



Departamento de
Ingeniería Mecánica
Universidad de Concepción

Predicción de la fractura en el conformado incremental de láminas de PVC

Luis Alberto Torres Valdés

Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencia de la Ingeniería mención Ingeniería
Mecánica

Profesor guía:
Dr.-Ing. Carlos Medina

Agosto 2025
Concepción, Chile

©2025 Luis Alberto Torres Valdés

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

Agradecimientos

El autor del presente trabajo quiere agradecer a:

A mis padres, hermanas y tía Clara por su apoyo y amor.

A mis amigos Felipe, Matías, Valentina, Geovanni, Francisca y Catalina por su apoyo y compañía.

Al Departamento de Ingeniería Mecánica y a los profesores, en especial a mis patrocinantes Cristian Canales y Carlos Medina, por su guía y compañía durante este trabajo.

A Angelo Oñate, Victor Tuninetti y Meylí Valin Fernández, por formar parte de la comisión evaluadora.

Por ultimo, le agradezco a Dios por darme la oportunidad de estudiar este posgrado y brindarme las fuerzas necesarias en cada momento.

Resumen

El conformado incremental (ISF) ha emergido como una solución innovadora frente a los procesos tradicionales de conformado de lámina, ofreciendo mayor flexibilidad en la fabricación de piezas especializadas, que se producen en lotes pequeños. El ISF destaca por no usar matrices o utillajes especializados, lo que permite generar geometrías complejas con diferentes materiales. No obstante, su adopción a escala industrial aún se ve limitada por la escasa comprensión de los mecanismos de fractura que se producen durante el proceso, por lo que generar herramientas para predecir la aparición de la falla es el desafío actual.

Frente a este escenario, el presente trabajo propone caracterizar un modelo desacoplado de fractura dúctil para el Cloruro de polivinilo (PVC), basado en el modelo Bai-Wierzbiki, con el objetivo de prever el inicio de la falla en el proceso de conformado mediante el uso de simulaciones numéricas, sin la necesidad de fabricar la pieza. Si bien este modelo fue originalmente desarrollado para metales, en esta investigación se adapta y calibra para su aplicación en láminas poliméricas de PVC, considerando que su comportamiento a temperatura ambiente se asemeja al de un material dúctil. Para ello, se diseñaron y ensayaron probetas que reproducen distintos estados de esfuerzos, caracterizados por la triaxialidad y el parámetro de Lode. Paralelamente, se llevaron a cabo simulaciones de los ensayos mediante el Método de Elementos Finitos (MEF), con la finalidad de determinar los parámetros necesarios para ajustar el modelo de fractura. De esta manera, mediante técnicas de optimización se creó una superficie de fractura en el espacio 3D que indica la deformación a la fractura para distintos estados de carga. La forma asimétrica de la superficie ayuda a que el error relativo promedio sea solo de un 3.2% respecto a los seis ensayos experimentales usados en la calibración.

Se evaluó la capacidad predictiva del modelo de fractura mediante la prueba de línea y de tronco cónico realizados por SPIF, obteniendo resultados que, pese a no ser totalmente precisos (error relativo promedio 10.4%), son coherentes con el comportamiento presentado por la superficie a la fractura. Esta superficie, a pesar de tener una concavidad que difiere con respecto de los metales, se ajusta adecuadamente a lo registrado en literatura sobre la caracterización de la fractura de polímeros, los cuales presentan una mayor tenacidad a la fractura en condiciones de corte que en tracción.

Abstract

Incremental Sheet Forming (ISF) has emerged as an innovative alternative to traditional sheet metal forming processes, offering greater flexibility in the manufacturing of specialized parts produced in small batches. ISF stands out for not requiring dies or specialized tooling, enabling the forming of complex geometries using various materials. However, its adoption at the industrial scale remains limited due to the insufficient understanding of the fracture mechanisms involved in the process. Therefore, developing tools to predict the onset of failure remains a current challenge.

In this context, the present work proposes to characterize a decoupled ductile fracture model for Polyvinyl Chloride (PVC), based on the Bai–Wierzbicki model, with the aim of predicting the onset of failure in the forming process through numerical simulations, without the need to manufacture the part. Although this model was originally developed for metals, in this research it is adapted and calibrated for its application to PVC polymer sheets, considering that their behavior at room temperature resembles that of a ductile material. To this end, specimens were designed and tested to reproduce different stress states, characterized by triaxiality and the Lode parameter. In parallel, simulations of the tests were carried out using the Finite Element Method (FEM), in order to determine the parameters necessary to calibrate the fracture model. In this way, through optimization techniques, a fracture surface was created in 3D space that indicates the fracture strain for different loading conditions. The asymmetric shape of the surface helps ensure that the average relative error is only 3.2% compared to the six experimental tests used in the calibration.

The predictive capability of the fracture model was evaluated using line and conical trunk tests performed by SPIF, yielding results that, although not entirely accurate (average relative error of 10.4%), are consistent with the behavior predicted by the fracture surface. This surface, despite having a concavity different from that typically observed in metals, aligns well with the findings reported in the literature for polymer fracture characterization, which indicates that polymers exhibit higher fracture toughness under shear conditions than under tension.

Índice

Índice de figuras	1
Índice de cuadros	4
1. Introducción	6
1.1. Contexto	6
1.2. Aspectos generales	7
1.2.1. Conformado Incremental	7
1.2.2. SPIF	7
1.2.3. Aplicaciones	8
1.2.4. Necesidad de la predicción de fallas	8
1.3. Objetivos y contenidos	10
2. Estado del Arte	11
2.1. Caracterización del estado de esfuerzos	11
2.2. Fractura dúctil	12
2.3. Modelos de fractura dúctil	13
3. Metodología	16
3.1. Caracterización mecánica	17
3.1.1. Ensayos de tracción	17
3.1.2. Procedimiento	18
3.1.3. Resultados	18
3.1.4. Ley de endurecimiento	20
3.2. Caracterización de la fractura dúctil	22
3.2.1. Ensayo Arcan	22
3.2.2. Ensayos de tracción de probetas planas	26
3.3. Ensayos de SPIF	28
3.3.1. Test de línea	29
3.3.2. Tronco cónico	30
3.4. Simulación por elementos finitos	31
3.4.1. Simulación de ensayo Arcan	31
3.4.2. Simulación probetas planas ranuradas	33
3.4.3. Simulación SPIF	34
4. Caracterización y evaluación del modelo de fractura	37
4.1. Ensayo Arcan	37
4.2. Ensayo probetas ranuradas	37
4.3. Ensayos de SPIF	38
4.4. Modelo de fractura dúctil	38
4.5. Evaluación de SPIF en superficie de fractura	41
5. Discusión	43
5.1. Ensayos de caracterización mecánica	43
5.2. Ensayos de caracterización del modelo de fractura	43
5.2.1. Superficie de fractura dúctil	45
6. Conclusiones	47

Apéndice A. Anexos	51
A.1. Resultados Arcan	51
Apéndice B. Código en MATLAB	54

Índice de figuras

1.1.	Prueba de Manson	7
1.2.	Esquema del SPIF	8
1.3.	Capot Honda s800 fabricado mediante conformado incremental.	9
1.4.	Ciclo de fabricación de una prótesis de tobillo mediante conformado incremental	9
2.1.	Geometría del espacio de esfuerzos principales y coordenadas de Lode. . .	11
2.2.	Curvas carga-alargamiento para polímeros a diferentes temperaturas. Curva A, fractura frágil; curva B, fractura dúctil; curva C, estirado en frío; curva D, comportamiento similar al de un caucho [16].	13
2.3.	Fracture locus [Bai, 2004].	14
2.4.	Superficie de fractura asimétrica 3D propuesta por Bai-Wierzbiki [27]. . .	15
3.1.	Trayectoria de triaxialidad de los ensayos de línea y tronco cónico.	16
3.2.	Dimensiones de probeta de tracción uniaxial de la norma ASTM D638-14.	17
3.3.	Máquina de ensayos universal Instron 880.	18
3.4.	Curvas fuerza-desplazamiento para los ensayos a distintas velocidades. . .	18
3.5.	Curvas esfuerzo-deformación de los ensayos experimentales: a) 0.5 mm/min, b) 3 mm/min, b) 5 mm/min y c) 10 mm/min.	19
3.6.	Ajuste de la recta para determinar parámetro de sensibilidad a la velocidad de deformación C	21
3.7.	Curvas experimentales y de endurecimiento por modelo de JC para distintas velocidades.	22
3.8.	Espécimen en formato de mariposa [29].	23
3.9.	Condiciones de borde simulación de diseño de probeta Arcan: a) soporte fijo y b) desplazamiento.	23
3.10.	Deformación plástica equivalente obtenida mediante simulación para: a) 0°, b) 18°, c) 36°, d) 54°, e)72° y f) 90°.	24
3.11.	Gráfico Triaxialidad vs Deformación Plástica Equivalente para las distintas orientaciones.	25
3.12.	Probeta mariposa montada en dispositivo Arcan.	25
3.13.	Resultados experimentales de ensayos a 0° y 36°.	26
3.14.	Proceso fabricación y ensayo de probeta ranurada.	27
3.15.	Resultados experimentales probetas ranuradas	28
3.16.	Banco de ensayos para SPIF.	29
3.17.	Trayectoria de la herramienta en la prueba de línea.	29

3.18.	Resultado experimental del test de línea con velocidad de rotación de 2000 rpm.	30
3.19.	Geometría de tronco cónico.	30
3.20.	Falla en tronco cónico fabricado mediante SPIF.	30
3.21.	Propiedades del PVC ingresadas en Ansys Workbench.	31
3.22.	Mallado en zona de concentración de esfuerzos probeta Arcan.	32
3.23.	Comparación de resultados experimentales y simulación de ensayos Arcan.	32
3.24.	Mallado de la probeta plana R-12.7.	33
3.25.	Deformación plástica equivalente en la fractura de cada probeta ranurada.	34
3.26.	Comparación ensayos experimentales y simulación de probetas planas ranuradas	34
3.27.	Mallado simulación prueba de línea.	35
3.28.	Extracción de parámetros a partir del elemento crítico.	35
3.29.	Malla utilizada en simulación de ensayo de tronco cónico.	36
3.30.	Extracción de parámetros a partir del elemento crítico.	36
4.1.	Gráfico Deformación Plástica Equivalente vs Triaxialidad para las distintas orientaciones.	37
4.2.	Deformación Plástica Equivalente vs Triaxialidad de cada probeta ranurada.	38
4.3.	Distribución de valores obtenidos de pruebas.	39
4.4.	Superficie de fractura determinada para el PVC.	40
4.5.	Superficie de fractura determinada para el PVC cambio de orientación.	40
4.6.	Comparación entre valores de pruebas y valores del modelo.	41
4.7.	Evaluación de ensayos SPIF en superficie de fractura determinada para el PVC.	41
4.8.	Evaluación de ensayos SPIF en superficie de fractura determinada para el PVC en el plano ε_f vs η	42
5.1.	Gráfico Triaxialidad vs Parámetro de Lode obtenido por Bai [28].	44
5.2.	Gráfico Deformación plástica a la fractura vs Triaxialidad para Al 2024-T351 [39].	44
5.3.	Gráfico Deformación Plástica Equivalente vs Triaxialidad para el compuesto fabricado a partir de ABS [33].	45
A.1.	Ensayo Arcan a 0°.	51
A.2.	Ensayo Arcan a 18°.	51
A.3.	Ensayo Arcan a 36°.	52
A.4.	Ensayo Arcan a 54°.	52
A.5.	Ensayo Arcan a 72°.	53

A.6. Ensayo Arcan a 90°. 53

Índice de cuadros

3.1.	Módulo elástico determinado experimentalmente para distintas velocidades de deformación.	20
3.2.	Esfuerzos de fluencia y máximo determinados experimentalmente.	20
3.3.	Triaxialidad teórica de ensayos con probetas ranuradas.	27
3.4.	Cantidad de nodos y elementos de cada simulación.	33
4.1.	Parámetros obtenidos por pruebas Arcan.	37
4.2.	Parámetros obtenidos por pruebas a probetas planas ranuradas.	38
4.3.	Parámetros obtenidos por pruebas de línea y tronco cónico.	38
4.4.	Error relativo de la deformación predicha por el modelo hasta el inicio de la fractura en la prueba de línea.	42
4.5.	Error relativo de la deformación predicha por el modelo hasta el inicio de la fractura en prueba de tronco cónico.	42

1. Introducción

1.1. Contexto

El desarrollo tecnológico durante las últimas décadas ha permitido investigar e implementar nuevas técnicas en los procesos de fabricación presentes en las distintas áreas de la manufactura. En este sentido, estas técnicas buscan adaptarse a las demandas actuales que tienen como característica principal la alta personalización de los productos que muchas veces se busca sean específicos o únicos.

Se puede considerar que existen dos grandes grupos de manufactura. El primero consiste en la producción de productos simples en grandes cadenas. Por otro lado, se encuentran los productos complejos y altamente especializados producidos en lotes pequeños [1]. Dentro de este último, es donde surge la necesidad de implementar técnicas innovadoras que reemplacen los procesos de deformación de lámina convencionales, tales como el estampado, la embutición o el laminado. Esto debido a que conllevan un alto costo de producción al requerir de una alta inversión en equipos y herramientas especiales, como la fabricación de moldes [2]. Por lo tanto, los procesos convencionales tienen una flexibilidad limitada a la hora de fabricar productos con geometrías complejas y son inviables económicamente para lotes pequeños [3].

El conformado incremental mono punto (Single Point Incremental Forming, SPIF), es un proceso innovador de conformado de lámina que destaca por su alta flexibilidad y por no usar moldes ni herramientas especializadas. La implementación del SPIF es sencilla, ya que solo requiere un punzón dirigido por una fresa CNC (Control Numerical Computer, CNC) y una matriz universal. El proceso destaca por la capacidad de fabricar geometrías complejas y por el uso de diversos materiales en formato de lámina para lograrlas. Estas características hacen al SPIF especialmente atractivo en un mercado que compite por diferenciar sus productos ofreciendo personalización, además de reducir los costos y tiempos de producción.

El transcurso de transformar la lámina en una pieza útil funciona de manera muy diferente a los procesos tradicionales, lo que dificulta la comprensión de los mecanismos de deformación y de fractura durante el proceso. La base teórica adoptada por los investigadores se puede dividir en tres categorías: la aplicación de metodologías de caracterización de la conformabilidad, como diagramas de límites de formación (Forming Limit Diagram, FLD), el estudio del efecto de parámetros específicos del proceso en la conformabilidad del material y la predicción de fracturas a través del Método de Elementos Finitos (MEF). Existe un consenso en la necesidad de unificar criterios para lograr la aplicación industrial del SPIF [4, 5].

Para fabricar un prototipo funcional mediante SPIF se requiere principalmente de la aplicación de prueba y error para saber cómo y dónde se producirá la falla en la lámina durante el proceso. Esta metodología requiere de mucho tiempo y dinero para lograr solo una pieza, por lo que sería la principal barrera que impide la implementación del SPIF en la industria manufacturera. Predecir la falla en la etapa de diseño de la pieza es un desafío atractivo, pues requeriría solo de un computador con un programa de elementos finitos para saber si una pieza será funcional o no. Este método permite reducir los costos y abre la oportunidad a probar mejoras en los diseños sin generar residuos.

En vista de los antecedentes presentados, esta tesis tiene como objetivo caracterizar un modelo desacoplado de fractura dúctil para láminas de PVC implementadas en el conformado incremental. En este caso, el modelo corresponde al propuesto por Bai-Wierzbiki, el cual permite crear la superficie de fractura en los estados de esfuerzos que predominan en el proceso de conformado incremental. Con todo esto, se busca generar una herramienta eficiente

que, mediante la evaluación de parámetros determinados por simulación permita predecir la falla en geometrías típicas antes de ser fabricadas.

1.2. Aspectos generales

1.2.1. Conformado Incremental

El conformado incremental permite, a diferencia de los procesos convencionales, generar piezas con geometrías complejas a un bajo costo de operación. Se pueden lograr geometrías típicas de otros procesos como la embutición, siendo técnicas muy distintas. La fabricación de piezas de lámina consiste en generar sucesivas y pequeñas deformaciones sobre la lámina mediante un pequeño punzón esférico, hasta que la suma de estas deformaciones logre la geometría deseada. El proceso de guía se realiza mediante el control numérico de la herramienta, haciendo que siga una trayectoria que genere la forma final.

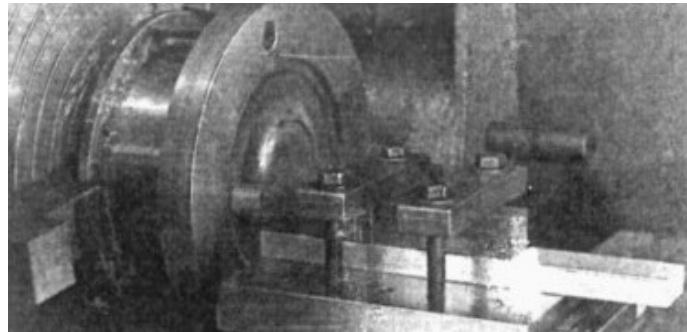


Figura 1.1 Prueba de Manson

Si bien el primer antecedente del ISF es una patente que surge a finales de la década del 60 [6], las primeras pruebas reales se llevaron a cabo en 1978, de manera sencilla girando una lámina en un torno [7]. En la década de los 90, la investigación se centró en técnicas de control del proceso, principalmente en oriente. Con el auge de las fresas CNC fue posible implementar técnicas del ISF en estos equipos, esta accesibilidad promovió la investigación en occidente, en donde surgen las primeras investigaciones a partir del año 2000. Los primeros prototipos se presentan en el año 2005, demostrando la factibilidad del proceso [8]. Desde entonces existen diferentes variaciones del ISF, algunos ejemplos son:

- Conformado incremental doble punto (TPIF): Es un proceso en el que la lámina se encuentra en movimiento vertical y es presionada por dos elementos. El primero, corresponde a la herramienta que se encuentra en movimiento y el segundo es un soporte fijo que genera la fuerza contraria al desplazamiento vertical de la lámina. Este soporte se considera una especie de molde que puede ser parcial o completo.
- Conformado por chorro de agua: El funcionamiento es el ya descrito para el ISF, la diferencia radica en que la herramienta que deforma la lámina es reemplazada por el chorro de agua [9].

