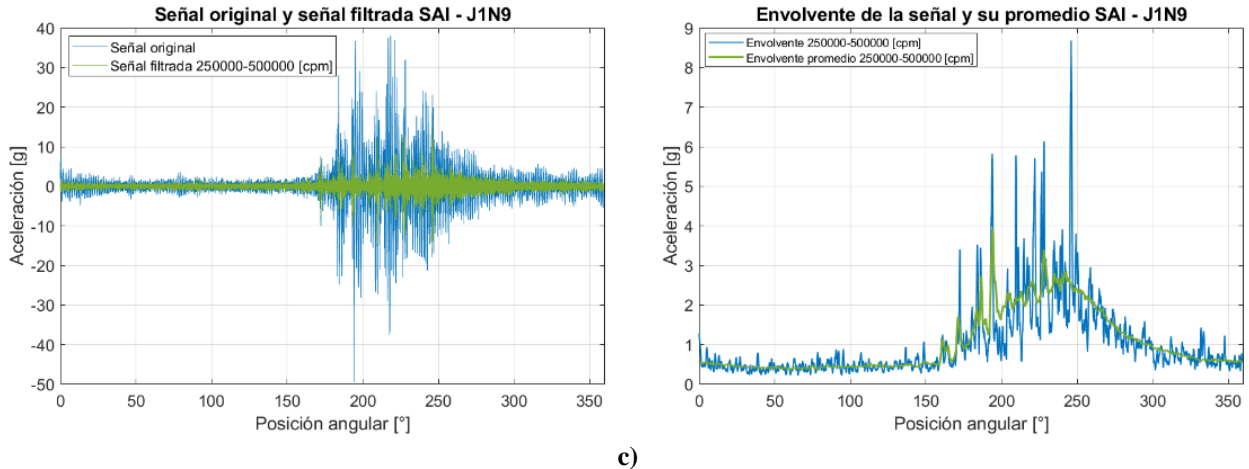
Finalmente, se analiza la condición de operación J1N9, la cual presenta una gran cantidad de impactos sobre los revestimientos. En la Figura 7.5 se puede observar las señales filtradas y su envolvente respectivamente para J1N9.



a)

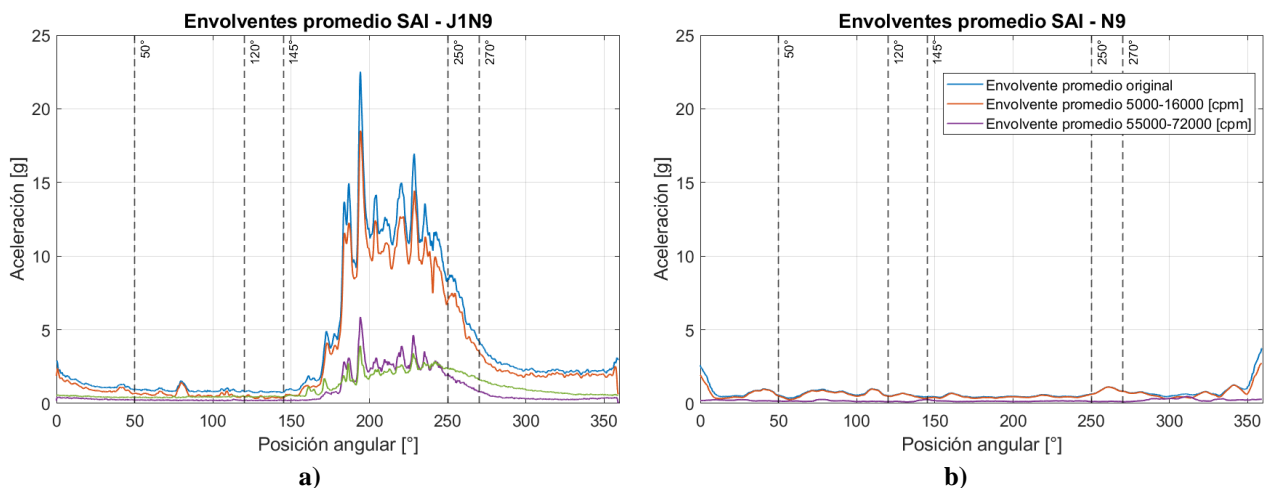


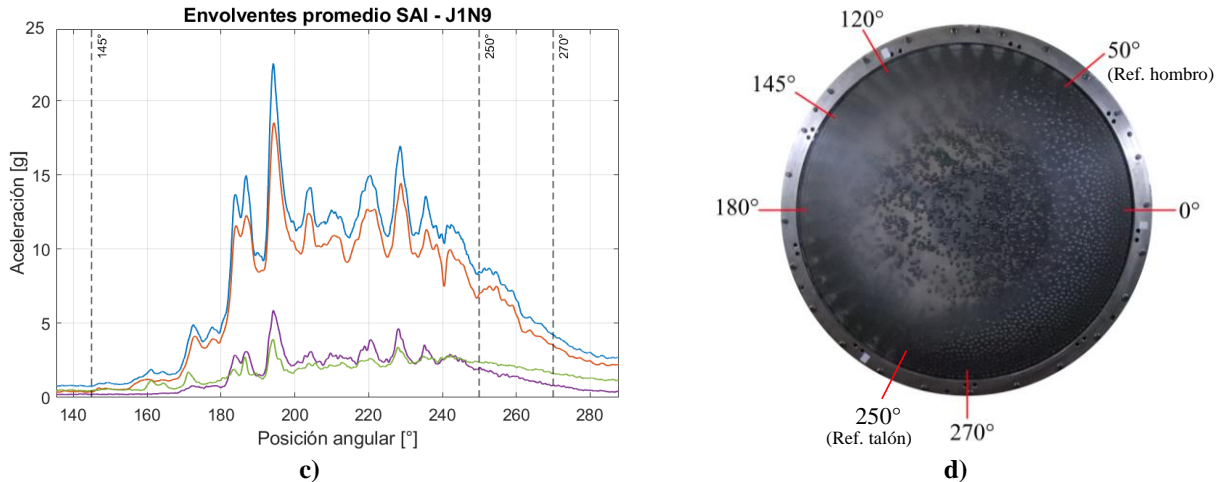
b)