1.2.2. SPIF

El conformado incremental mono punto SPIF es una de las variantes del conformado incremental y consiste en deformar la lámina mediante una herramienta con punta esférica,

la cual sigue una trayectoria programada por CAM (Computer-Aided Manufacturing). La deformación es localizada en una pequeña zona que se encuentra en movimiento, además realizando pequeños incrementos de profundidad se puede generar la geometría de la pieza. El proceso es ideal para la creación rápida de prototipos y se caracteriza por no usar matrices ni herramientas especializadas.

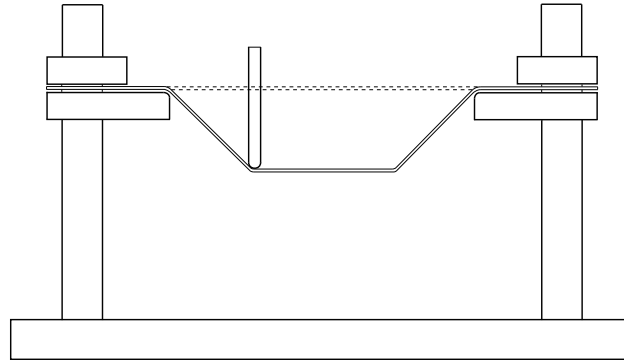


Figura 1.2 Esquema del SPIF

La metodología consiste en crear la geometría CAD de la pieza y generar la trayectoria mediante un software CAM para implementarlo en una CNC. La trayectoria de la herramienta se puede diseñar como un perfil de contorno o un perfil helicoidal, este último tiene la ventaja de no dejar una marca distintiva del inicio de cada incremento en la superficie deformada, lo que mejora el acabado superficial. El SPIF permite fabricar piezas complejas que presentan asimetrías sin la necesidad de moldes, por lo que reduce el costo de manera considerable. Además, es posible conformar una diversidad de materiales, que han demostrado mayor conformabilidad que en los procesos típicos [10].

1.2.3. Aplicaciones

La tecnología de conformado incremental se utiliza para la fabricación de productos personalizados de bajo volumen producción. Las principales aplicaciones se encuentran en áreas como la automotriz, la aeronáutica y la médica.

Las industrias de automóviles compiten no solo en términos de eficiencia y tecnología, sino también en la capacidad de ofrecer personalización a los vehículos de sus clientes, incluyendo configuraciones de tipo estructural y estética. Este es el caso de la marca Honda, que en su modelo s800 implementó mejoras al capot mediante el conformado incremental usando un brazo robótico [11].

Las aplicaciones médicas dependen en gran medida de la capacidad de los materiales para adaptarse a las patologías de cada paciente. La combinación de materiales biomédicos poco convencionales con la alta flexibilidad del SPIF, permite generar soluciones innovadoras y accesibles para las personas, reduciendo costos y residuos, además de mejorar los tratamientos. Algunos ejemplos son, una prótesis craneal de material polimérico mediante el SPIF y el TPIF [12]. También un soporte de tobillo fabricado sin ningún troquel [13], como se muestra en la Figura 1.4.

1.2.4. Necesidad de la predicción de fallas

La implementación segura del conformado incremental mono punto en los procesos de manufactura está determinada principalmente por dos factores: la disposición del conjunto de



Figura 1.3 Capot Honda s800 fabricado mediante conformado incremental.

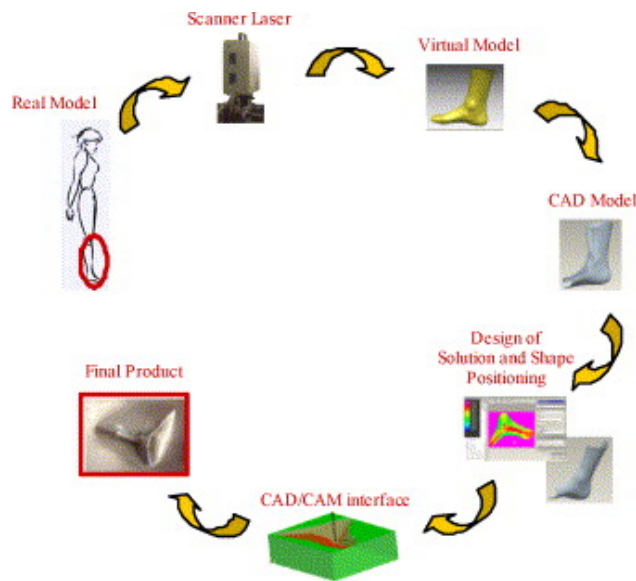


Figura 1.4 Ciclo de fabricación de una prótesis de tobillo mediante conformado incremental

utillaje propio del proceso y la capacidad de controlar los resultados del producto final. Dado que la tecnología CNC está ampliamente integrada en la industria manufacturera, el primer factor representa más un incentivo que una barrera para adoptar el SPIF en la industria. Sin embargo, el segundo caso es el verdadero obstáculo para su industrialización.

En la actualidad, la manera de determinar si una pieza conformada mediante SPIF cumple con las especificaciones deseadas es a través de ensayos experimentales, donde se fabrican prototipos, se identifican defectos y se realizan ajustes en el diseño. Este procedimiento iterativo no solo incrementa los costos y tiempos de producción, sino que también limita la aplicación del SPIF en entornos industriales donde la eficiencia es un factor clave.

El SPIF se utiliza principalmente para fabricar piezas con geometrías complejas, lo que introduce desafíos adicionales en la predicción de la fractura. A pesar de la simplicidad cinemática del proceso, la lámina experimenta cargas no proporcionales, como estiramiento por deformación plana en figuras axisimétricas y estiramiento biaxial en las esquinas. Esto genera una evolución de esfuerzos y deformaciones difícil de modelar con los enfoques tradicionales de conformabilidad [14].

Las metodologías clásicas, como los diagramas de límites de conformabilidad (Forming Limit Diagrams, FLD), han sido ampliamente utilizadas para evaluar los límites de deformación

en procesos convencionales de conformado de lámina. Sin embargo, su aplicabilidad en el SPIF es limitada debido a la naturaleza compleja del proceso. Los FLD son sensibles a la historia de deformación y solo son válidos cuando las deformaciones en la región crítica siguen trayectorias de deformación lineales, lo que rara vez ocurre en el SPIF [15]. Esto resalta la necesidad de modelos más avanzados que consideren la evolución no lineal de las deformaciones y los efectos tridimensionales del proceso.

Con base en lo anterior, en este trabajo se propone ajustar un modelo de fractura dúctil y evaluar la capacidad predictiva en el SPIF. Para ello, se caracteriza el comportamiento elastoplástico del PVC mediante ensayos de tracción, con el objetivo de crear un modelo material en Ansys. Posteriormente, se caracteriza el comportamiento a la fractura en diferentes estados de carga ensayando probetas Arcan y planas ranuradas. Finalmente, los parámetros necesarios para la caracterización de la fractura se obtienen a partir de simulaciones de dichos ensayos.

La superficie generada a partir del ajuste del modelo permitiría evaluar la integridad de una pieza antes de ser fabricada mediante SPIF, lo que optimiza el proceso de diseño y reduce los costos operacionales.

1.3. Objetivos y contenidos

En este trabajo se plantea predecir la falla en el proceso de SPIF aplicado a lámina de PVC ajustando un modelo desacoplado de fractura dúctil. En base a ello, se establecen los siguientes objetivos:

1. Caracterizar el comportamiento elasto-plástico del PVC.
2. Caracterizar la superficie de fractura del PVC mediante ajuste del modelo de Bai-Wierzbiki.
3. Evaluar la efectividad del modelo para predecir el inicio de la fractura en ensayos realizados por SPIF.

De lo anterior, los contenidos de la tesis son los siguientes.

- En el capítulo 2, se abordan los métodos de predicción de fractura típicos para el conformado y la construcción de su base teórica. Además, se propone el modelo a calibrar.
- En el capítulo 3, se describe el procedimiento experimental del trabajo, es decir, los tipos de ensayo (caracterización mecánica y para calibración de modelo), las máquinas de ensayos y los resultados experimentales. También, se abordan los ensayos realizados por SPIF para evaluar el modelo de fractura dúctil.
- En el capítulo 4, se caracteriza el modelo a partir de los resultados de Arcan y de probetas ranuradas. Adicionalmente, se evalúa la capacidad de predicción a partir de la evaluación de los ensayos de línea y tronco cónico de SPIF.
- En el capítulo 5, se realiza la discusión a partir de los resultados obtenidos y se compara con literatura.
- En el capítulo 6, se entregan las conclusiones de la tesis y el aporte de este trabajo.

2. Estado del Arte

2.1. Caracterización del estado de esfuerzos

La deformación plástica equivalente a la fractura ε_f es ampliamente utilizada para evaluar la ductilidad de los materiales. Esta puede expresarse de la siguiente manera:

$$|\varepsilon_f| = \sqrt{\frac{2}{3} \left[(\varepsilon_x^p)^2 + (\varepsilon_y^p)^2 + (\varepsilon_z^p)^2 + 2(\gamma_{xy}^p)^2 + 2(\gamma_{yz}^p)^2 + 2(\gamma_{zx}^p)^2 \right]}$$

Donde ε_x^p , ε_y^p y ε_z^p denotan los componentes normales de la deformación plástica en las direcciones x, y, z, mientras que γ_{xy}^p , γ_{yz}^p , γ_{zx}^p denotan los componentes de la deformación plástica en corte.

Para un material que se asume isótropo, el estado de tensión del material se puede caracterizar geoméricamente por el estado de tensiones principales tridimensional, que es un sistema cartesiano con las tensiones principales tomadas como ejes, ver Figura 6.

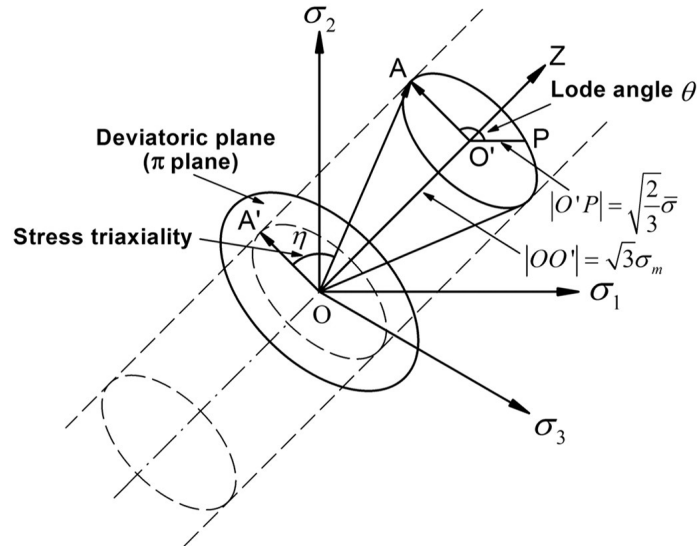


Figura 2.1 Geometría del espacio de esfuerzos principales y coordenadas de Lode.

Los modelos del material se pueden formular en términos de tres invariantes del tensor de esfuerzos $[\sigma]$, definidas respectivamente como:

$$p = -\sigma_m = -\frac{1}{3} \text{tr}([\sigma]) = -\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

$$q = \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} [S] : [S]} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

$$r = \left(\frac{9}{2} [S] \cdot [S] : [S] \right)^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{27}{2} \det([S]) \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{27}{2} (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m) \right]^{\frac{1}{3}}$$

Donde $[S]$ es el tensor desviador de tensiones,

$$[S] = [\sigma] + p[I]$$

$[I]$ es el tensor identidad y σ_1, σ_2 y σ_3 las tensiones principales. La triaxialidad de la tensión η es un parámetro ampliamente utilizado en la literatura de fractura dúctil y se define como la relación entre la tensión hidrostática σ_m y la tensión equivalente de Von Mises $\bar{\sigma}$:

$$\eta = -\frac{p}{q} = \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}}$$

El segundo parámetro importante es el ángulo de Lode θ , que está relacionada con el tercer invariante normalizado ξ a través de:

$$\xi = \left(\frac{r}{q}\right)^3 = \cos(3\theta)$$

El rango del ángulo de Lode es $0 \leq \theta \leq \pi/3$, el rango de ξ es $-1 \leq \xi \leq 1$. Además, el ángulo de Lode θ puede ser normalizado por:

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{6\theta}{\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} \arccos \xi$$

El rango de $\bar{\theta}$ es $-1 \leq \bar{\theta} \leq 1$. El caso de $\bar{\theta} = 1$ corresponde a la tensión uniaxial, $\bar{\theta} = 0$ corresponde a corte puro y $\bar{\theta} = -1$ compresión uniaxial. Cuando el material se somete a un estado de tensión multiaxial combinado, $\bar{\theta}$ se encuentra entre los valores anteriores.

Para este trabajo el parámetro de $\bar{\theta}$ será llamado el parámetro de ángulo de Lode. A partir de lo anterior, los estados de tensión pueden ser caracterizados por un set de parámetros $(\eta, \bar{\theta})$.

2.2. Fractura dúctil

El fenómeno de la fractura ocurre prácticamente en todas los procesos de conformado. En algunos procesos con deformación plástica, la fractura debe evitarse, como es el caso del SPIF. Mientras que en el troquelado, la fractura debe formarse en una región precisa. Por supuesto, se considera también la integridad de la pieza después del proceso. La teoría de resistencia de materiales es el conocimiento básico para abordar estos problemas, sin embargo, la teoría de la fractura supone un problema más complejo, debido a su interdisciplinariedad, multiescala y alta no linealidad.

En el caso del PVC rígido, se sabe que el material se comporta de manera diferente dependiendo de las condiciones de temperatura. Para este trabajo, se ha demostrado que el comportamiento a temperatura ambiente es similar al de un metal dúctil, es decir, la curva fuerza-desplazamiento presenta un punto máximo de carga antes de la fractura. Esta observación va en línea con lo planteado por Ward y Sweeney [16], quienes establecen que en polímeros ensayados a temperaturas intermedias a la in vítrea, se obtiene la tendencia de la curva B de la Figura 2.2.

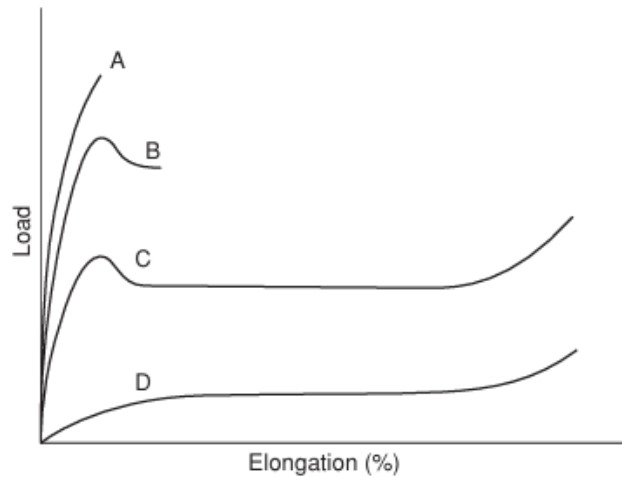


Figura 2.2 Curvas carga-alargamiento para polímeros a diferentes temperaturas. Curva A, fractura frágil; curva B, fractura dúctil; curva C, estirado en frío; curva D, comportamiento similar al de un caucho [16].

La fractura puede clasificarse inicialmente en función de la cantidad de deformación plástica que experimenta un cuerpo sólido tras romperse. Según este criterio, los tipos de fractura se distinguen como:

- Fractura dúctil: la que presenta una deformación plástica significativa antes de la fractura.
- Fractura frágil: la que presenta poca o ninguna deformación plástica antes de la fractura.

Para esta investigación, el enfoque se centrará en la fractura de tipo dúctil. Adoptando la teoría referente a que este tipo de fractura ocurre cuando el daño acumulado en la pieza supera un umbral previamente definido mediante el historial de esfuerzos y deformaciones hasta el inicio de la falla.

2.3. Modelos de fractura dúctil

La observación física y el análisis micromecánico han llevado al desarrollo de una serie de criterios que permiten predecir la fractura dúctil [17]. En vista de la interacción entre los modelos teóricos y las respuestas de los materiales, estos criterios se clasifican en categorías de desacoplados (que no tienen en cuenta los efectos de los daños en la superficie de fluencia de los materiales) y acoplados (que incorporan la acumulación de daños en las ecuaciones constitutivas) [18]. Los estudios de aplicación de criterios de falla generalmente se han preocupado por su costo computacional y la dificultad de calibración. En este aspecto, destacan los modelos desacoplados debido a su formulación simple y facilidad de calibración, lo que los ha llevado a ser ampliamente aplicados [19]. En 1968, McClintock analizó el crecimiento y la unión de dos huecos cilíndricos largos en un material rígido-plástico y concluyó que el crecimiento del vacío dependía en gran medida de la triaxialidad de la tensión [20]. Un año después, se propone un modelo teórico para el crecimiento de vacíos esféricos en un material rígido-plástico infinito bajo una tensión de tracción hidrostática, donde su análisis mostró que la ductilidad de la fractura disminuye rápidamente con el aumento de la tensión hidrostática [21]. La tensión desviadora también influye en la mecánica de la fractura porque cambia la geometría del vacío y, en consecuencia, la energía asociada. Se han propuesto

muchos modelos de fractura dúctil que estiman el inicio de la falla. Algunos de estos criterios fueron desarrollados para problemas específicos, por lo que su validez es limitada. En 1968, se propone un criterio empírico de daño energético para la predicción de la fractura [22]. Más tarde, se introduce explícitamente la dependencia de la tensión hidrostática [23] y la tensión equivalente [24]. El criterio de Cockcroft y Latham fue modificado para ser normalizando por la tensión equivalente [25]. Todos estos criterios indican que el fallo se produce cuando la medida ponderada de la deformación plástica acumulada alcanza un valor crítico C . La expresión (1) resume todos estos modelos:

$$\int_0^{\varepsilon^t} f(\varepsilon_p) d\varepsilon_p = C \quad (1)$$

Estos criterios son capaces de considerar los historiales no lineales de tensión y deformación en la deformación plástica. Sin embargo, sigue siendo escaso un conocimiento sistemático de su fiabilidad y aplicabilidad, y su correlación con los fenómenos de fractura dúctil, lo que limita su aplicación industrial [26]. Algunos estaban orientados a evaluar límites de deformación en operaciones de forja, como consecuencia, son precisos en condiciones de baja triaxialidad. Bai-Wierzbicki investigaron el fenómeno de fractura a diferentes triaxialidades y mapeo todos los resultados en un gráfico denominado locus de fractura en 2D. De esta manera, identifican tres regiones distintas en el locus de falla: falla de cizallamiento puro, falla mixta y dúctil. Plantearon un conjunto de ecuaciones que dan la relación para representar la falla en cada región.