**Figura 7.9: Señal original y filtrada SAI junto con la envolvente de cada señal y su promedio – J1N9. a) Filtro pasa banda 5000-16000 [cpm], b) Filtro pasa banda 55000-72000 [cpm], c) Filtro pasa banda 250000 – 500000 [cpm].**

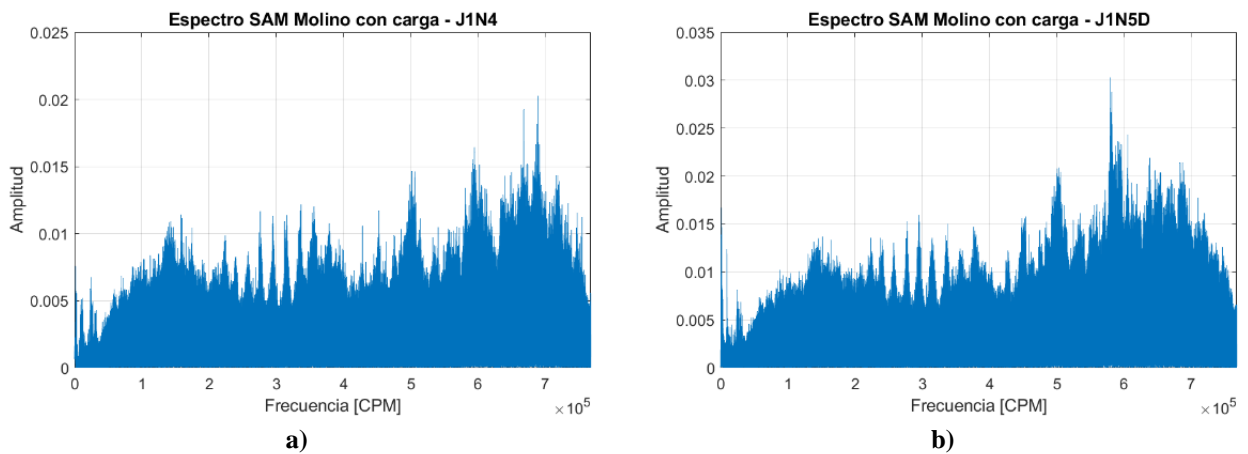
Se puede observar que, en esta condición de operación, la envolvente promedio pierde representatividad debido a la aleatoriedad de los impactos generados por la carga. Sin embargo, aún permite evidenciar la energía promedio contenida en la señal. En la Figura 7.10, se aprecia la presencia de múltiples peaks consecutivos en el rango de  $145^\circ$  y  $270^\circ$  a la frecuencia de paso de lifters. Debido a la cantidad de impactos ya no se logra identificar el talón de la carga. Por otro lado, el hombro de la carga también se ve afectado, ya que coincide con las posiciones angulares donde se producen excitaciones del molino y no se logra identificar. Cabe destacar que esta velocidad de rotación no corresponde a una condición de operación habitual en los molinos, lo cual podría explicar el comportamiento observado.





## 7.2 Resultados sensor en el manto.

Por otra parte, para analizar las señales del sensor SAM, primero se deben identificar las frecuencias predominantes en estas señales, para lo cual se determinó el espectro frecuencial. Los resultados para cada condición de operación se presentan en la Figura 7.12. Se puede observar que las señales presentan un amplio rango de frecuencias y son señales más aleatorias en comparación con el sensor SAI.