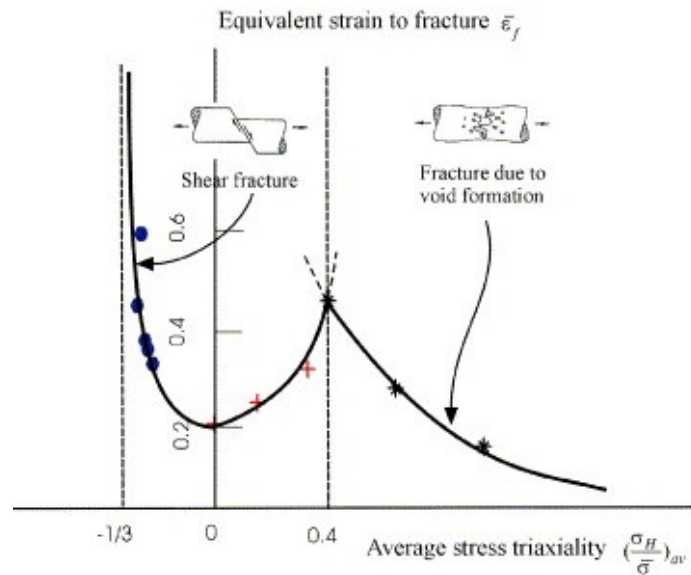


Figura 2.3 Fracture locus [Bai, 2004].

En un intento por generalizar el concepto de lugar de fractura, Bai-Wierzbicki propusieron un nuevo criterio de fractura basado en tensiones en 3D en el espacio de deformación plástica equivalente, triaxialidad y ángulo de Lode. En la categoría de modelos desacoplados este representa, en la actualidad, el marco más completo para definir la fractura [27]. Hay tres casos limitantes en la superficie de fractura: $\bar{\varepsilon}_f^{(-)}$ (correspondiente a la simetría axial en compresión, $\bar{\theta} = -1$), $\bar{\varepsilon}_f^{(0)}$ (correspondiente a deformación plana plástica, $\bar{\theta} = 0$), y $\bar{\varepsilon}_f^{(+)}$ (correspondiente a la simetría axial en tensión, $\bar{\theta} = +1$).

Los límites superiores e inferiores son indicados una vez realizadas las pruebas, pues se producen cambios en distintas regiones. Por ejemplo, en materiales geológicos se tiene que $\bar{\varepsilon}_f^{(-)} > \bar{\varepsilon}_f^{(+)}$, pero otros datos sugieren que $\bar{\varepsilon}_f^{(+)} > \bar{\varepsilon}_f^{(-)}$ en zonas de alta triaxialidad [28].

Con base en la teoría de McClintock, 1968, Rice y Tracey, 1969 sobre el crecimiento de vacíos, se utiliza la función exponencial para el efecto de la triaxialidad de la tensión sobre la deformación por fractura.

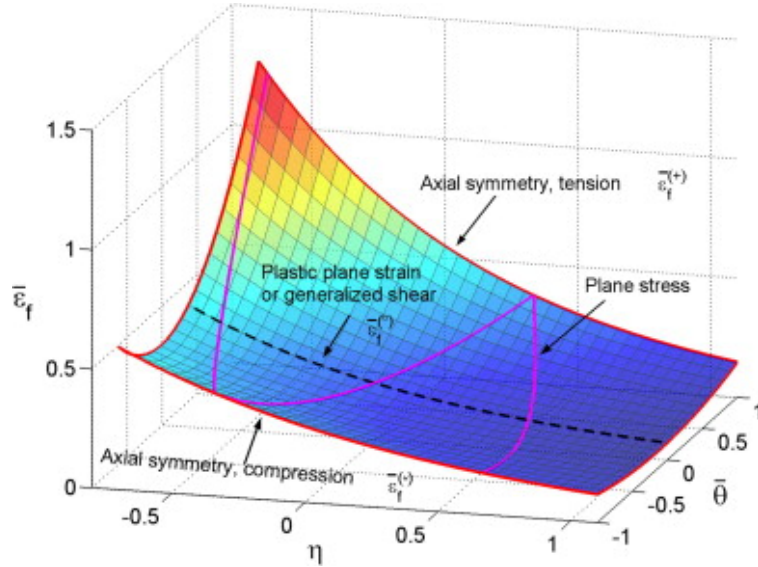


Figura 2.4 Superficie de fractura asimétrica 3D propuesta por Bai-Wierzbiki [27].

En cuanto al efecto de $\bar{\theta}$ en la superficie de fractura, se propone una función parabólica. Por lo tanto, se postula la siguiente forma de la superficie de fractura,

$$\begin{aligned} \varepsilon_f(\eta, \bar{\theta}) &= \left[\frac{1}{2} \left(\bar{\varepsilon}_f^{(+)} + \bar{\varepsilon}_f^{(-)} \right) - \bar{\varepsilon}_f^{(0)} \right] \bar{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left(\bar{\varepsilon}_f^{(+)} - \bar{\varepsilon}_f^{(-)} \right) \bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_f^{(0)} \\ &= \left[\frac{1}{2} \left(D_1 e^{-D_2 \eta} + D_5 e^{-D_6 \eta} \right) - D_3 e^{-D_4 \eta} \right] \bar{\theta}^2 + \frac{1}{2} \left(D_1 e^{-D_2 \eta} - D_5 e^{-D_6 \eta} \right) \bar{\theta} + D_3 e^{-D_4 \eta} \quad (2) \end{aligned}$$

En esta función de superficie de fractura deben ser calibrados seis parámetros, D_1 , D_2 , D_3 , D_4 , D_5 , y D_6 . En términos generales, $\bar{\varepsilon}_f^{(+)} \neq \bar{\varepsilon}_f^{(-)}$, lo que implica asimetría. Además, debe tenerse en cuenta que una convexidad de función no es necesaria en el espacio de deformación para la superficie de fractura.

3. Metodología

En esta sección se describen los ensayos y dispositivos utilizados en el desarrollo de la presente tesis, con el propósito de calibrar y evaluar la superficie de fractura dúctil ajustada.

La primera etapa consiste en detallar la caracterización mecánica realizada a probetas de PVC, con la finalidad de obtener sus propiedades mecánicas en la zona elástica y plástica. A partir de esta información, se genera un modelo del material que permite, mediante el software Ansys, realizar simulaciones que replican los ensayos experimentales contemplados en este trabajo.

En la segunda fase se llevan a cabo dos tipos de experimentos comúnmente utilizados en la investigación del conformado incremental: la prueba de línea y el ensayo de tronco cónico. El objetivo es identificar el rango de triaxialidad sobre el cual se debe calibrar la superficie de fractura. Para ello, se realizan ensayos experimentales hasta alcanzar la fractura en cada caso. Posteriormente, se genera la simulación por elementos finitos del proceso aplicando desplazamientos idénticos a los de los experimentos y con los resultados se extraen los parámetros necesarios para la caracterización de la falla en cada caso.

Las pruebas de línea y el tronco cónico experimentan variados niveles de triaxialidad durante el proceso de conformado, como se muestra en la Figura 3.1. Esto se debe a la complejidad de las condiciones de carga que se genera en la iteración entre el punzón y la lámina conformada.

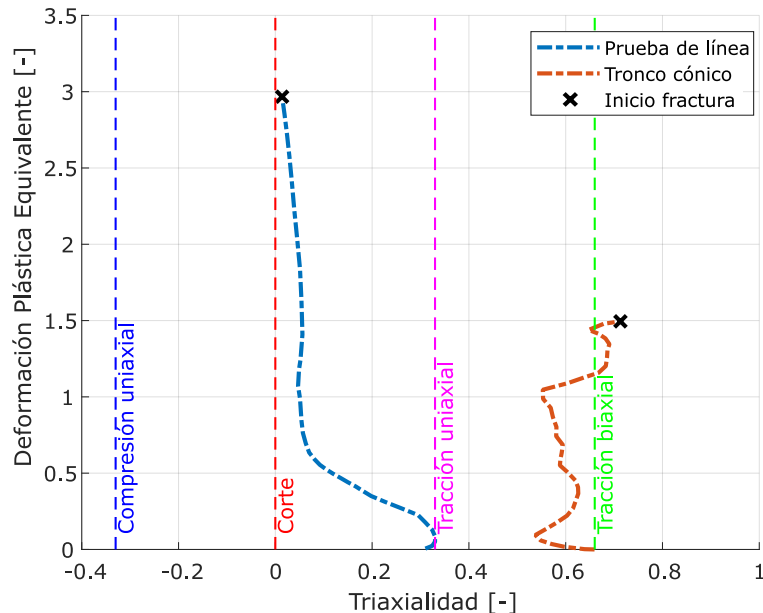


Figura 3.1 Trayectoria de triaxialidad de los ensayos de línea y tronco cónico.

En vista de estos niveles de triaxialidad, se plantea un grupo de experimentos que presenten su fractura en el rango necesario para reproducir los estados de esfuerzo producidos durante las pruebas de conformado incremental. En primer lugar, se abordan los ensayos en el dispositivo Arcan [29]. Este accesorio fue diseñado para generar una fuerza cortante que se transmite a través de una sección entre dos muescas de borde produciendo un esfuerzo cortante uniforme a lo largo de la sección. Esta geometría particular permite que, al cambiar

la dirección de aplicación de la carga, sea posible reproducir la fractura en diferentes estados de esfuerzos, los cuales dan lugar a valores de triaxialidad que van desde 0 hasta 0.33. La metodología para determinar los parámetros es igual que en las pruebas de conformado, es decir, se generan las simulaciones replicando los desplazamientos de los experimentos hasta presenciar la fractura.

Por último, se realizan ensayos a probetas planas ranuradas [30]. Si bien este tipo de probeta no es el más comúnmente utilizado para la calibración de superficies de fractura, su uso resulta necesario en este estudio, ya que permite reproducir estados de esfuerzo similares a los del formato de barra, el cual no se encuentra disponible en el material. Mediante el cambio del radio de ranura y el espesor mínimo, es posible obtener valores de triaxialidad que van desde 0.5 a 0.9. Se realiza el mismo procedimiento que en los tipos de ensayos anteriores para determinar los parámetros de interés mediante simulación.

A partir de los resultados de los ensayos de caracterización de fractura, se mapean los puntos de inicio de la fractura en el espacio 3D. Posteriormente, mediante un algoritmo de optimización en Matlab, se determinan los parámetros de la superficie de Bai-Wierzbicki que mejor se ajustan a dichos datos.

3.1. Caracterización mecánica

3.1.1. Ensayos de tracción

Debido a su versatilidad el PVC es utilizado en múltiples aplicaciones, por lo que existen distintos tipos comerciales. Esto implica comprobar las propiedades mecánicas del PVC con los obtenidos de literatura. Esta verificación se realiza mediante ensayos de tracción uniaxial. El diseño de las probetas de tracción se obtiene a partir de la norma ASTM D638-14, la cual establece el método de ensayo para producir datos de propiedades de tracción para la caracterización de materiales plásticos en formato de lámina de hasta 14 mm de espesor. El plano de la geometría se muestra en la Figura 3.2.

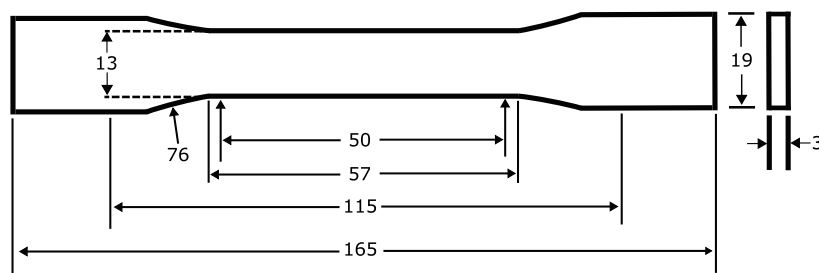


Figura 3.2 Dimensiones de probeta de tracción uniaxial de la norma ASTM D638-14.

La norma establece tres tipos de probetas que dependen del espesor; las del tipo 1 y 2 son para probetas con espesor menor a 7 mm, pero en el caso de trabajar con plásticos rígidos o semi rígidos el tipo 1 es preferible. Por otro lado, las del tipo 3 son para espesores que van de 7 a 14 mm. En este estudio se trabaja con PVC rígido, por lo que las probetas a ensayar corresponden al primer tipo. Estas probetas se fabrican en una máquina router CNC a partir de una lámina de PVC de 3 mm de espesor. Los parámetros que permiten una mejor calidad de la superficie mecanizada son determinados mediante pruebas de línea. Para el caso, se utiliza una fresa plana de 1/8 de pulgada de diámetro. La velocidad de avance es de 1000 mm/min, velocidad de rotación de 7000 RPM y la profundidad de corte es de 0.6 mm.

3.1.2. Procedimiento

El proceso consiste en fijar la probeta en los dispositivos de sujeción. Posteriormente, se aplica una carga axial con velocidad constante en uno de los extremos de la probeta. La máquina utilizada es una Máquina Universal de Ensayos marca Instron, modelo 880, la cual tiene una capacidad de carga máxima de 100 kN, se muestra en la Figura 3.3.



Figura 3.3 Máquina de ensayos universal Instron 880.

3.1.3. Resultados

Las curvas de fuerza-desplazamiento determinadas en los ensayos se muestran en la Figura 10. Estas pruebas de tracción uniaxial se han realizado a temperatura ambiente con velocidades de deformación de 0.01, 0.06, 0.1 y 0.2 s^{-1} . Además, para cada velocidad se han realizado tres pruebas.

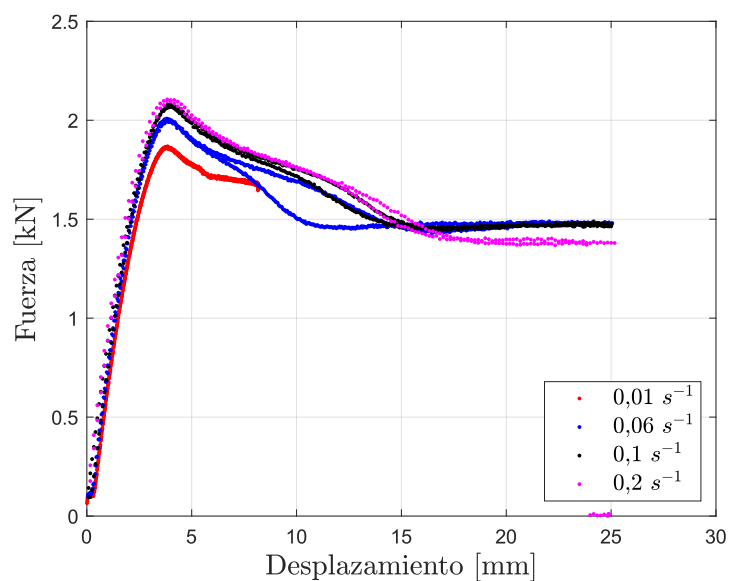


Figura 3.4 Curvas fuerza-desplazamiento para los ensayos a distintas velocidades.

Se constata un comportamiento similar para los ensayos a distintas velocidades, sin embargo,

el esfuerzo máximo presenta una variación significativa, sobre todo en el caso de velocidad de deformación de 0.01 s^{-1} .

En la Figura 3.5, se presentan las curvas de esfuerzo-deformación ingenieril y verdaderas, respectivamente, obtenidas de forma experimental mediante los ensayos para las probetas de 3 mm, donde se aprecia el comportamiento típico de un plástico duro y resistente, esto es, presentar en sus curvas de esfuerzo-deformación verdaderas una zona de crecimiento ligeramente lineal a baja deformación, alcanzar un máximo cercano al esfuerzo de fluencia, luego una zona de “ablandamiento por tensión” donde el esfuerzo decrece rápidamente y, finalmente, una zona de “endurecimiento por tensión” donde el esfuerzo aumenta con la deformación.

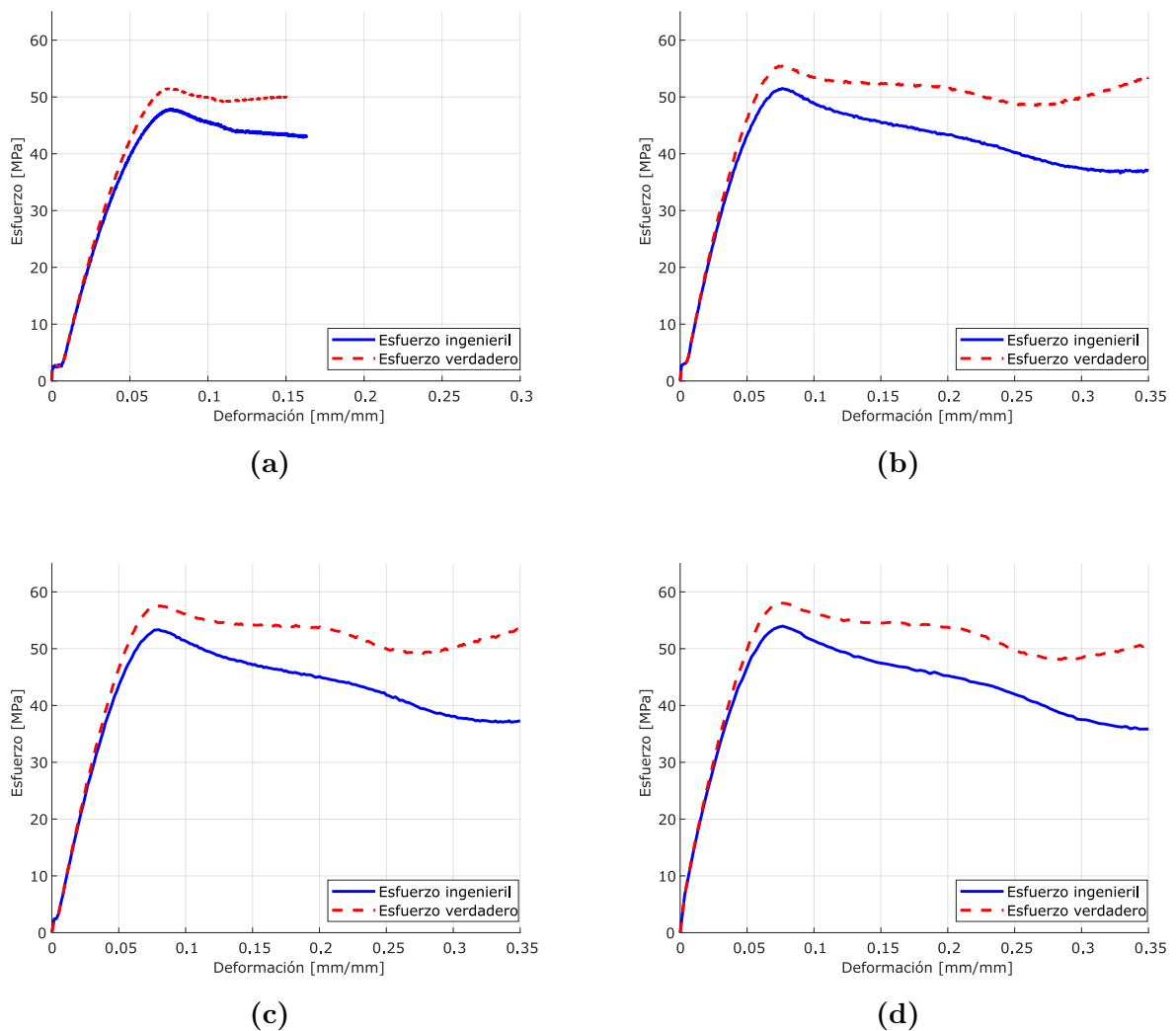


Figura 3.5 Curvas esfuerzo-deformación de los ensayos experimentales: a) 0.5 mm/min, b) 3 mm/min, c) 5 mm/min y d) 10 mm/min.