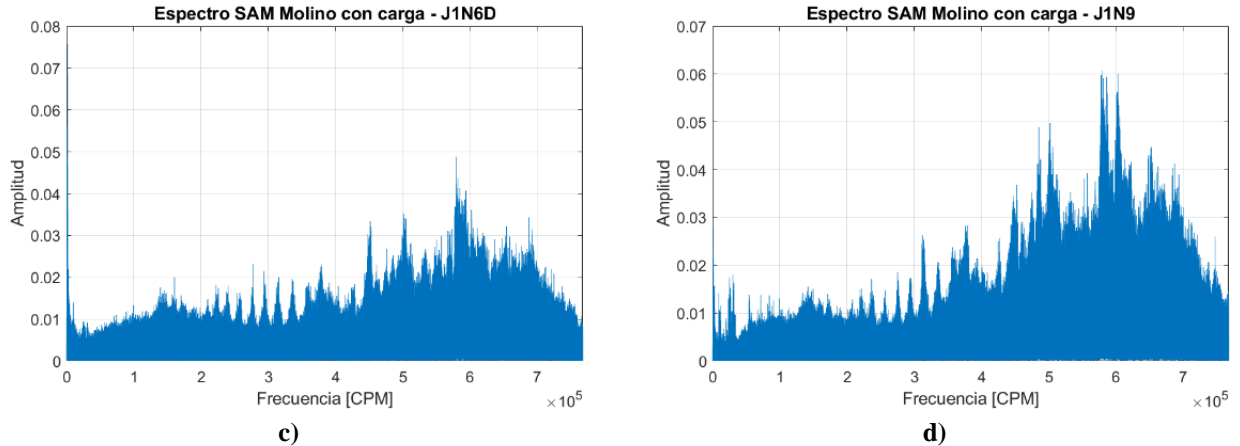
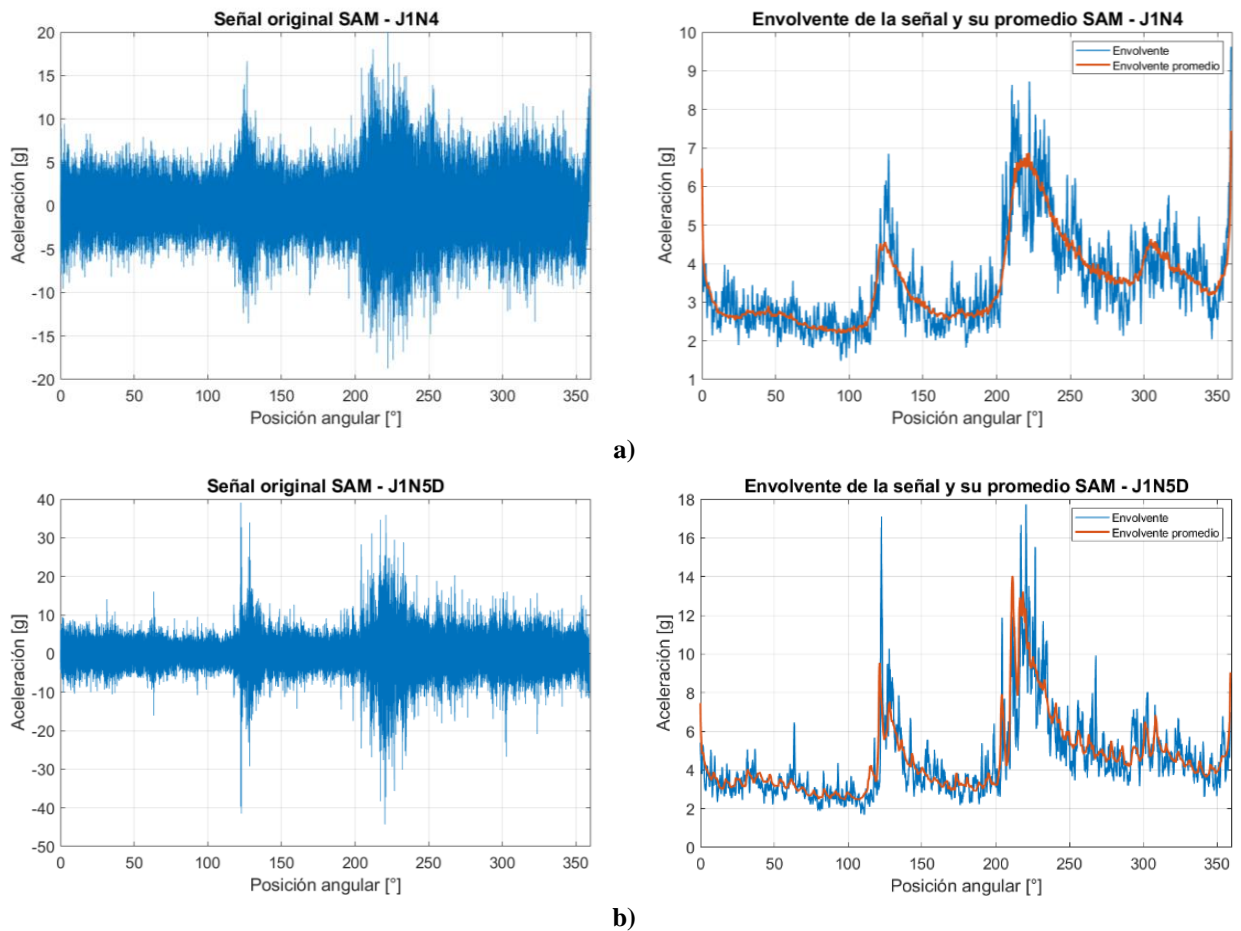
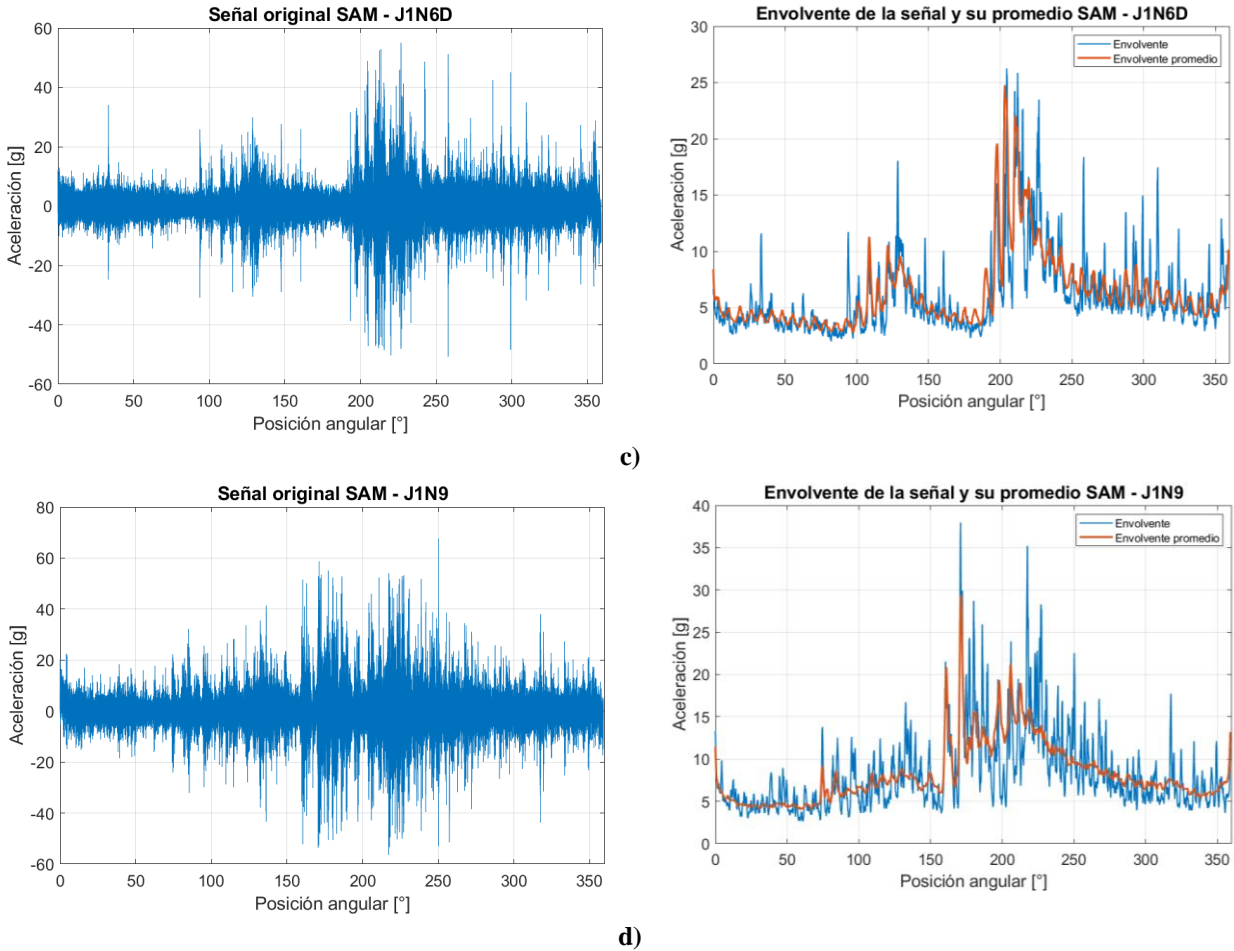


Figura 7.12: Espectro SAM para diferentes condiciones de operación. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9.

Se puede observar estas señales en conjunto de su envolvente en la Figura 7.13 para las condiciones de operación analizadas anteriormente. Las señales presentan rango de amplitud entre los  $200^\circ$  y  $300^\circ$  al igual que con el sensor SAI. Sin embargo, no se logran evidenciar posiciones angulares relevantes como el talón y el hombro. Por otra parte, también se presenta un peak entre las posiciones angulares de  $100^\circ$  y  $150^\circ$ , las cuales tienen un origen desconocido y son más notorias a bajas velocidades de operación.





**Figura 7.13:** Señal SAM junto con la envolvente y su promedio. a) J1N4, b) J1N5D, c) J1N6D, d) J1N9.

Por lo tanto, si bien el sensor SAM entrega mediciones con características similares al sensor SAI, las señales que registra no son lo suficientemente claras para realizar un análisis del comportamiento de la carga. Además, presenta un peak de origen desconocido que tiende a disminuir a medida que aumenta la velocidad de rotación del molino. No obstante, dado que su ubicación corresponde a una posición más comúnmente utilizada, sus datos resultan útiles como referencia para validar que las mediciones obtenidas desde el sensor instalado en el interior del lifter son representativas del comportamiento de la carga.

## CAPÍTULO 8: Conclusiones

El sistema de medición instalado al interior del lifter del molino demostró ser una herramienta para registrar las señales de vibración asociadas a las interacciones dinámicas entre la carga y los revestimientos. La ubicación del sensor permitió una captación directa de los impactos, entregando información representativa del comportamiento interno del molino.

El análisis de las señales registradas evidenció que las interacciones con la carga se manifiestan principalmente en las componentes de alta frecuencia, lo cual es coherente con la naturaleza impulsiva de estos eventos. Asimismo, se identificó que el sistema de medición presenta dos zonas resonantes entre los rangos de 5000 – 16000 [cpm] y 55000 – 72000 [cpm].

El uso de un filtro pasa alto permitió eliminar la componente DC asociada a la rotación del molino, facilitando la observación de los eventos dinámicos de interés. Asimismo, la señal filtrada que permitía identificar de forma más clara las posiciones angulares del talón, hombro y punto de impacto corresponde al filtro de alta frecuencia entre el rango de 250000 – 500000 [cpm].

Por otra parte, determinar la envolvente de la señal proporcionó una representación clara de la variación de la energía vibratoria de la señal a lo largo de la rotación del molino, permitiendo observar con mayor facilidad los cambios en la magnitud de las vibraciones, eliminando la oscilación negativa y facilitando así la identificación de variaciones de energía que puede ser causada por impactos. Además, su promedio permitió identificar con mayor claridad los eventos repetitivos en cada rotación del molino.

Finalmente, las mediciones realizadas con el sensor en el manto del molino (SAM) permitieron obtener un punto de comparación con el sensor montado en el interior. Si bien las señales obtenidas no fueron lo suficientemente claras para un análisis del comportamiento de la carga, y presentaron un peak de origen no determinado que disminuye con el aumento de la velocidad de rotación, su ubicación, más habitual en otras investigaciones, permitió determinar que las mediciones internas reflejan de manera más directa y representativa las interacciones dinámicas entre la carga y los revestimientos.