Para hallar el módulo elástico se selecciona la zona lineal de la curva que va desde 0 hasta los 40 MPa aproximadamente. Mediante un algoritmo se determina la pendiente que corresponde al módulo buscado.

El esfuerzo de fluencia se determina a partir del método del 2%, el cual consiste en mover la recta hasta el 2% de deformación y encontrar la intersección con la curva. Los resultados obtenidos para cada velocidad se presentan en la Tabla 3.2.

Cuadro 3.1 Módulo elástico determinado experimentalmente para distintas velocidades de deformación.

Velocidad [s^{-1}]	Módulo Elástico [MPa]
0.01	903.37
0.06	969.29
0.10	989.91
0.20	1024.06

Cuadro 3.2 Esfuerzos de fluencia y máximo determinados experimentalmente.

Velocidad [s^{-1}]	Esfuerzo de fluencia [MPa]	Esfuerzo Máximo [MPa]
0.01	45.75	47.89
0.06	46.31	51.18
0.10	47.83	52.99
0.20	49.61	53.91

Por último, con los cambios de espesor y ancho recopilados, se obtienen las pendientes que definen el cambio de estas deformaciones respecto a la carga aplicada para determinar el coeficiente de Poisson según lo estipula la norma ASTM 638, obteniendo un coeficiente de 0.41.

3.1.4. Ley de endurecimiento

Una vez definido el comportamiento elástico del material con las propiedades mencionadas anteriormente, se necesita caracterizar el comportamiento plástico.

Para el proyecto, se ha optado por implementar un modelo sencillo que no involucre un alto costo computacional, pero que incluya las características plásticas necesarias para describir el comportamiento del material sometido a diferentes velocidades de deformación. Por lo tanto, se selecciona la ley de endurecimiento del modelo de Johnson Cook (J-C), el cual considera el comportamiento exponencial, complementado con el efecto de la velocidad de deformación y la temperatura. La expresión general del modelo se presenta en la siguiente ecuación:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_0 + K\varepsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) (1 + T^{*m}) \quad (3)$$

Donde, C es la sensibilidad a la velocidad de deformación $\dot{\varepsilon}$ utilizada, $\dot{\varepsilon}_0$ es una velocidad de deformación de referencia con la que se realizan los ensayos simulando una deformación cuasi estática. Además, m es el coeficiente de ablandamiento térmico y T^* es la temperatura homóloga, la cual puede ser omitida cuando todos los ensayos se realizan a la misma temperatura [31], como es el caso de este estudio. Por lo tanto, la siguiente ecuación se utilizará para definir el comportamiento plástico del PVC.

$$\bar{\sigma} = (\sigma_0 + K\varepsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \quad (4)$$

Para hallar los parámetros de la ley de J-C presentada en la ecuación (4), se asume, en primer lugar, que el ensayo de referencia corresponde a una deformación cuasi-estática, por lo tanto, se usa el ensayo con una velocidad de deformación menor, es decir, de $0.01 s^{-1}$.

Los parámetros K y n se determinan usando el software Matlab, en donde se realiza un ajuste de curva con los resultados del ensayo de referencia, considerando los datos de la curva esfuerzo-deformación experimental hasta el esfuerzo máximo.

Para determinar el parámetro de sensibilidad C , se emplea el método utilizado por Gkolfinopoulos [32], en donde se modifica la ecuación (4) de la siguiente manera:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0 + K\varepsilon^n} = 1 + C \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \quad (5)$$

Luego, se deben utilizar los datos de esfuerzo deformación de las cuatro velocidades diferentes (0.01 s^{-1} , s^{-1} , s^{-1} y s^{-1}), utilizando las constantes σ_0 , K y n que se determinaron anteriormente y se sustituyeron en la ecuación (5). Posteriormente, se realiza un ajuste lineal de primer orden ya que la ecuación tiene la forma $y = a + bx$. Finalmente, a partir de la pendiente de la recta se calcula el parámetro de sensibilidad C . En la Figura 3.6 se muestra la relación mencionada, en donde $\varepsilon^* = \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$.

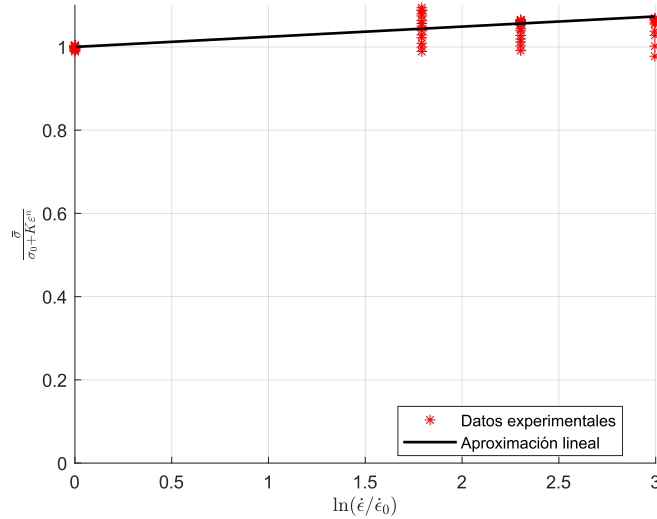


Figura 3.6 Ajuste de la recta para determinar parámetro de sensibilidad a la velocidad de deformación C .

Finalmente, la siguiente expresión describe el endurecimiento del material para diferentes velocidades de deformación.

$$\bar{\sigma} = (45,75 + 96,40 \varepsilon^{0,829}) \left(1 - 0,0221 \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{0,01} \right) \right) \quad (6)$$

La Figura 3.7 se muestra el comportamiento de la ley de endurecimiento para diferentes velocidades de deformación. El coeficiente de determinación R^2 es superior al 90% para todos los casos.

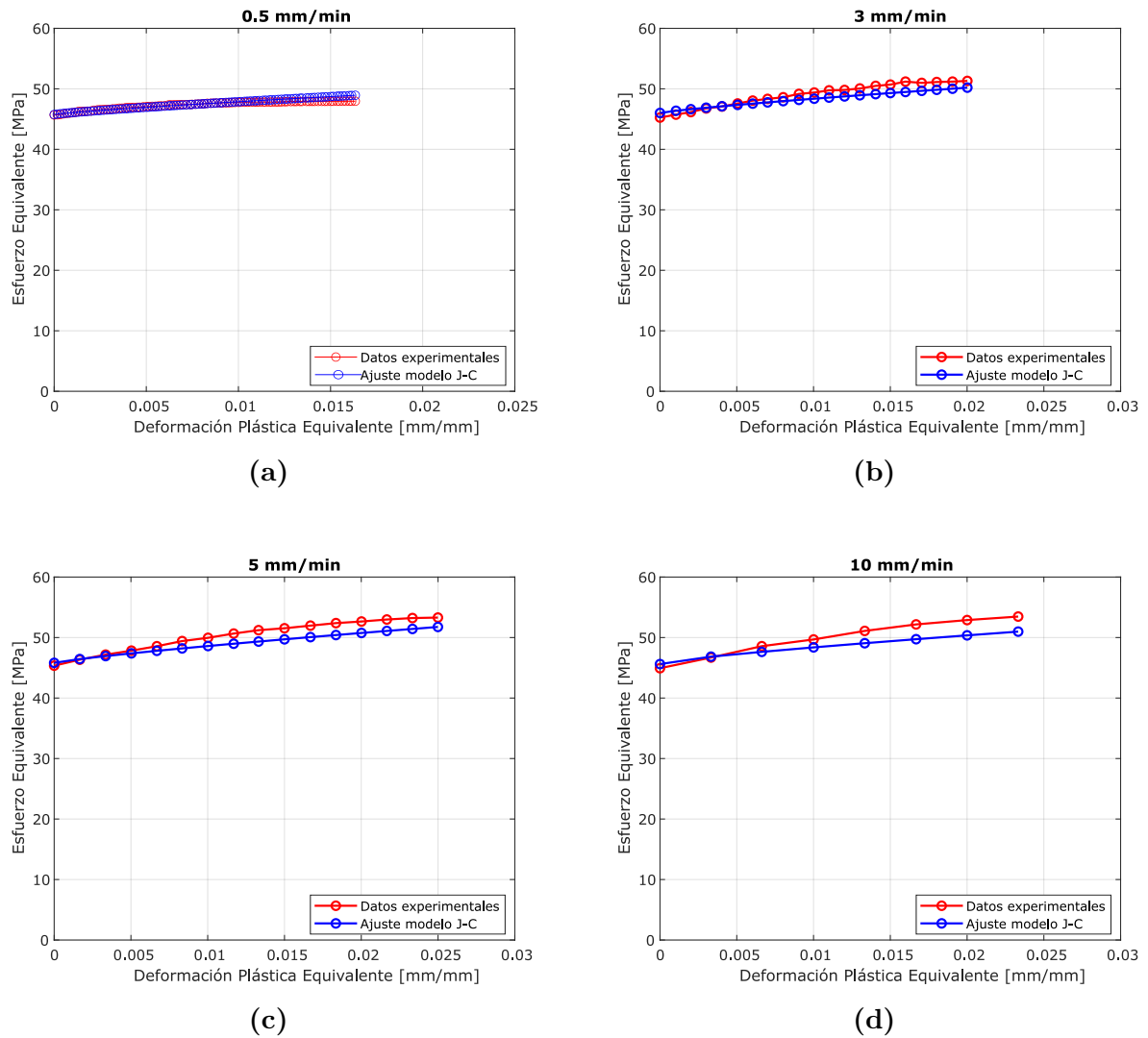


Figura 3.7 Curvas experimentales y de endurecimiento por modelo de JC para distintas velocidades.

3.2. Caracterización de la fractura dúctil

3.2.1. Ensayo Arcan

La calibración de una superficie de fractura requiere de un conjunto de puntos en un espacio tridimensional, los cuales se pueden determinar a partir de variados ensayos mecánicos. En este caso, se selecciona el ensayo de tipo arcan, el cual corresponde a un método experimental empleado por primera vez por Arcan, M. [29], y que tenía como objetivo caracterizar el estado de esfuerzos de diversos materiales bajo combinaciones de cargas de corte, tracción y compresión. Este ensayo permite, mediante la aplicación de cargas en distintos ángulos, reproducir estados de esfuerzo puros o combinados, usando una única probeta.

La probeta por ensayar se denomina de tipo mariposa (buetterfly), la cual corresponde a una geometría particular que tiene una zona central de concentración de esfuerzos, correspondiente a la sección AB de la Figura 3.8. Esta geometría debe diseñarse de manera adecuada, de modo que el estado de esfuerzos sobre dicha zona sea lo más homogénea posible.

Si bien el diseño original de la probeta fue propuesto por Bai-Wierzbicki, en este trabajo se

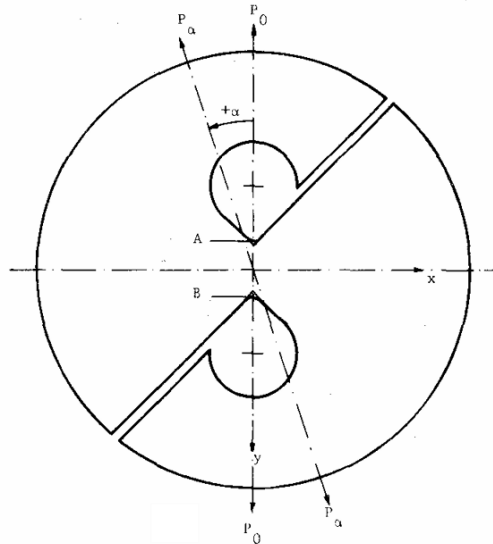


Figura 3.8 Espécimen en formato de mariposa [29].

modificó levemente para facilitar su fabricación y adaptación al dispositivo Arcan disponible en el Laboratorio de Mecánica de Sólidos. Esta metodología es común entre investigadores que desarrollan zonas de fractura en materiales y que requieren adaptar los ensayos a los dispositivos disponibles [33].

Diseño y fabricación de probeta Arcan

El diseño se define mediante simulaciones por el método de elementos finitos, partiendo de un espécimen plano que debe fracturarse en la zona de interés previamente establecida, y no en los bordes de la probeta. Esta condición debe cumplirse para cada una de las orientaciones a ensayar. De esta manera, se selecciona un espécimen con forma de mariposa con dos curvaturas, asegurando que la deformación se concentre en la región central, reduciendo significativamente la posibilidad de iniciar la fractura en otra zona. Los hombros de la probeta garantizan un agarre adecuado a los soportes, lo cual es crucial para garantizar la simetría a al momento de aplicar la carga.

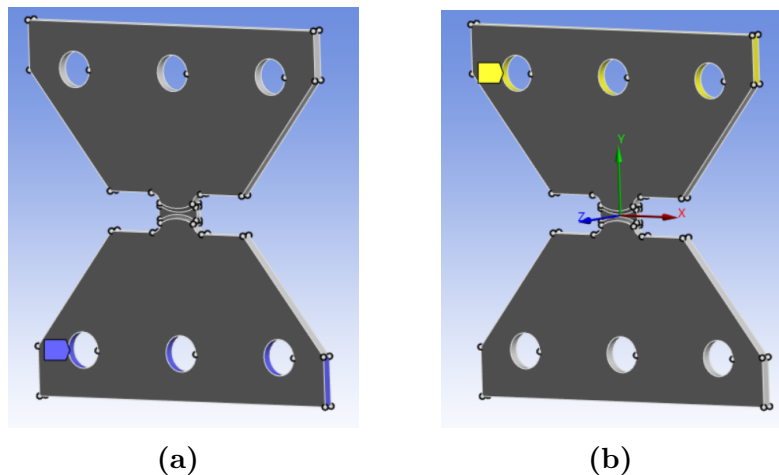


Figura 3.9 Condiciones de borde simulación de diseño de probeta Arcan: a) soporte fijo y b) desplazamiento.

Para reproducir las condiciones del ensayo Arcan en la simulación, se aplicó una condición de soporte fijo en los orificios y en las caras inferiores del espesor de la probeta. Por otro lado, para aplicar el desplazamiento se seleccionaron las mismas superficies, pero del lado superior de la probeta, como se ilustra en la Figura 3.9.

El dispositivo Arcan utilizado en los ensayos experimentales permite seis orientaciones distintas, en incrementos de 18° . El estado de corte puro se atribuye a la orientación de 0° , mientras que el estado de tracción corresponde a los 90° . Como ese mencionó anteriormente, el objetivo del ensayo es inducir la fractura en la zona central de la probeta bajo niveles definidos de triaxialidad. En base a esto, en la Figura 3.10 se presenta la deformación plástica equivalente correspondiente a cada orientación, en donde se aprecia que todas las probetas presentan una zona homogénea bien definida en la región central, adecuada para la iniciación de la fractura.

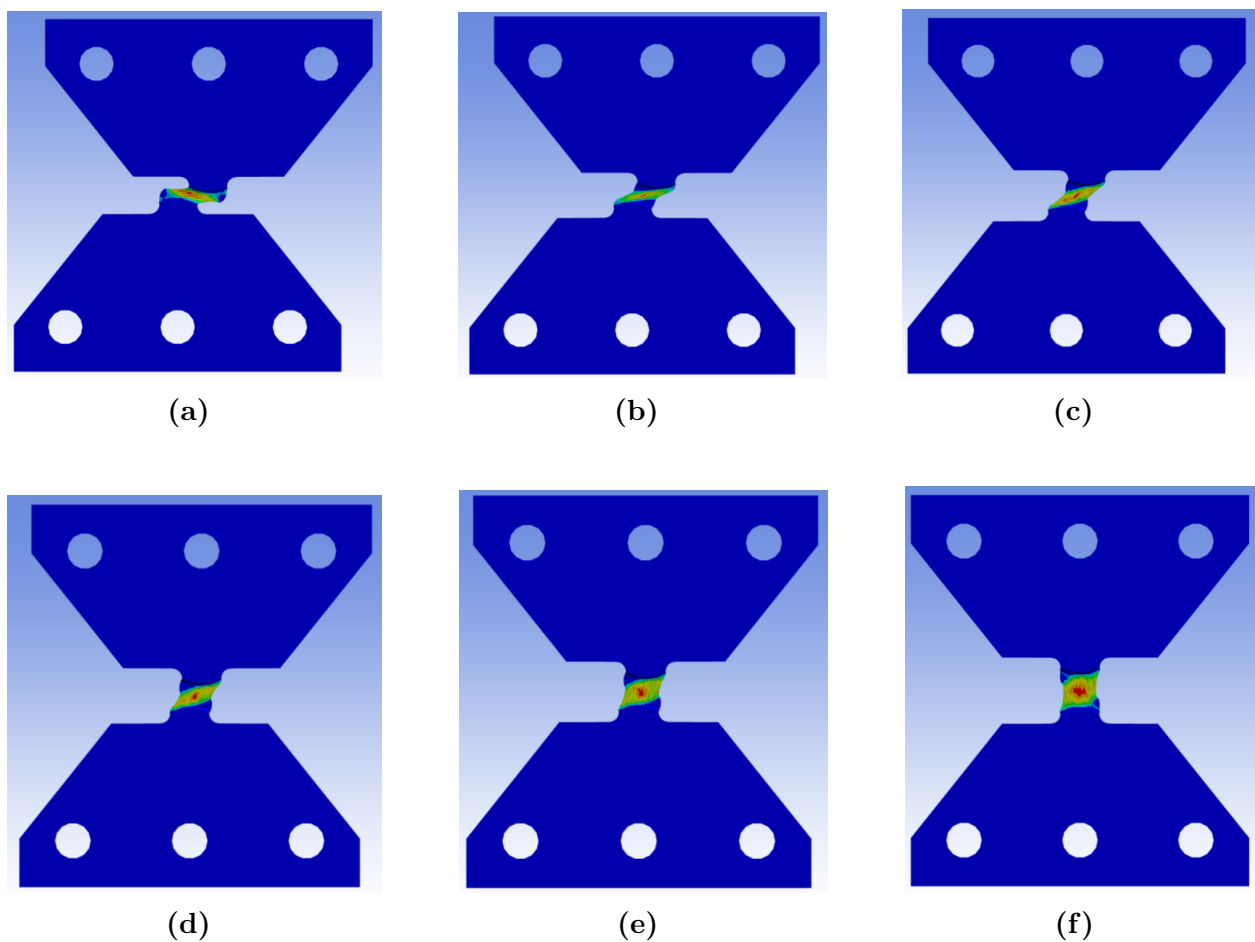


Figura 3.10 Deformación plástica equivalente obtenida mediante simulación para: a) 0° , b) 18° , c) 36° , d) 54° , e) 72° y f) 90° .