## Referencias

- [1] C. Xie, Y. Zhao, T. Song, and Y. Zhao, 'Investigation of the effect of filling level on the wear and vibration of a SAG mill by DEM', *Particuology*, vol. 63, pp. 24–34, Apr. 2022, doi: 10.1016/j.partic.2021.04.009.
- [2] Herbst et al., 2003, cap. 3 John A. Herbst, Yi Chang Lo, & Brian Flintoff. (2003). Size reduction and liberation. En M. C. Fuerstenau y K. N. Han (Eds), *Principles of Mineral Processing* (3er capitulo, pp. 61-79). Littleton, CO, USA: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. (SME).
- [3] Rosana, B. A., Ada, C., & Victor, G. (2022). Informe de actualización del consumo energético de la minería del cobre al año 2021. Santiago, Chile: Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO).
- [4] Rosana, B. A., & Jorge, C. A. (2022). Proyección del consumo de energía eléctrica en la minería del cobre 2021-2032. Santiago, Chile: Comisión Chilena del Cobre (COCHILCO).
- [5] S. Banisi and M. Hadizadeh, '3-D liner wear profile measurement and analysis in industrial SAG mills', *Miner Eng*, vol. 20, no. 2, pp. 132–139, Feb. 2007, doi: 10.1016/j.mineng.2006.07.008.
- [6] P. W. Cleary and P. Owen, 'Effect of liner design on performance of a HICOM® mill over the predicted liner life cycle', *Int J Miner Process*, vol. 134, pp. 11–22, Jan. 2015, doi: 10.1016/j.minpro.2014.11.003.
- [7] S. J. Spencer et al., 'Ph +61 3 9545 8000, Fax +61 3 9545 8080 3 Mintek, Private Bag X3015, Randburg 2125', 2001. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/291046663>
- [8] B. Behera, B. K. Mishra, and C. V. R. Murty, 'Experimental analysis of charge dynamics in tumbling mills by vibration signature technique', *Miner Eng*, vol. 20, no. 1, pp. 84–91, Jan. 2007, doi: 10.1016/j.mineng.2006.05.007.
- [9] K. S. Gugel and R. M. Moon, "Automated mill control using vibration signal processing," 2007 IEEE Cement Industry Technical Conference Record, Charleston, SC, USA, 2007, pp. 17-25, doi: 10.1109/CITCON.2007.358983.
- [10] Z. gang Su, P. hong Wang, X. jun Yu, and Z. zhong Lv, 'Experimental investigation of vibration signal of an industrial tubular ball mill: Monitoring and diagnosing', *Miner Eng*, vol. 21, no. 10, pp. 699–710, Sep. 2008, doi: 10.1016/j.mineng.2008.01.009.
- [11] G. Si, H. Cao, Y. Zhang, and L. Jia, 'Experimental investigation of load behaviour of an industrial scale tumbling mill using noise and vibration signature techniques', *Miner Eng*, vol. 22, no. 15, pp. 1289–1298, Dec. 2009, doi: 10.1016/j.mineng.2009.07.010.
- [12] P. Huang, M. ping Jia, and B. lin Zhong, 'Investigation on measuring the fill level of an industrial ball mill based on the vibration characteristics of the mill shell', *Miner Eng*, vol. 22, no. 14, pp. 1200–1208, Nov. 2009, doi: 10.1016/j.mineng.2009.06.008.
- [13] J. Tang, L. J. Zhao, J. W. Zhou, H. Yue, and T. Y. Chai, 'Experimental analysis of wet mill load based on vibration signals of laboratory-scale ball mill shell', *Miner Eng*, vol. 23, no. 9, pp. 720–730, Aug. 2010, doi: 10.1016/j.mineng.2010.05.001.
- [14] S. P. Das, D. P. Das, S. K. Behera, and B. K. Mishra, 'Interpretation of mill vibration signal via wireless sensing', *Miner Eng*, vol. 24, no. 3–4, pp. 245–251, Feb. 2011, doi: 10.1016/j.mineng.2010.08.014.
- [15] S. Mohanty, K. K. Gupta, and K. S. Raju, 'Vibration Feature Extraction and Analysis of Industrial Ball Mill Using MEMS Accelerometer Sensor and Synchronized Data Analysis Technique', in

- Procedia Computer Science, Elsevier, 2015, pp. 217–224. doi: 10.1016/j.procs.2015.08.058.
- [16] D. K. Nayak, D. P. Das, S. K. Behera, and S. P. Das, ‘Monitoring the fill level of a ball mill using vibration sensing and artificial neural network’, *Neural Comput Appl*, vol. 32, no. 5, pp. 1501–1511, Mar. 2020, doi: 10.1007/s00521-019-04555-5.
- [17] A. Dorkhah, A. Arab Solghar, and M. Rezaeizadeh, ‘Experimental Analysis of Semi-autogenous Grinding Mill Characteristics Under Different Working Conditions’, *Iranian Journal of Science and Technology - Transactions of Mechanical Engineering*, vol. 44, no. 4, pp. 1103–1114, Dec. 2020, doi: 10.1007/s40997-019-00318-8.
- [18] P. W. Cleary, M. D. Sinnott, and R. D. Morrison, “DEM prediction of particle flows in grinding processes,” *Int J Numer Methods Fluids*, vol. 58, no. 3, pp. 319–353, Sep. 2008, doi: 10.1002/flid.1728.
- [19] L. Xu, K. Luo, Y. Zhao, J. Fan, and K. Cen, “Influence of particle shape on liner wear in tumbling mills: A DEM study,” *Powder Technol*, vol. 350, pp. 26–35, May 2019, doi: 10.1016/j.powtec.2019.03.033.
- [20] C. Xie, Y. Zhao, T. Song, and Y. Zhao, “Investigation of the effect of filling level on the wear and vibration of a SAG mill by DEM,” *Particuology*, vol. 63, pp. 24–34, Apr. 2022, doi: 10.1016/j.partic.2021.04.009.
- [21] C. T. Jayasundara and H. P. Zhu, “Predicting liner wear of ball mills using discrete element method and artificial neural network,” *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 182, pp. 438–447, Jun. 2022, doi: 10.1016/j.cherd.2022.04.013.
- [22] Venegas Pulgar, J. I. (2019). Análisis numérico-experimental de la influencia de los lifters y las condiciones de operación en la dinámica de la carga y los requerimientos de potencia de molinos rotatorios en la industria minera. Tesis de magister, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.
- [23] Wu, M., & Wang, V. (2014). Modeling ball impact on the wet mill liners and its application in predicting mill magnetic liner performance. *Minerals Engineering*, 61, 126–132. <https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.09.019>
- [24] Herbst et al., 2003, cap. 3 John A. Herbst, Yi Chang Lo, & Brian Flintoff. (2003). Size reduction and liberation. En M. C. Fuerstenau y K. N. Han (Eds), *Principles of Mineral Processing* (3er capítulo, pp. 61-79). Littleton, CO, USA: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. (SME).
- [25] I. Finnie. (1960). Erosion of surfaces by solid particles. *Wear*, Volume 3, Pages 87 103.
- [26] Yongzhi Zhao, Huaqing Ma, Lei Xu & Jinyang Zheng. (2017). An erosion model for the discrete element method. *Particuology*, Volume 34, Pages 81-88
- [27] I. Finnie. (1972). Some observations on the erosion of ductile metals. *Wear*, Volume 19, Pages 81-90.