Por otra parte, la Figura 3.10 presenta la trayectoria de la triaxialidad y la deformación plástica equivalente de las distintas orientaciones evaluadas. Se observa que se alcanzan los niveles de triaxialidad adecuados para la calibración del modelo de fractura, abarcando desde un estado de corte puro ~ 0 a un estado de tracción ~ 0.33 . Esto confirma que el espécimen propuesto cumple con las condiciones requeridas para una calibración confiable del modelo de fractura dúctil.

La fabricación se llevó a cabo en una máquina CNC router que se disponible en el laboratorio

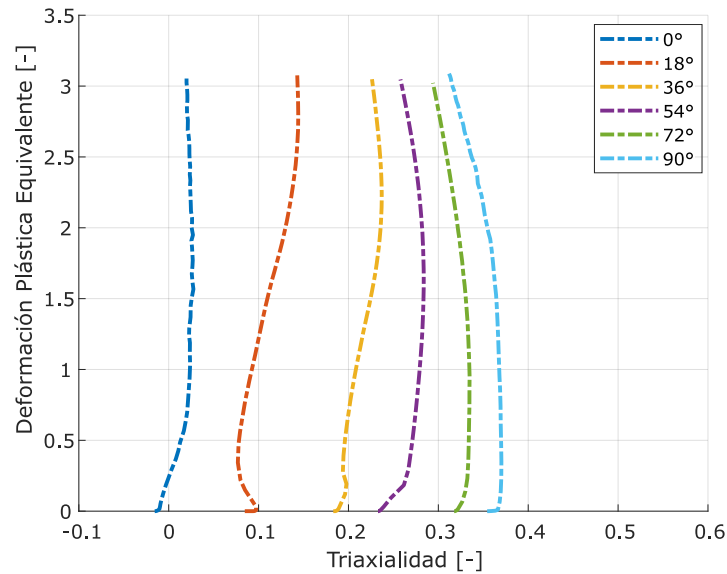


Figura 3.11 Gráfico Triaxialidad vs Deformación Plástica Equivalente para las distintas orientaciones.

de Control Numérico de la Facultad de Ingeniería. En primera instancia, se realiza el con torneado en serie de cada probeta, para luego generar la zona de concentración de esfuerzos de manera individual. Mediante estos procesos se presentó un error en el espesor de la zona crítica de ± 0.05 mm.

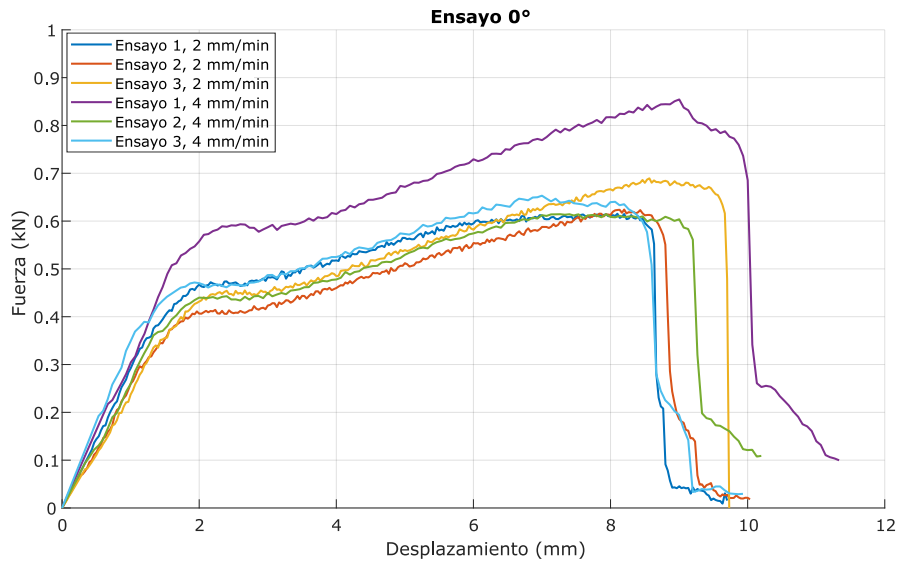
El mecanismo Arcan se instala en la máquina universal de ensayos del Laboratorio de Mecánica de Sólidos. Los dispositivos de sujeción presentan orificios cada 18° , sobre los cuales se puede aplicar la carga de axial. La probeta es montada en el dispositivo mediante mordazas y pernos, como se muestra en la Figura A.6.



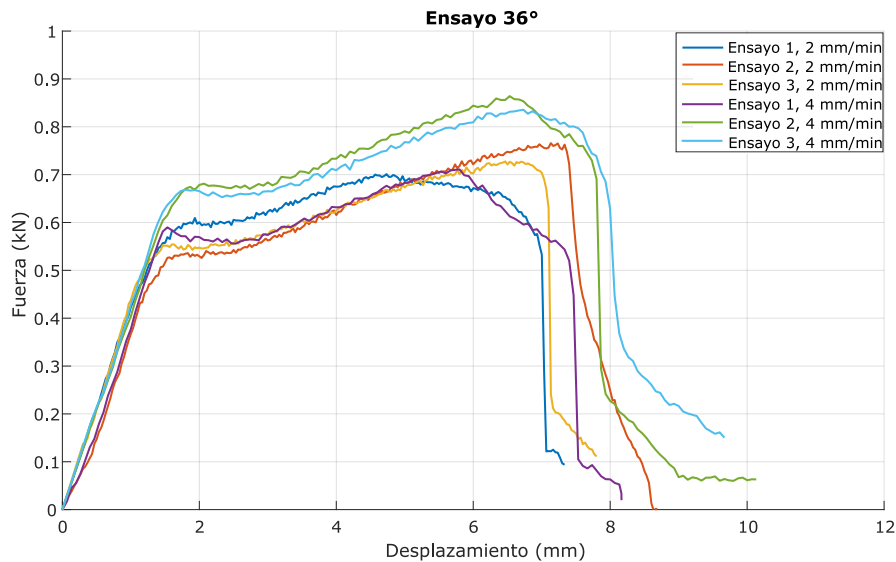
Figura 3.12 Probeta mariposa montada en dispositivo Arcan.

Resultados ensayos Arcan

Las pruebas se realizaron a temperatura ambiente en régimen cuasi estático con velocidades de 2 y 4 mm/min. Se ejecutaron 3 pruebas para cada velocidad. Las orientaciones ensayadas corresponden a 0°, 18°, 36°, 54°, 72° y 90°. Los resultados de todas las pruebas se muestran en Anexos A.



(a)



(b)

Figura 3.13 Resultados experimentales de ensayos a 0° y 36°.

3.2.2. Ensayos de tracción de probetas planas

Se llevaron a cabo otro grupo de ensayos de tracción a probetas planas ranuradas. Este espécimen fue usado por primera vez en 1997 por Goldthorpe [34], quien investigó la ductilidad a la fractura del acero. Mediante esta prueba se logran valores de triaxialidad superiores

a 0.33, correspondiente al estado de tracción. Dichos valores son necesarios para ajustar adecuadamente el modelo en el rango de triaxialidad que tiene la trayectoria del tronco cónico.

Para este trabajo se adoptó la metodología desarrollada por Bai [28]. La geometría consiste en un espécimen de 50 mm de ancho. Se mecanizan cuatro tipos de radios de las ranuras: 12,7 mm, 3,97 mm, 2,38 mm y 1,59 mm. A estas probetas se les asignan dos espesores nominales en la sección mínima: $t = 2,11$ mm se asigna a la que tiene un radio de ranura de 1,59 mm, y $t = 1,6$ mm a las demás. Los espesores de las placas en el hombro de los especímenes son todos iguales a 5 mm.. Por otra parte, Bai plantea una expresión analítica para calcular la triaxialidad η a partir de la geometría de la probeta:

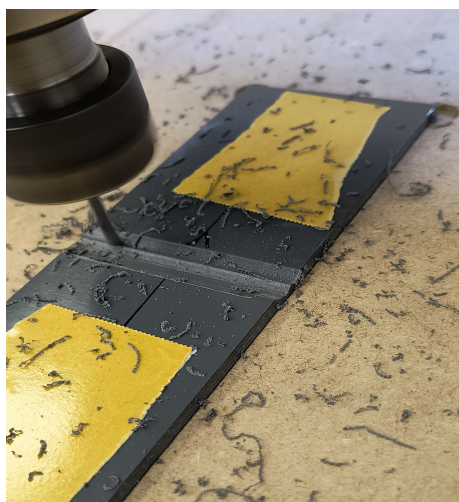
$$\eta = \frac{\sqrt{3}}{3} \left[1 + 2 \ln \left(1 + \frac{t}{4R} \right) \right] \quad (7)$$

A partir de esta expresión es posible tener la triaxialidad de referencia para cada uno de los especímenes. Los valores de resumen en la Tabla 3.4.

Cuadro 3.3 Triaxialidad teórica de ensayos con probetas ranuradas.

Ensayo	Triaxialidad teórica
R 1.59	0.91
R 2.38	0.75
R 3.97	0.69
R 12.7	0.61

La fabricación de las probetas planas ranuradas se realizó en el Laboratorio de Control Numérico de la misma manera que con las probetas de tracción y Arcan. Por otro lado, las pruebas se realizaron a temperatura ambiente en régimen cuasi-estático a una velocidad de 2 mm/min.



(a) Fabricación zona ranurada



(b) Probeta ensayada

Figura 3.14 Proceso fabricación y ensayo de probeta ranurada.

Resultados ensayos con probetas planas ranuradas

La Figura 3.18 resume los resultados experimentales obtenidos para las distintas probetas ranuradas. Se observa un comportamiento similar hasta la fractura para los tres primeros especímenes, sin embargo, para el la probeta R-12.7 la diferencia en el desplazamiento máximo es cercana a los 0.8 mm. Por otro lado, las probetas R-1.59 y R-12.7 presentan una diferencia en la fuerza máxima de aproximadamente un 10%.

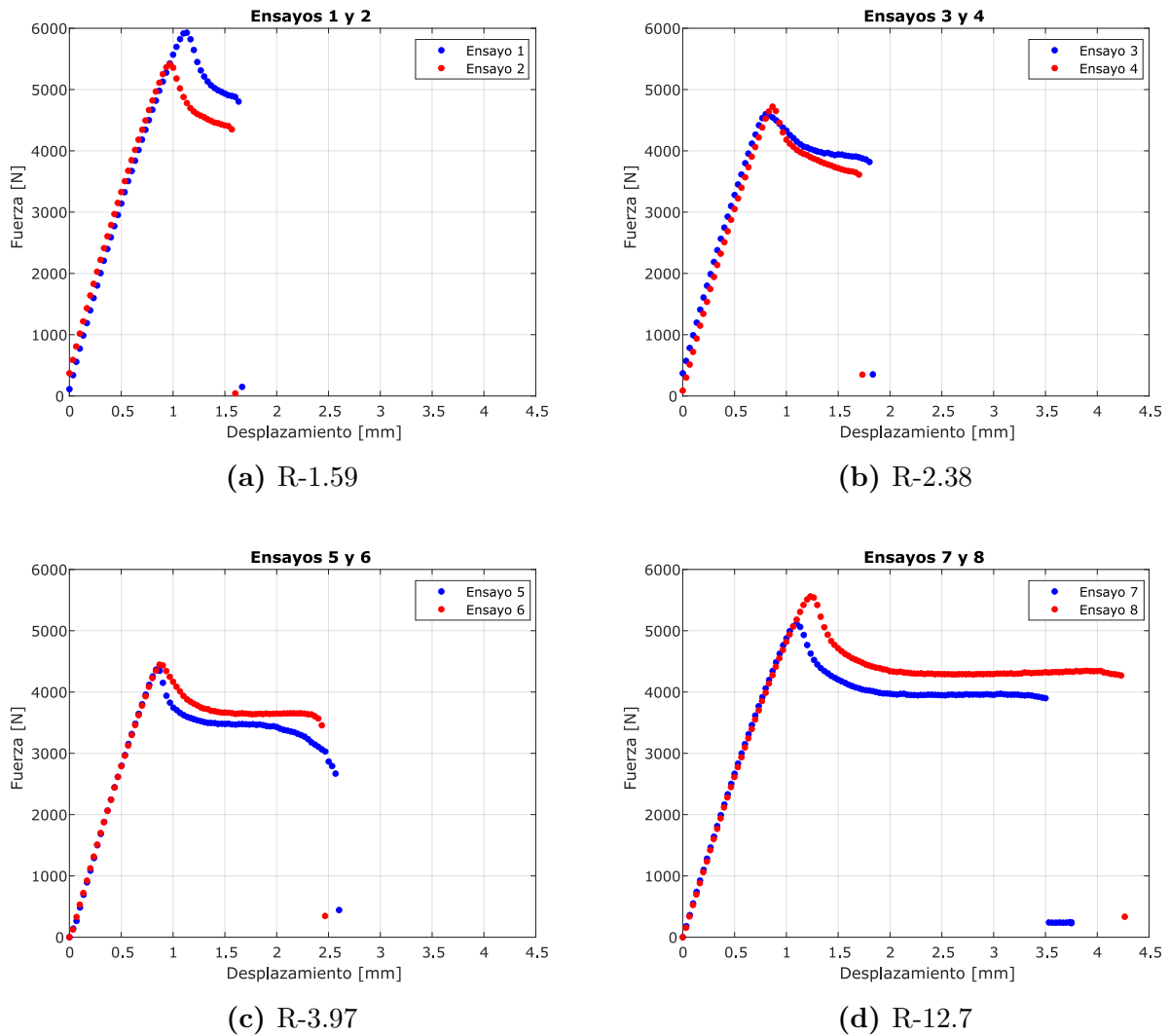


Figura 3.15 Resultados experimentales probetas ranuradas

3.3. Ensayos de SPIF

En este trabajo se considera el SPIF de láminas de PVC rígido con un espesor de 3 mm y dimensiones de trabajo de 150x150mm. El equipo consiste en un banco de ensayos y la herramienta de conformado, los cuales se encuentran montados en una fresa CNC, modelo XH7126. La lámina se fija en el banco mediante pernos y el banco a la CNC mediante mordazas de sujeción para evitar movimientos. La herramienta de conformado se fabrica con acero 1045 y cuenta con punta semiesférica con un diámetro de 12 mm.

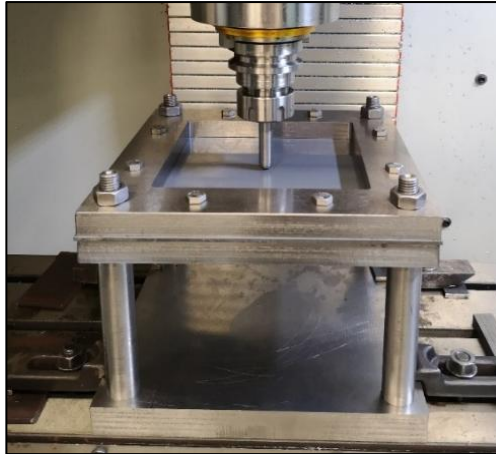


Figura 3.16 Banco de ensayos para SPIF.

3.3.1. Test de línea

El test de línea consiste en una prueba básica mediante la cual se generan una serie de desplazamientos lineales de la herramienta sobre la lámina, incrementando la profundidad con cada pasada, tal como muestra el diagrama de la Figura 3.17. Con este procedimiento es posible analizar los límites de conformado de la lámina y cómo afectan los distintos parámetros operacionales en la conformabilidad de la lámina. En esta instancia, se busca determinar la profundidad máxima de conformado a partir de la variación de la velocidad de rotación y velocidad de avance de la herramienta.

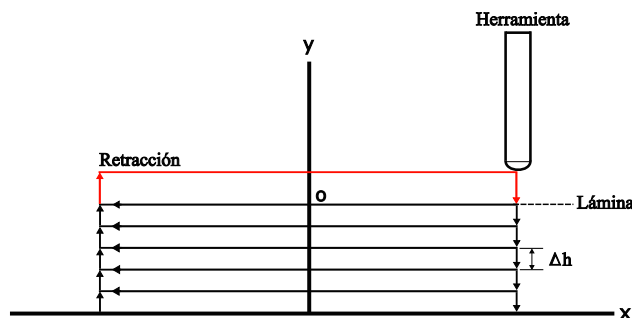


Figura 3.17 Trayectoria de la herramienta en la prueba de línea.

En 2015, Davarpanah, M. [35] determinó que para incrementos de profundidad mayores a 1 mm se presenta una gran zona de desgarro, por lo que es preferible evitar estos valores. En base a esto, se realizan pruebas con incrementos de 0.2, 0.5 y 0.7 mm, con lo que se obtuvo que la profundidad máxima en la lámina no varía en este rango. Por lo tanto, los siguientes experimentos de SPIF se realizan con un incremento de 0.5 mm.

Se realizan ensayos con velocidades de rotación de 200, 800, 1400 y 2000 rpm. Además, para la velocidad de avance se utiliza 500, 1000, 1500 y 2000 mm/min. De acuerdo con los resultados obtenidos de estas combinaciones operacionales, se establece que la profundidad máxima alcanzada es de 19 mm, en condiciones de 800 rpm y 1000 mm/min. En el caso más desfavorable se obtiene una profundidad máxima de 17 mm, cuando las condiciones son de 2000 rpm y 1000 mm/min.

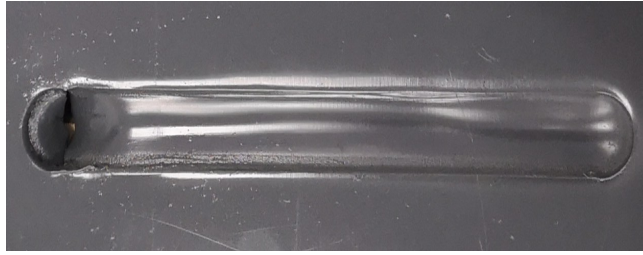


Figura 3.18 Resultado experimental del test de línea con velocidad de rotación de 2000 rpm.

3.3.2. Tronco cónico

La validación de la superficie de fractura requiere de una serie de experimentos con geometrías sencillas. En este caso, se fabrica un tronco de cono con las dimensiones presentadas en la Figura 3.25. Esta geometría se seleccionó con la finalidad de presenciar la fractura de manera temprana en la pieza, de esta manera se disminuye el número de pasos de la posterior simulación del ensayo.

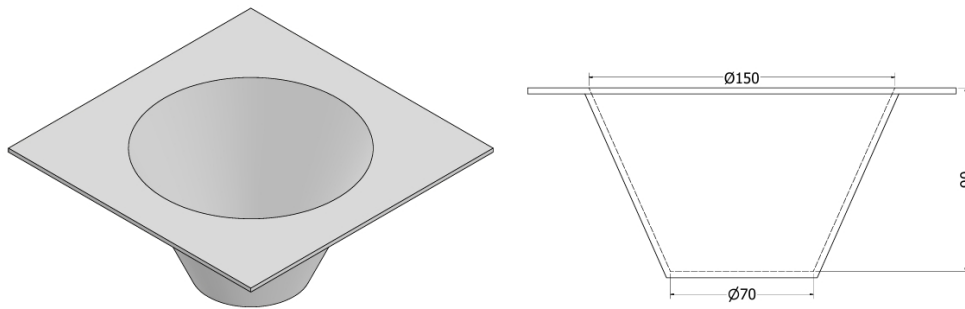


Figura 3.19 Geometría de tronco cónico.

Se realizan un total de 3 ensayos, de los cuales se obtuvieron profundidades muy similares a las que se inicia la falla, siendo a 26.5, 28 y 29 mm. Por lo tanto, para determinar el parámetros de falla se decide evaluar la simulación hasta los 28 mm de profundidad.

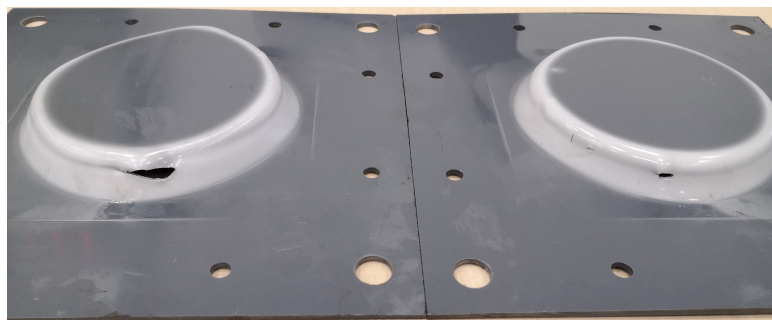


Figura 3.20 Falla en tronco cónico fabricado mediante SPIF.

3.4. Simulación por elementos finitos

Las simulaciones numéricas se realizan en el software Ansys Workbench usando el modelo material desarrollado a partir de la caracterización mecánica (Cap. 3.1). Para describir el comportamiento plástico del PVC se empleó el modulo de endurecimiento isotrópico multilíneal (Multilinear Isotropic Hardening) disponible en Ansys, tal como se muestra en la Figura 3.21.

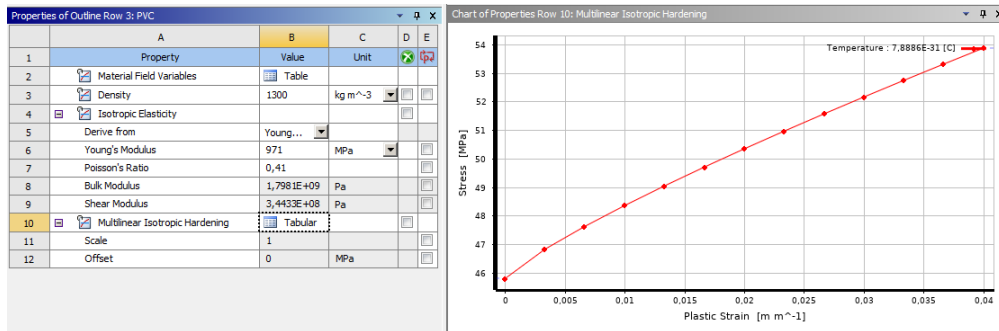


Figura 3.21 Propiedades del PVC ingresadas en Ansys Workbench.

Debido a que la carga se aplica de manera controlada y en régimen cuasi-estático, las simulaciones son realizadas mediante el método implícito, por lo que se desprecian los efectos inerciales. Además, dado el comportamiento no lineal del material bajo grandes desplazamientos, se empleó la condición de grandes deformaciones para modelar el comportamiento del material mediante las deformaciones de Green-Lagrange.

En el caso de las simulaciones de SPIF, para modelar el contacto se empleó la formulación Augmented Lagrange, la cual ofrece un equilibrio entre estabilidad y precisión. Esta formulación resulta más estable que el método Normal Lagrange y más precisa que Pure Penalty, presentando además un tiempo computacional intermedio entre ambas.

3.4.1. Simulación de ensayo Arcan

Las condiciones de contorno son las mismas que se usaron en el proceso de diseño, es decir, un lado se fija y al otro se le aplica un desplazamiento idéntico al de los ensayos experimentales. Como parámetros de salida se tiene, el esfuerzo equivalente de Von Mises, el esfuerzo hidrostático, la triaxialidad y la deformación plástica equivalente. Se seleccionaron los valores del elemento más crítico, es decir, el más central de la probeta.

Un aspecto clave en la simulación es el mallado de la probeta. En este caso, debido a la complejidad geométrica del espécimen, se optó por utilizar elementos tetraédricos cuadráticos, en concreto TET10 de Ansys, los cuales están conformados por 10 nodos por elemento. En total, el mallado cuenta con 66045 nodos y 38163 elementos.

Se ha realizado un refinamiento de la malla en la zona crítica de la probeta mediante el uso de secciones, las que han permitido establecer un tipo de transición en el tamaño de los elementos en cada zona (ver Figura 3.22). En la zona crítica es necesario tener elementos pequeños para capturar con mayor precisión los parámetros antes mencionados cuando la probeta está sometida a distintos estados de esfuerzos. Por lo mismo, en esta sección se usan elementos de 0.2 mm, en el caso de los hombros de 0.6 mm y para el resto del cuerpo de 2.2 mm.

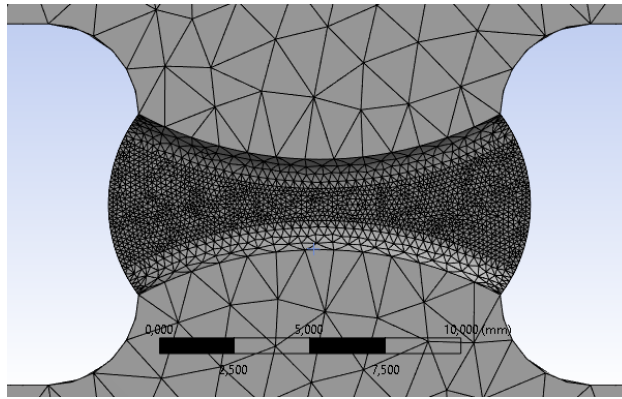


Figura 3.22 Mallado en zona de concentración de esfuerzos probeta Arcan.

A partir de las curvas obtenidas en los ensayos experimentales, se identifica el desplazamiento correspondiente al inicio de la fractura, es decir, el punto en el que la curva presenta una caída. Con esta información se evalúa la correlación entre las curvas experimentales y las obtenidas por simulación hasta el desplazamiento mencionado, siendo las de 0° , 18° , 36° y 90° las que tienen un coeficiente de determinación superior al 90 %.

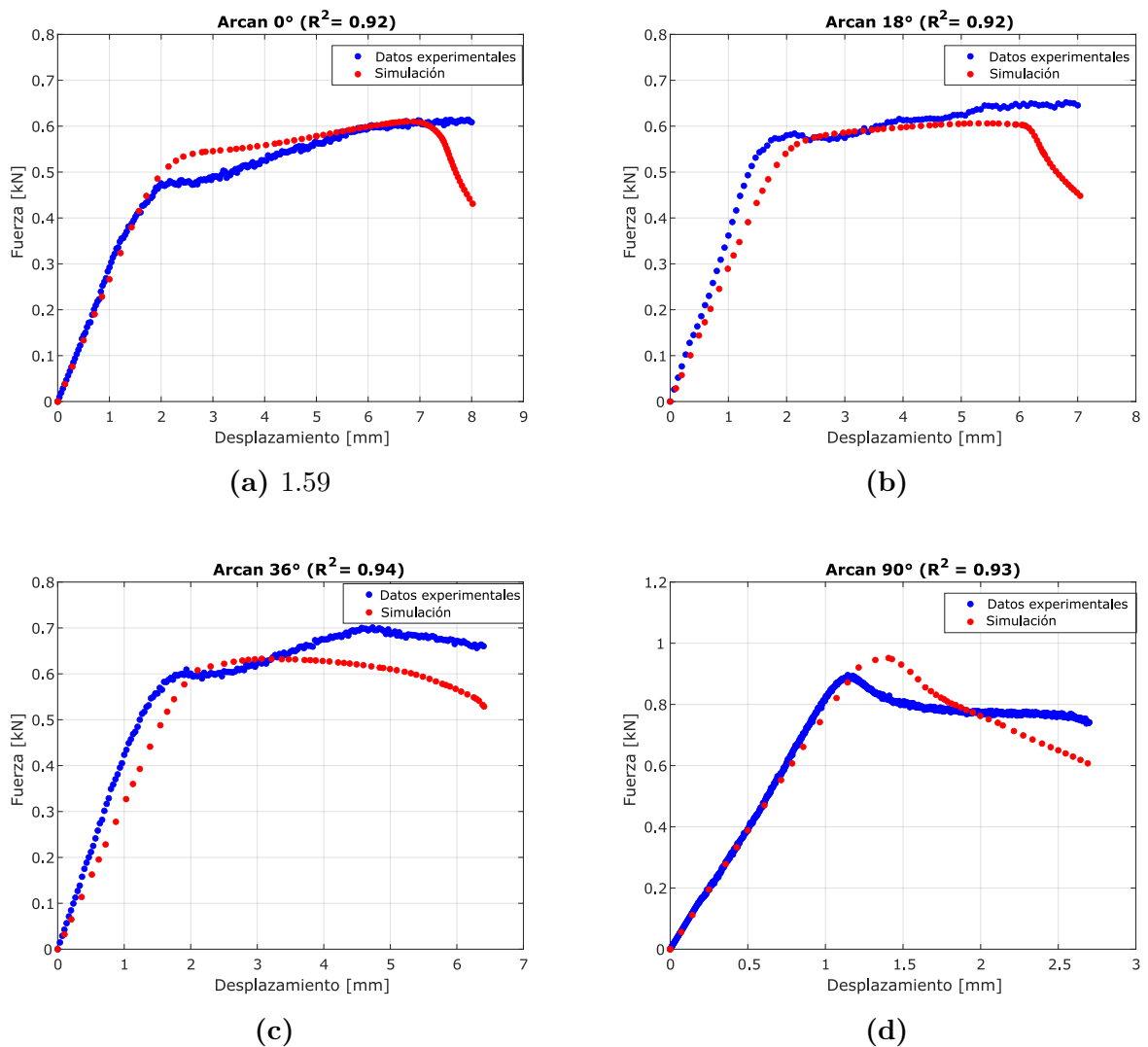


Figura 3.23 Comparación de resultados experimentales y simulación de ensayos Arcan.

3.4.2. Simulación probetas planas ranuradas

La condiciones de contorno corresponden a las de un ensayo de tracción, es decir, un lado se fija y al otro se le aplica una condición de desplazamiento idéntico al de los ensayos experimentales. La zona ranurada presenta las deformaciones plásticas de mayor magnitud (ver Figura 3.25) en cada una de las probetas, por lo que, de la misma manera que en el ensayo Arcan, los parámetros de salida se determinan a partir del elemento más crítico de la zona central.

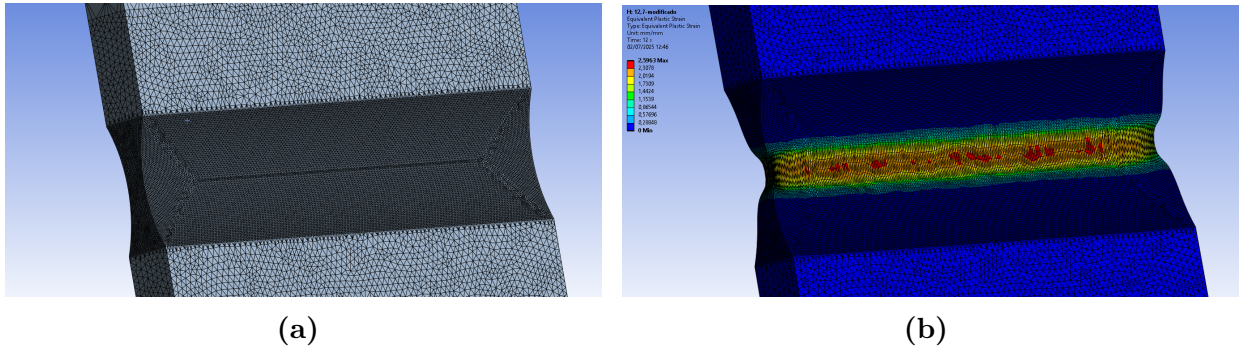


Figura 3.24 Mallado de la probeta plana R-12.7.

Para las simulaciones se ha aplicado el mismo procedimiento que con las probetas Arcan. Se usaron elementos TET10 de Ansys. En la zona de interés se aplicó un refinamiento con elementos de 0.2 mm, luego se creó una sección de 10 mm entre esta zona y el extremos para generar una transición con elementos de 0.6 mm. Finalmente, el resto del cuerpo cuenta con elementos de 3 mm. Cabe mencionar que debido al extenso tiempo de las simulaciones se usaron elementos de mayor tamaño (aproximadamente un 50 % mayor) en el cuerpo de las probetas R-3.97 y R-12.7, manteniendo los 0.2 mm de la zona de interés.

Cuadro 3.4 Cantidad de nodos y elementos de cada simulación.

Simulación	N° nodos	N° elementos
R 1.59	207414	122044
R 2.38	252443	147902
R 3.97	272187	159272
R 12.7	430982	250892

En la Figura 3.26 se comparan los datos de un ensayo característico con los obtenidos por simulación. En este caso, se observa una buena correlación solo en los ensayos R-1.59 y R-2.38, en donde el coeficiente de determinación es mayor al 90 % para ambos casos.

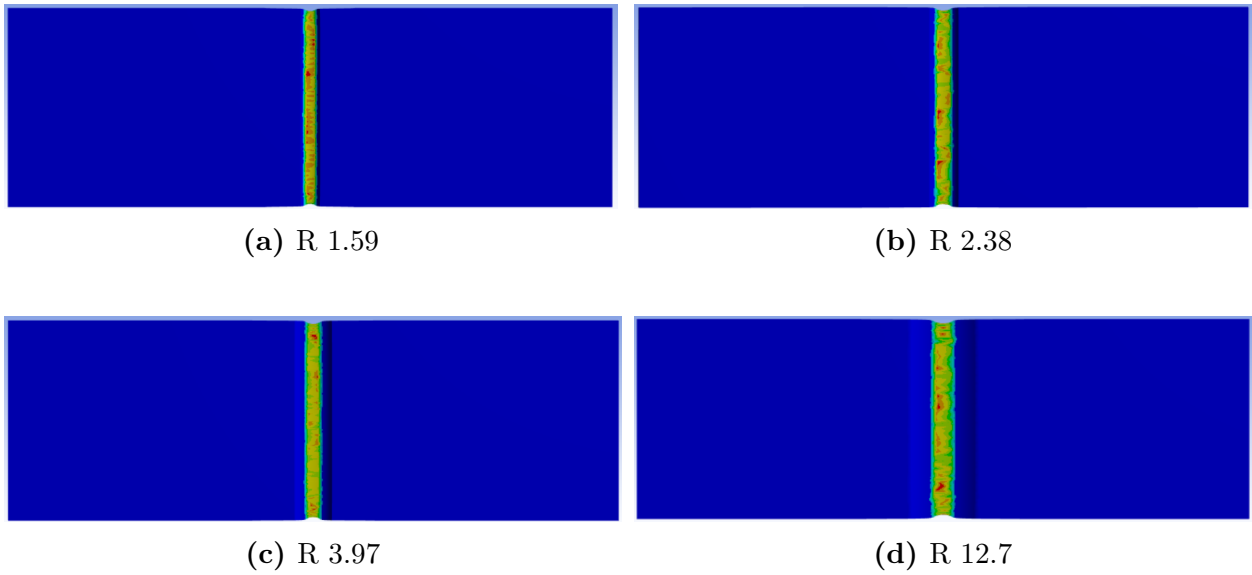


Figura 3.25 Deformación plástica equivalente en la fractura de cada probeta ranurada.