- [28] Zhao, Y., Ma, H., Xu, L., & Zheng, J. (2017). An erosion model for the discrete element method. *Particuology*, 34, 81–88. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2016.12.005>
- [29] Archard, J. F. (1953). Contact and Rubbing of Flat Surfaces. *Journal of Applied Physics*, Vol.24, pp. 981-988.
- [30] Archard, J.F. (1980). Wear Theory and Mechanisms. *Wear Control Handbook*. American Society of Mechanical Engineers, New York. pp. 35–80.
- [31] ESSS. (2018). DEM Technical Manual 4.2. ESSS Rocky DEM, S.R.L.
- [32] Thomson, W. T. (1981). *Theory of vibration with applications*. Prentice-Hall.
- [33] Ruíz, S. C. (2023). Validación de un modelo DEM de un molino rotatorio a escala de laboratorio. Proyecto de ingeniería mecánica, Universidad de Concepción.
- [34] Estupiñán, E., Martín, C. S., & Solaligue, R. (2006). Diseño e implementación de un analizador virtual de vibraciones mecánicas design and implementation of a virtual analyzer of mechanical vibrations. In *Rev. Fac. Ing.-Univ. Tarapacá* (Vol. 14, Issue 1).
- [35] Cerna, D. R (2022). Análisis del proceso de conminución de material al interior de un molino rotatorio. Memoria de título, Universidad de Concepción.
- [36] Morrell, S., and R. Morrison. 1989. “Ore Charge, Ball Load and Material Flow Effects on an Energy Based SAG Mill Model.” SAG Conference (September 1989).
- [37] Martel, M. S (2021). Estudio sobre el desgaste de los recubrimientos al interior de molinos rotatorios en función de las condiciones de operación. Memoria de título, Universidad de Concepción
- [38] Ruiz S, C. (2024). Estudio del desgaste de los recubrimientos de un molino rotatorio en función de sus variables operacionales a partir de la generación de un modelo DEM validado. Memoria de título, Universidad de Concepción.
- [39] López V, T. (2024). Análisis de la influencia del desgaste de recubrimientos en variables operacionales y fuerzas dinámicas en un molino rotatorio. Proyecto de ingeniería mecánica, Universidad de Concepción.

## Anexo A: Carta Gantt

En la Figura 6.1 se presenta la Carta Gantt correspondiente a la planificación de la metodología planteada anteriormente.

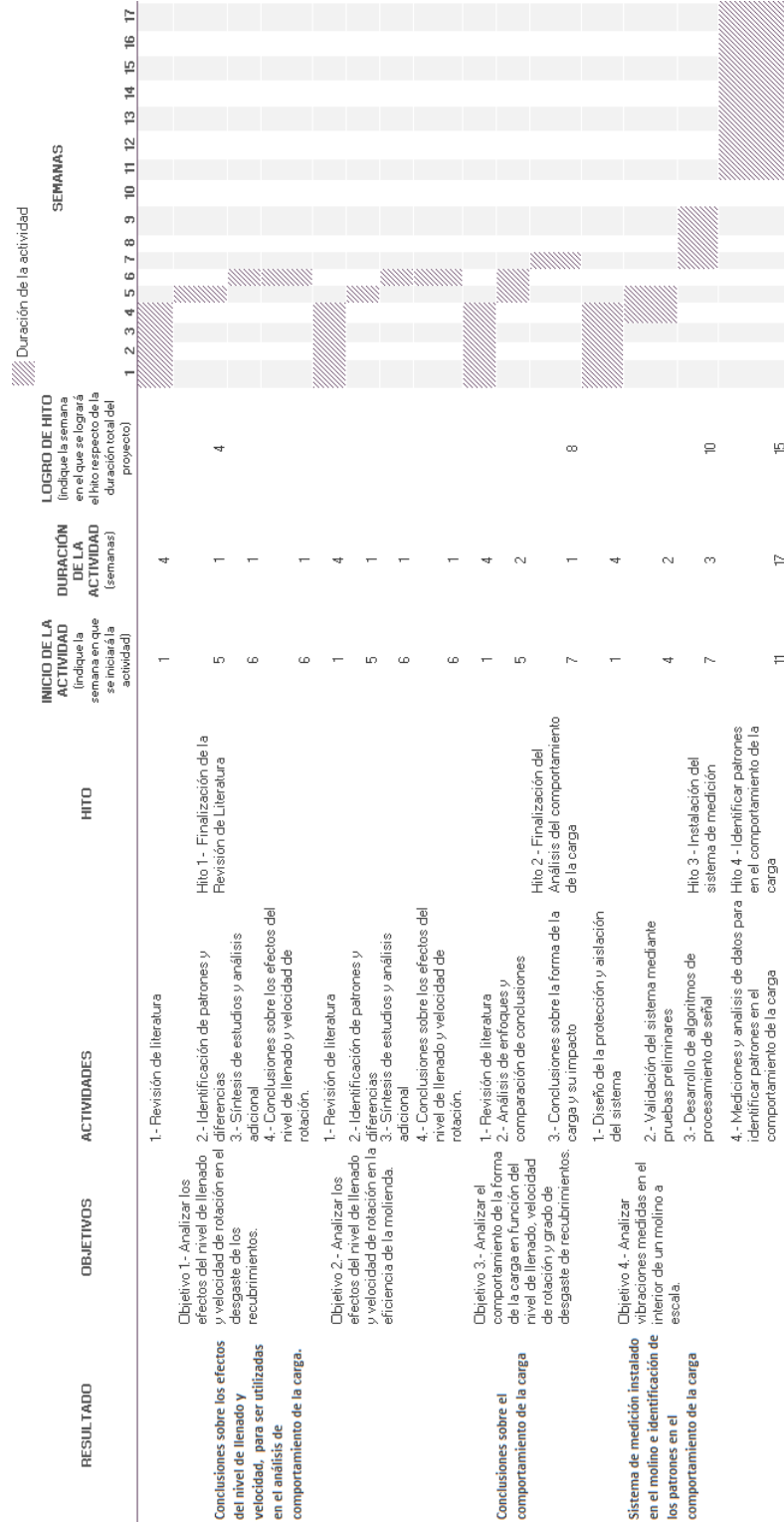


Figura 9.1: Carta Gantt

## Anexo B: Vaciado de un lifter

A continuación, se presentan los planos de dibujo correspondientes al vaciado del lifter con limitaciones geométricas se presentan en la Figura 7.1.