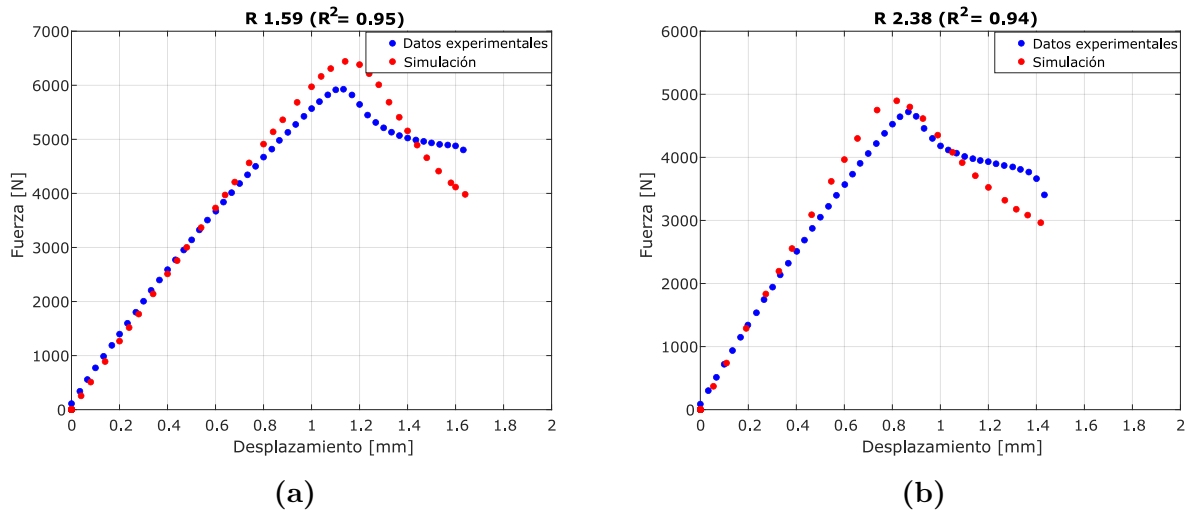


Figura 3.26 Comparación ensayos experimentales y simulación de probetas planas ranuradas

3.4.3. Simulación SPIF

Para evaluar la capacidad predictiva del modelo a ajustar, se llevan a cabo simulaciones de la prueba de línea y de tronco cónico. Los desplazamientos hasta el comienzo de la fractura se establecen a partir de los ensayos experimentales.

Simulación de prueba de línea

El modelo geométrico para simular el proceso mediante elementos finitos consiste en una lámina que se encuentra con condición de soporte fijo en sus bordes y una esfera que simula el efecto del punzón. Este procedimiento simplificado ha sido validado por otros investigadores [18][19]. Para este caso, se ha aplicado una simetría en los cuerpos con el objetivo disminuir los recursos computacionales. Para el mallado se refinó la zona crítica usando elementos TET10 de 1 mm, luego una zona de transición de 1.6 mm y el resto del cuerpo de 5 mm. A pesar de

las diferencias con el mallado adoptado en ensayos anteriores (Arcan y probetas planas) se ha demostrado que para simular el SPIF, con elementos de 3 mm se tienen resultados que coinciden con los experimentales. En total, se utilizaron 18483 nodos y 9919 elementos.

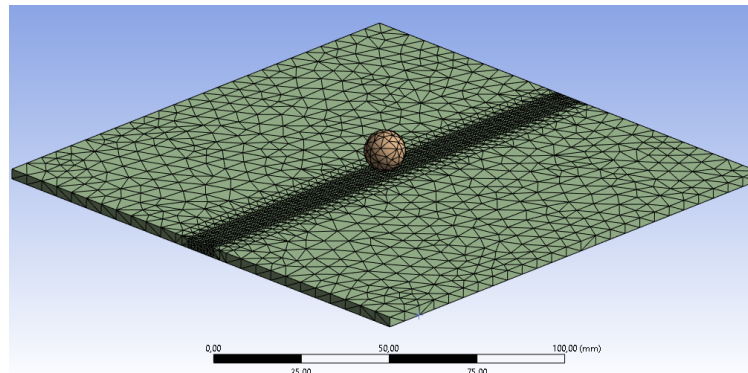


Figura 3.27 Mallado simulación prueba de línea.

Los desplazamientos empleados en la simulación son idénticos a los aplicados ensayos experimentales (ver Figura 3.17), es decir, la herramienta sigue una línea de 130 mm con incrementos de profundidad de 0.5 mm. A partir de los resultados experimentales se establece que la fractura en la lámina se inicia cuando la herramienta alcanza una profundidad de 19 mm. Por lo tanto, los parámetros de salida se evalúan hasta dicho punto, a partir del elemento crítico presentado en la Figura 3.28.

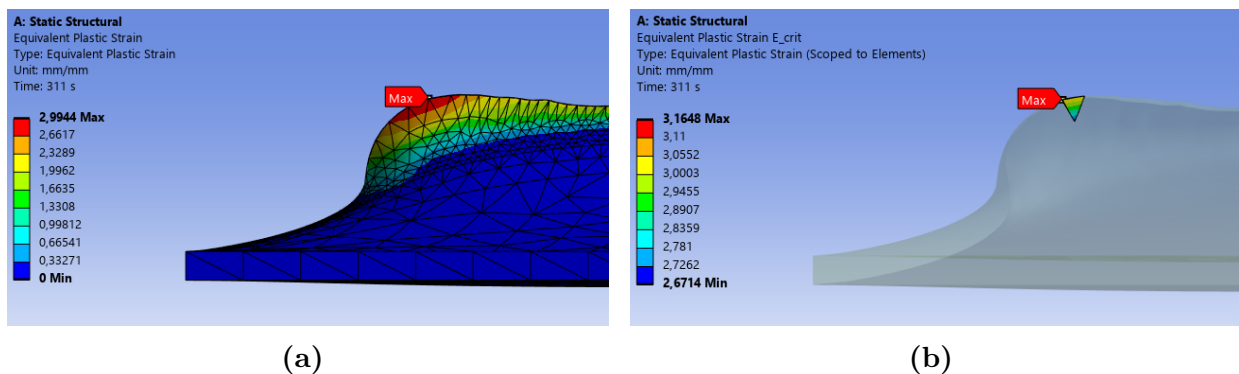


Figura 3.28 Extracción de parámetros a partir del elemento crítico.

Simulación prueba de tronco cónico

Para la simulación se implementa la misma metodología que en la prueba de línea, sin embargo, el tamaño de los elementos se debe aumentar debido al amplio espacio de memoria que requiere la simulación. Se utiliza la opción de esfera de influencia para refinar las zonas donde se debe presentar la falla, utilizando elementos TET10 de 2 mm. Para el resto del cuerpo, se realizan transiciones aumentando el tamaño de los elementos hasta llegar al centro y al extremo de la lámina, en donde alcanzan los 6 mm. En total, se usaron 26635 nodos y 14956 elementos.

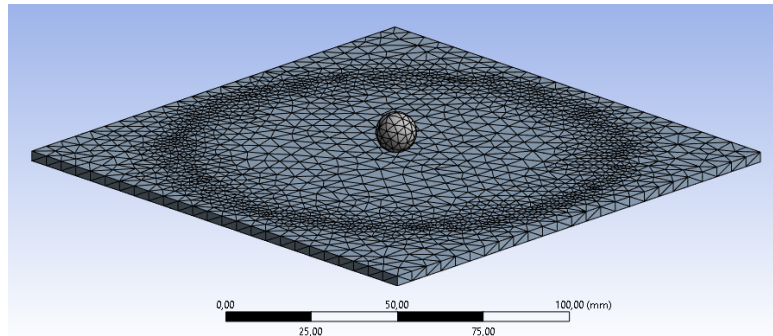


Figura 3.29 Malla utilizada en simulación de ensayo de tronco cónico.

A partir de la solución de la simulación se extraen los parámetros requeridos. Para ello, se selecciona el elemento que presenta el mayor valor de deformación plástica equivalente, el cual se localiza en la cara exterior del material. Tal como señala Malhorta [36], la fractura en el proceso SPIF se inicia en la superficie exterior y se propaga hacia el interior. Esta condición se atribuye al estiramiento y flexión generados por el contacto con la herramienta.

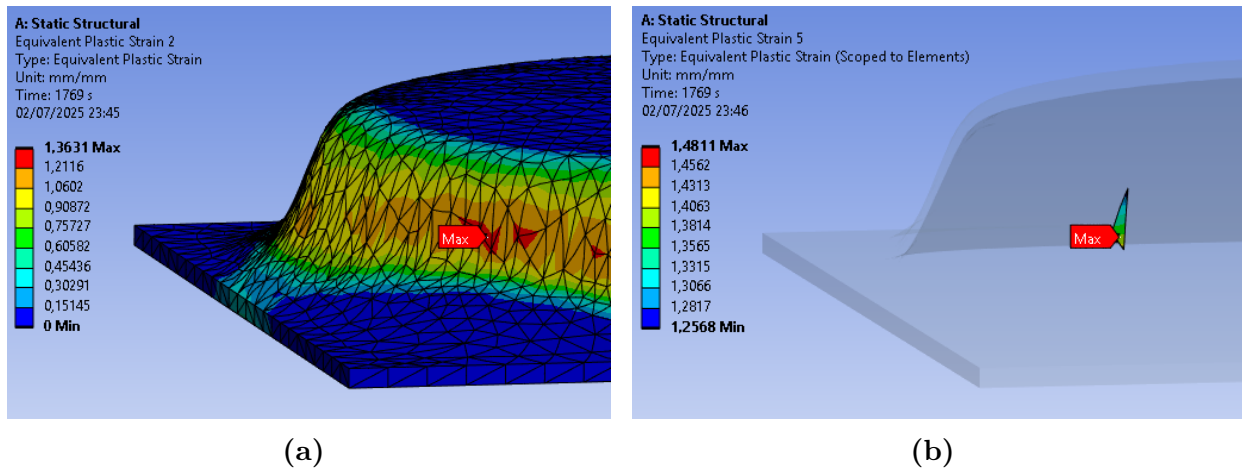


Figura 3.30 Extracción de parámetros a partir del elemento crítico.

4. Caracterización y evaluación del modelo de fractura

4.1. Ensayo Arcan

Al tener una buena correlación entre simulación y experimento únicamente en las direcciones 0° , 18° , 36° y 90° (ver Figura 3.23), se seleccionan solo las simulaciones en estas direcciones para extraer los parámetros. Se consideró que el inicio de la fractura se produjo en el desplazamiento correspondiente al punto en donde la curva experimental cae a una fuerza cero. En base a esto, la siguiente figura presenta la trayectoria de la triaxialidad que presentó cada prueba hasta ocurrir la fractura.

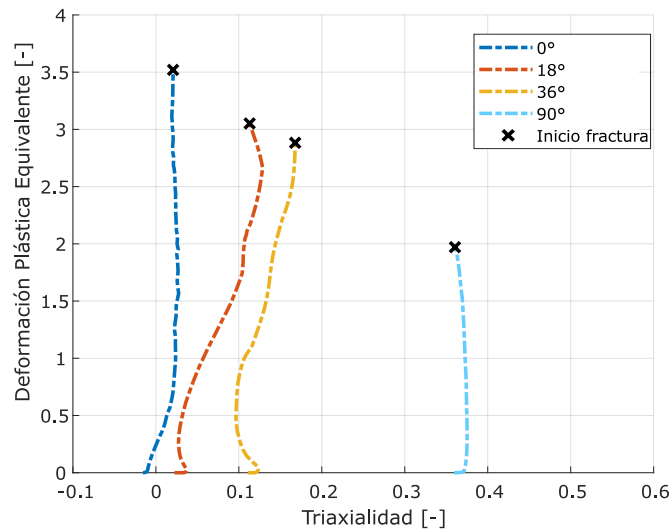


Figura 4.1 Gráfico Deformación Plástica Equivalente vs Triaxialidad para las distintas orientaciones.

Por último, los puntos de inicio de fractura registrados por las pruebas Arcan y que son necesarios para calibrar el modelo se presentan en la Tabla 4.1.

Cuadro 4.1 Parámetros obtenidos por pruebas Arcan.

Deformación Plástica Eqv. $[\varepsilon_f]$	Triaxialidad $[\eta]$	Parámetro de Lode $[\bar{\theta}]$
3.587	0.038	-0.010
3.292	0.105	0.162
2.910	0.159	0.581
1.945	0.357	0.002

4.2. Ensayo probetas ranuradas

Para el caso de las probetas planas ranuradas se obtuvo una buena correlación entre simulación y experimentos en los casos R-1.59 y R-2.38 (ver Figura 3.15). Por lo tanto, se seleccionaron solo estas simulaciones para extraer los parámetros. El criterio para definir el punto de fractura es el mismo que se utiliza para el ensayo Arcan. La Figura 4.5 presenta la trayectoria de la triaxialidad hasta presentar el inicio de la fractura.

Por último, los puntos de inicio de fractura registrados por las pruebas a probetas planas ranuradas y que son necesarios para calibrar el modelo se presentan en la Tabla 4.2.

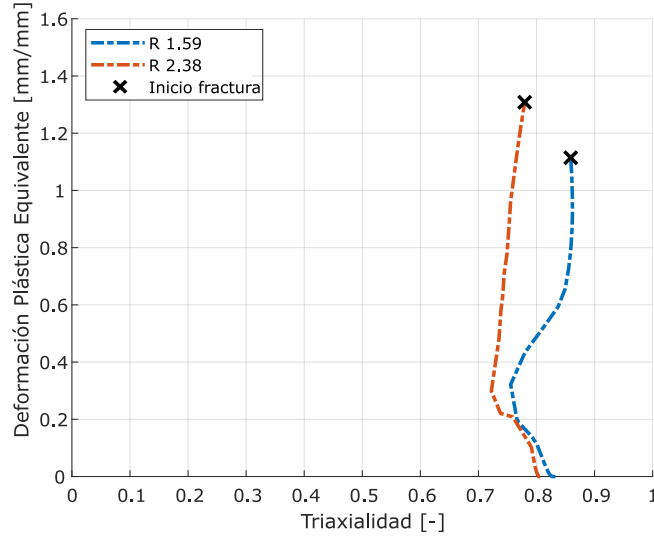


Figura 4.2 Deformación Plástica Equivalente vs Triaxialidad de cada probeta ranurada.

Cuadro 4.2 Parámetros obtenidos por pruebas a probetas planas ranuradas.

Def. Plástica Eqv. $[\varepsilon_f]$	Triaxialidad $[\eta]$	Par. de Lode $[\bar{\theta}]$
1.18	0.91	0
1.35	0.78	0

4.3. Ensayos de SPIF

La evaluación de la superficie a generar para el PVC se realiza mediante ensayos de SPIF, en específico con las pruebas de línea y el tronco cónico. La trayectoria de la triaxialidad que indica los rangos experimentados por cada ensayo se presenta en la Figura 3.1 y los parámetros que indican el inicio de la falla se resumen en la Tabla 4.3.

Cuadro 4.3 Parámetros obtenidos por pruebas de línea y tronco cónico.

Prueba	Def. Plástica Eqv. $[\varepsilon_f]$	Triaxialidad $[\eta]$	Par. de Lode $[\bar{\theta}]$
Línea	2.979	0.050	0.507
Cono	1.497	0.603	0.645

4.4. Modelo de fractura dúctil

La caracterización del comportamiento de la fractura del PVC bajo distintos estados de carga que predominan en los ensayos de SPIF, se realiza mediante el ajuste del modelo propuesto por Bai y Wierzbiki, cuya formulación considera la dependencia de la deformación plástica equivalente ε_f , con la triaxialidad η y el parámetro de ángulo de Lode $\bar{\theta}$. La expresión general del modelo se describe mediante una combinación de términos exponenciales, ajustados por seis parámetros independientes según la ecuación 8:

$$\varepsilon_f(\eta, \bar{\theta}) = \frac{1}{2} [D_1 e^{-D_2 \eta} + D_5 e^{-D_6 \eta} - 2D_3 e^{-D_4 \eta}] \bar{\theta}^2 + \frac{1}{2} [D_1 e^{-D_2 \eta} - D_5 e^{-D_6 \eta}] \bar{\theta} + D_3 e^{-D_4 \eta} \quad (8)$$

Para determinar estos parámetros, se utilizaron los datos de las Tablas 4.1 y 4.2, corres-

pendientes a los ensayos Arcan y a probetas planas ranuradas. Estas configuraciones cubren un amplio rango de triaxialidades (0.04 a 0.91) y valores de $\bar{\theta}$ (0 a 0.58). Cada punto fue definido por el set $(\varepsilon_f, \eta, \bar{\theta})$. De esta manera, la distribución de los puntos en los planos de triaxialidad y ángulo de Lode se muestra en la Figura 4.3.

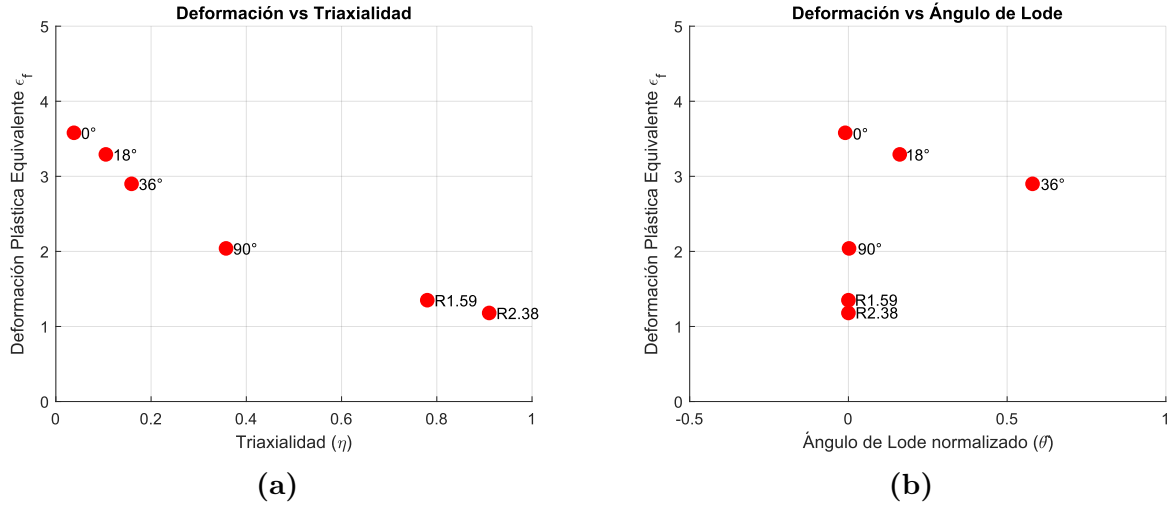


Figura 4.3 Distribución de valores obtenidos de pruebas.