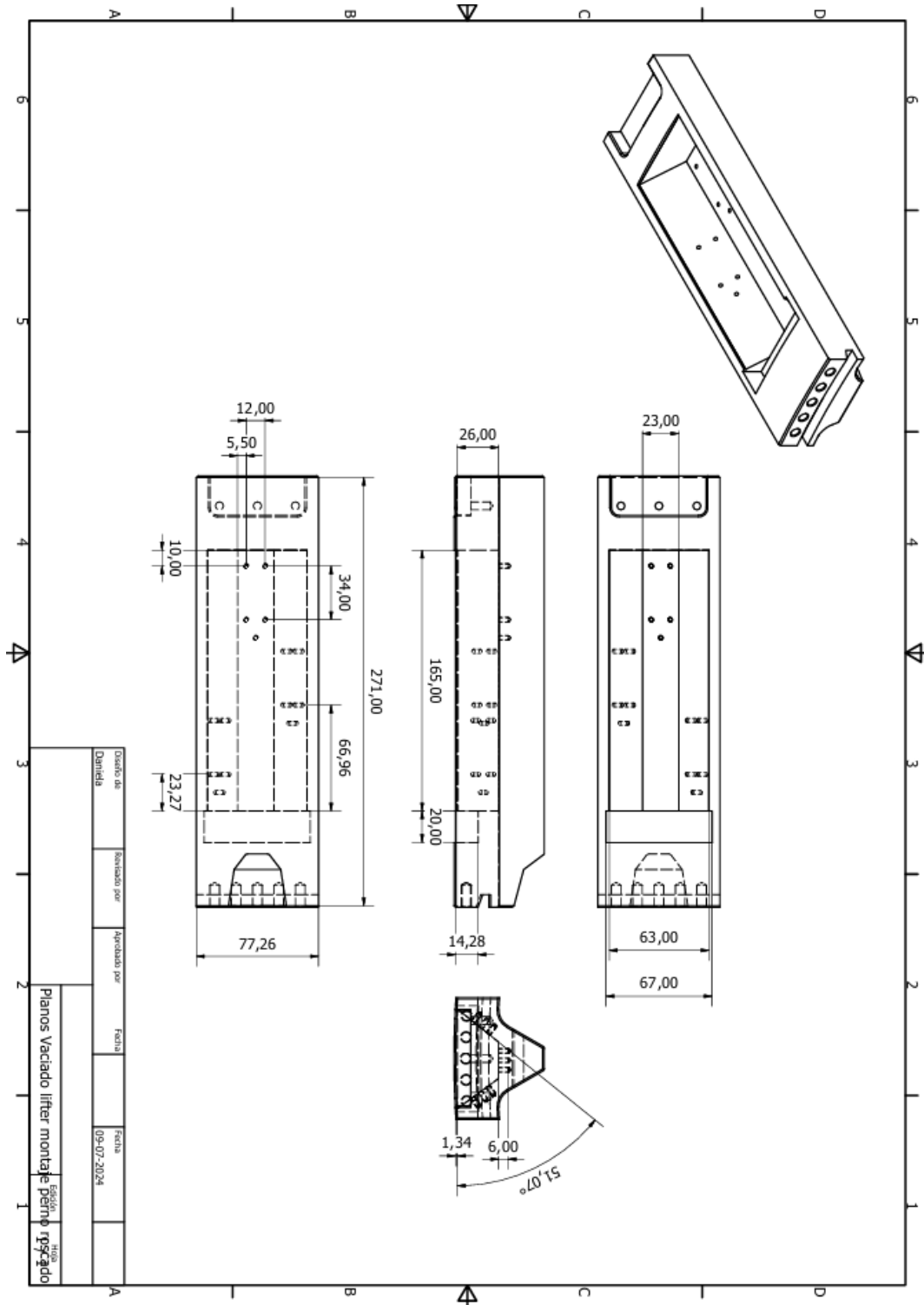
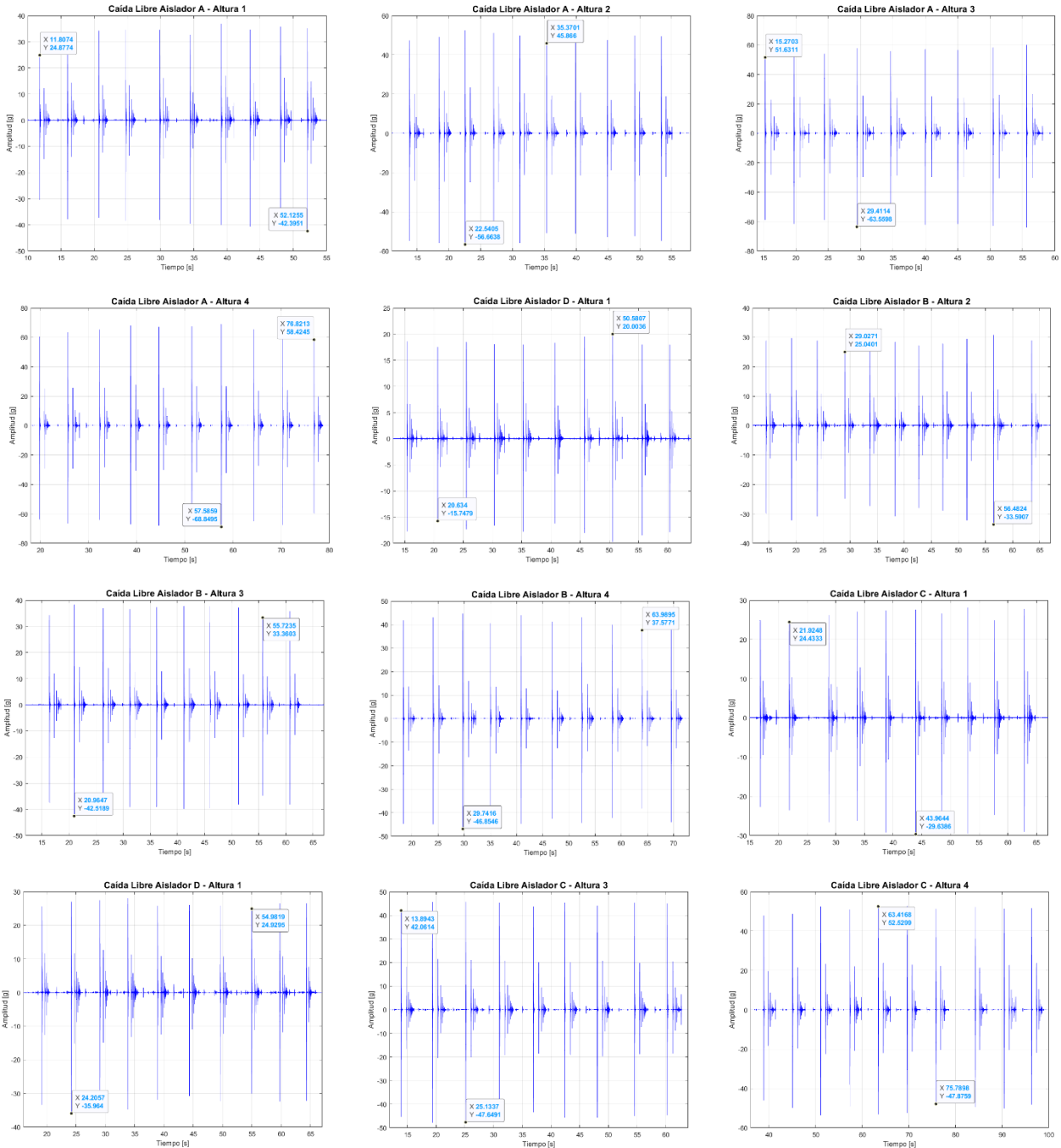
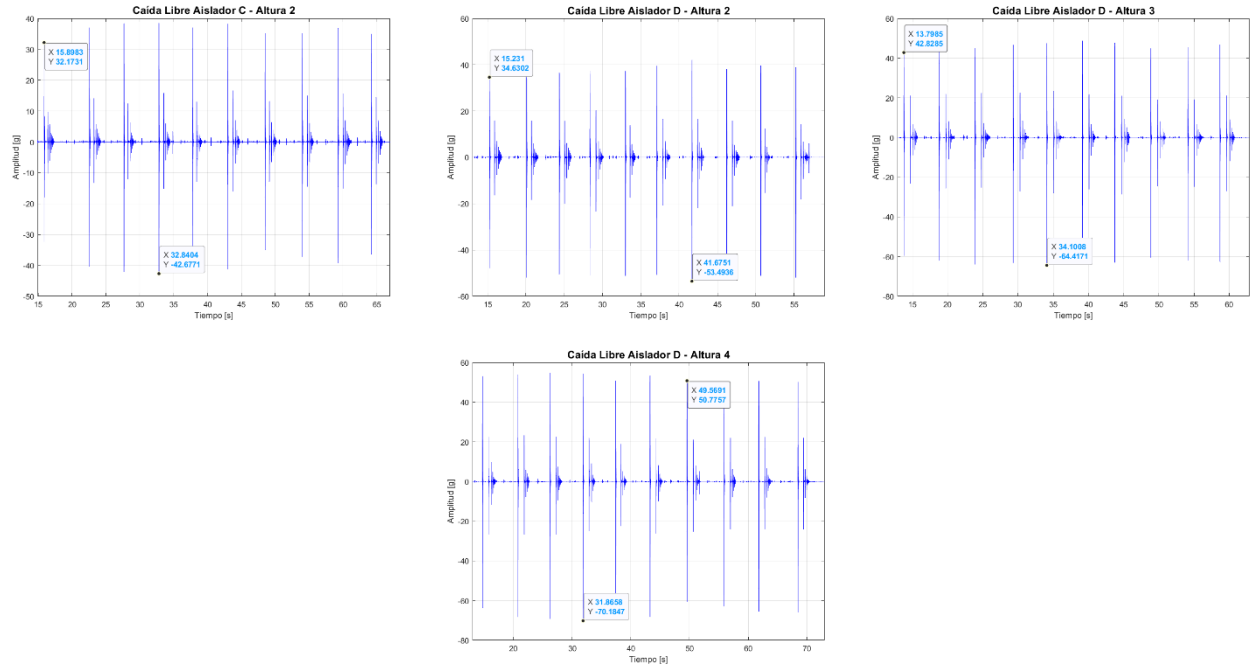


Figura 10.1: Planos de un lifter con vaciado.

## Anexo D: Gráficos caída libre

A continuación, En las Figura 12.1 se presentan los gráficos de las pruebas preliminares de los aisladores A, B, C y D respectivamente.





**Figura 11.1 : Pruebas preliminares para la selección de aislador.**