El proceso de ajuste de los parámetros consiste en minimizar la diferencia entre los valores de las pruebas y los valores predichos por el modelo. Para esto se utilizó el algoritmo de optimización de MATLAB para minimizar el error promedio, ver la siguiente ecuación:

$$\text{Min}_{(D_1, D_2, \dots, D_6)} (\text{Error})_{\text{av}} = \text{Min}_{(D_1, D_2, \dots, D_6)} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\hat{\varepsilon}_f(\eta_i, \bar{\theta}_i) - \bar{\varepsilon}_{f,i}}{\bar{\varepsilon}_{f,i}} \right| \right]. \quad (9)$$

Una vez obtenidos los parámetros óptimos, se obtiene una superficie de fractura asimétrica, la cual está descrita por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \varepsilon_f(\eta, \bar{\theta}) = & \frac{1}{2} [2,1697e^{-0,4352\eta} + 1,5852e^{-0,9190\eta} - 2 \cdot 3,7669e^{-1,3156\eta}] \bar{\theta}^2 \\ & + \frac{1}{2} [2,1697e^{-0,4352\eta} - 1,5852e^{-0,9190\eta}] \bar{\theta} + 3,7669e^{-1,3156\eta} \end{aligned} \quad (10)$$

Con esto, se generó una superficie tridimensional que representa las deformación plástica equivalente en función de la triaxialidad y el ángulo de lode normalizado (ver Figura 4.4). Adicionalmente, en la Figura 4.6 se comparan valores de predicciones del modelo ajustado con los valores de las pruebas, en donde se determina que el error promedio es de un 3.2%.

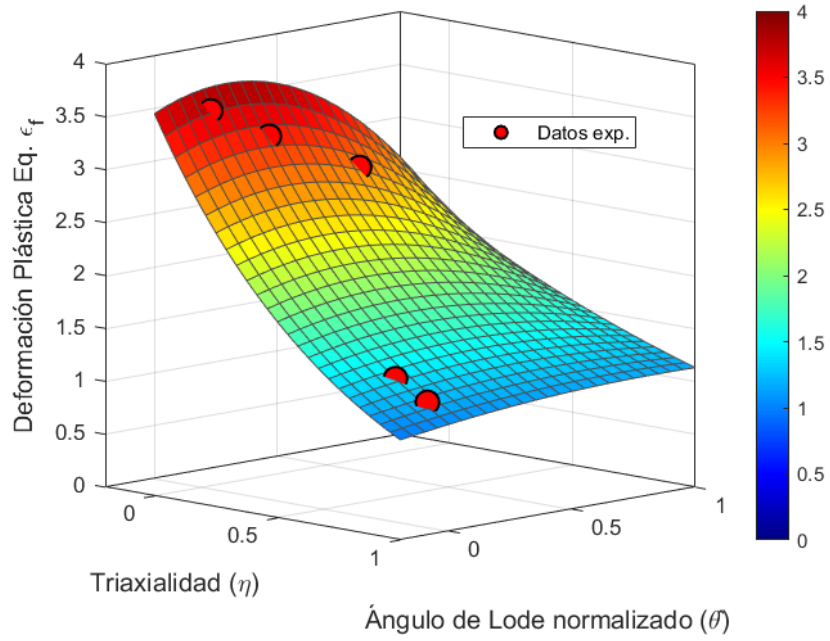


Figura 4.4 Superficie de fractura determinada para el PVC.

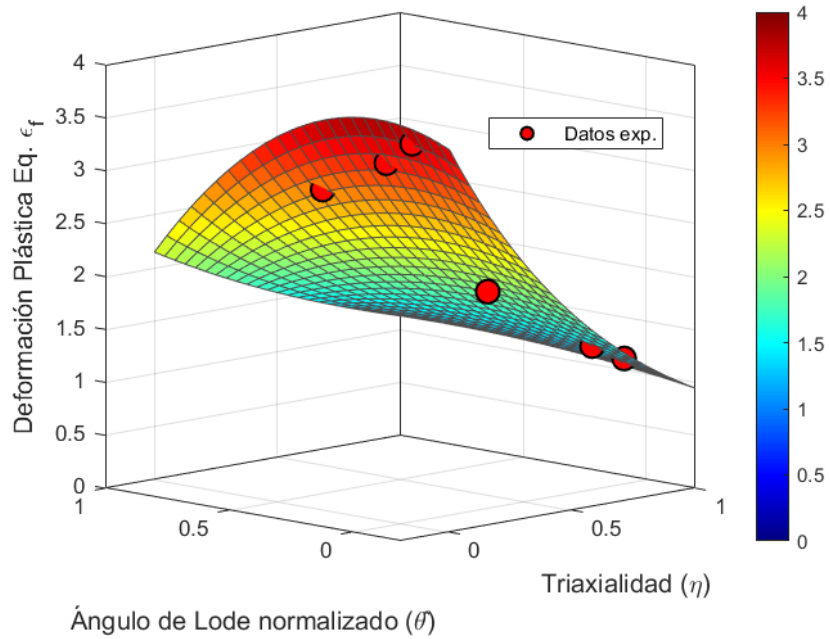


Figura 4.5 Superficie de fractura determinada para el PVC cambio de orientación.

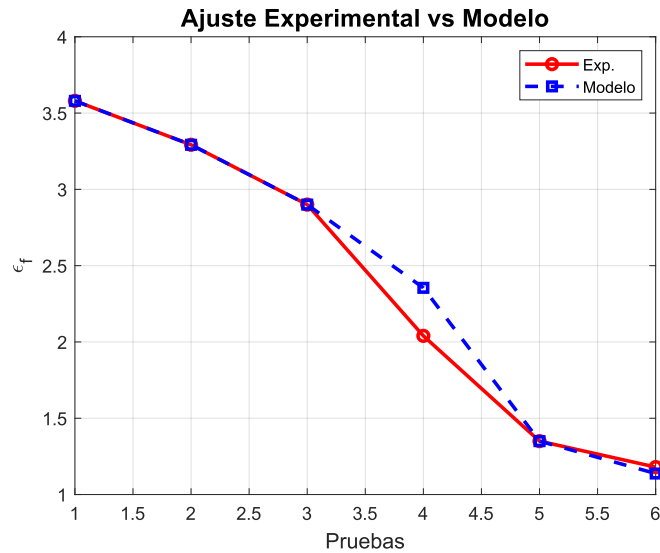


Figura 4.6 Comparación entre valores de pruebas y valores del modelo.

4.5. Evaluación de SPIF en superficie de fractura

Con la finalidad de validar la efectividad y precisión del modelo de fractura dúctil ajustado para el PVC, se evalúa su desempeño para predecir la falla sobre condiciones distintas a las originales. Para esto, se seleccionaron dos pruebas representativas en el estudio de conformado incremental y que presentan estados de esfuerzos distintos: la prueba de línea y el tronco cónico. En ambos casos se da un parámetro de Lode intermedio (cercano a 0.5), sin embargo, la triaxialidad se reduce en la prueba de línea, mientras que el tronco cónico presenta un estado de esfuerzos más complejo. Ambos puntos representativos de la falla se proyectan en la superficie de fractura determinada a partir del modelo de Bai-Wierzbicki, como muestran las Figura 4.7 y 4.8. Esta evaluación permite estimar la capacidad del modelo para predecir la deformación plástica equivalente que indica la fractura en escenarios con cargas complejas.

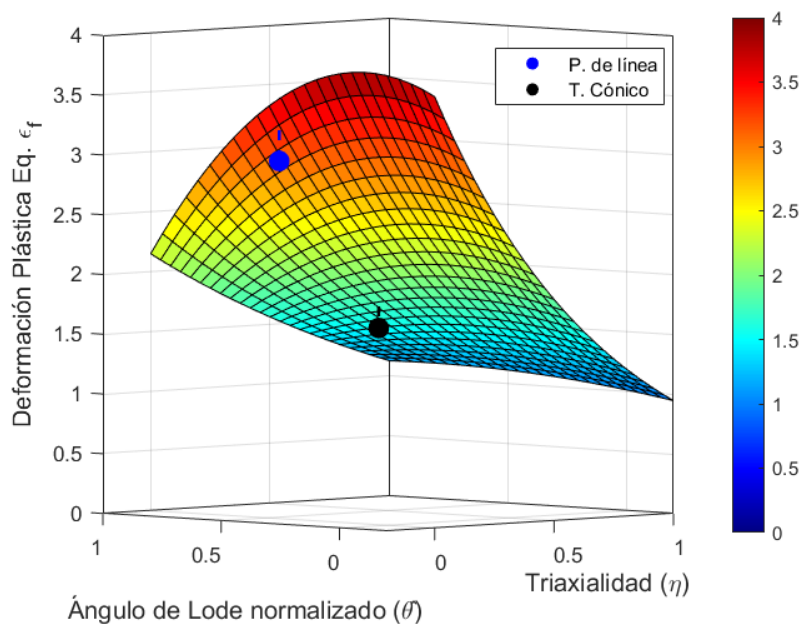


Figura 4.7 Evaluación de ensayos SPIF en superficie de fractura determinada para el PVC.

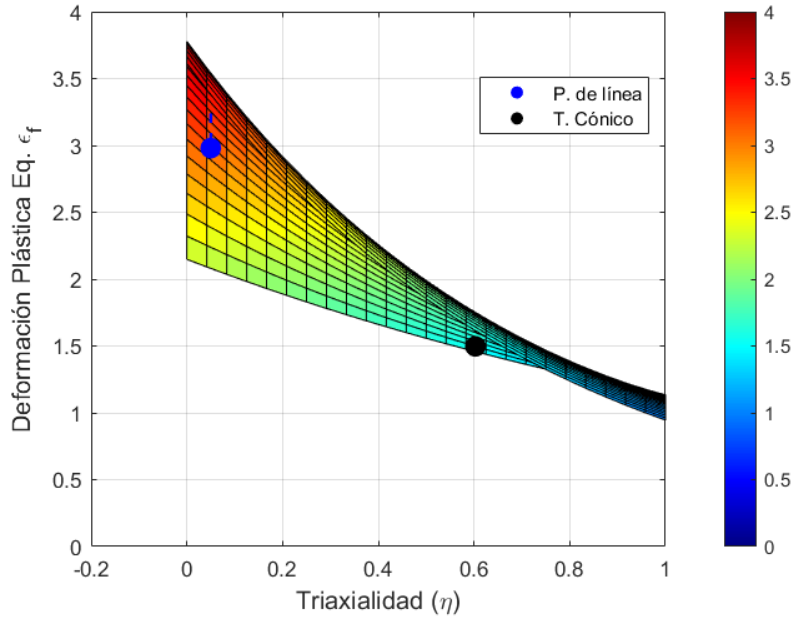


Figura 4.8 Evaluación de ensayos SPIF en superficie de fractura determinada para el PVC en el plano ε_f vs η .

En la prueba experimental de línea se establece que la fractura comienza cuando la herramienta alcanza los 19 mm de profundidad. Los incrementos de profundidad son de 0.5 mm, por lo tanto, en la Tabla 4.4 se determina el porcentaje de error relativo en de los últimos incrementos hasta el inicio de la fractura.

Cuadro 4.4 Error relativo de la deformación predicha por el modelo hasta el inicio de la fractura en la prueba de línea.

Profundidad [mm]	Error relativo
18.0	18.5 %
18.5	12.6 %
19.0	8.70 %

Se realiza el mismo procedimiento para la prueba de tronco cónico, en donde la falla en el experimento se inició a los 28 mm de profundidad (ver Tabla 4.5). En ambos casos no se logra la intersección con la superficie (lo que representa la fractura), quedando debajo de esta. El error relativo compara la deformación experimental con la predicha por el modelo, para la prueba de línea se obtuvo un 8.7% y para el tronco cónico un 12.1%. Esto indica que el error relativo promedio de los puntos evaluados es de 10.4%.

Cuadro 4.5 Error relativo de la deformación predicha por el modelo hasta el inicio de la fractura en prueba de tronco cónico.

Profundidad [mm]	Error relativo
27.0	19.7 %
27.5	17.5 %
28.0	12.1 %

5. Discusión

En este capítulo se profundiza en el análisis de los resultados obtenidos a lo largo de este trabajo, abarcando tanto los ensayos experimentales como las simulaciones numéricas. El objetivo es evaluar la efectividad de la metodología empleada para caracterizar el modelo de fractura dúctil, con el fin de predecir el inicio de la falla en ensayos representativos de conformado incremental. Además, se pretende extraer conclusiones relevantes a partir de los resultados obtenidos, comparándolos con los descubrimientos registrados en la literatura.

5.1. Ensayos de caracterización mecánica

El esfuerzo de ruptura establecido en la ficha técnica del proveedor se encuentra dentro del rango de 41 a 51 MPa [37]. Para este caso, con ensayos realizados a temperatura ambiente se obtuvo un promedio de 38 MPa, lo que resulta un poco menor. Esta diferencia puede estar relacionada al tipo de mecanizado adoptado para fabricar las probetas, sin embargo, representa una variación mínima con respecto a lo establecido, de un parámetro que no se utiliza para modelo material.

Las especificaciones no detallan el esfuerzo de fluencia del PVC rígido, sin embargo, a partir de información de otros proveedores es posible establecer un rango de 44 a 55 MPa [38]. Para este caso, el promedio de esfuerzo de fluencia fue de 45.75 MPa, lo que se encuentra dentro de lo establecido, siguiendo una tendencia al menor valor entregado por proveedores. Es probable que estos bajos valores sean consecuencia de las condiciones ambientales, sin embargo, son congruentes.

En cuanto al módulo elástico, la ficha técnica establece un rango de 2400 a 4100 MPa, sin embargo, los valores experimentales son muy distintos, puesto que en promedio se tiene un valor de 971 ± 68 MPa.

5.2. Ensayos de caracterización del modelo de fractura

Los valores elevados de deformación plástica equivalente hasta la fractura obtenidos en este estudio se explican por la alta ductilidad inherente de los polímeros, en particular del PVC. A diferencia de los materiales metálicos, que suelen fracturarse a menores niveles de deformación debido a mecanismos de endurecimiento y localización, los polímeros dúctiles como el PVC pueden soportar grandes deformaciones antes de alcanzar la falla. Por lo tanto, los altos valores de deformación plástica en este trabajo no solo son esperables, sino que reflejan la capacidad de deformación del material dúctil.

Por otro lado, para la triaxialidad y el parámetro del ángulo de Lode se obtuvieron valores esperados, necesarios para ajustar el modelo. Asegurando una buena caracterización del estado de carga. La Figura 3.1 muestra las condiciones de triaxialidad que predominan los rangos calibrados (de 0 a 0.33 y 0.5 a 0.9), los cuales fueron logrados en gran medida por los ensayos realizados. Cabe destacar que, para el rango de 0.5 a 0.78, no fue posible reproducir el comportamiento del material durante el experimento mediante simulaciones. Esta es una de las desventajas de implementar un modelo simple de endurecimiento, que no se adecúa a todo tipo de ensayos. El parámetro del ángulo de Lode por su parte, logra los valores esperados para todos los ensayos, la Figura 5.1 muestra los resultados del ensayo Arcan obtenidos por Bai [28], los cuales, al compararlos con los de este trabajo muestran gran similitud. En el caso de las probetas a 0° y 90° se tiene un valor de cero, pero con distinta triaxialidad. Además, los valores a 18° y 36° , al presentar valores intermedios (entre 0 y 1)

permiten inducir la concavidad de la superficie, por lo que en cualquier tipo de ajuste a futuro se deben considerar más evaluaciones de ángulos entre 0 y 90°.

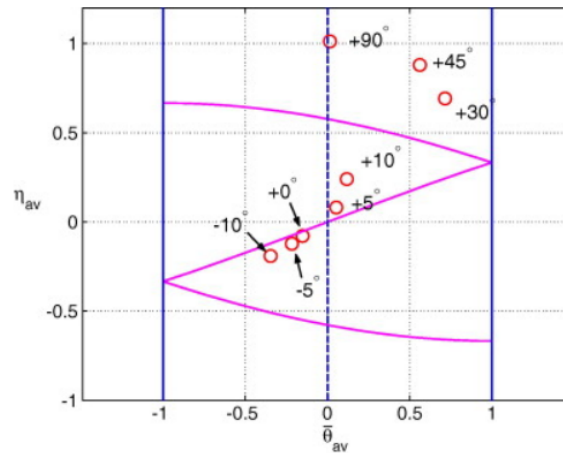


Figura 5.1 Gráfico Triaxialidad vs Parámetro de Lode obtenido por Bai [28].

En cuanto a la caracterización de la fractura en el plano de deformación plástica versus triaxialidad, el comportamiento registrado comúnmente en los estudios corresponde al de los metales [39, 40, 41]. Estos exhiben una tendencia cuadrática creciente en el plano de fractura dentro del rango de 0 a 0.33, en donde la deformación plástica presenta un mínimo local en el estado de corte puro, para luego aumentar con el incremento de la triaxialidad hasta el estado de tracción uniaxial, tal como se aprecia en el plano de fractura determinado para Al 2024-T351 (ver Figura 5.2).

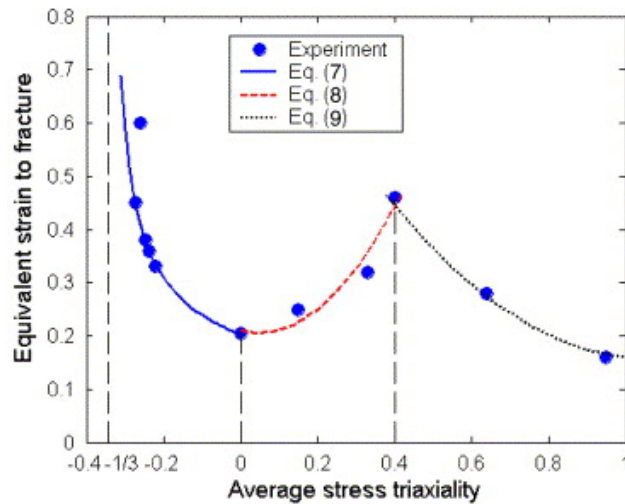


Figura 5.2 Gráfico Deformación plástica a la fractura vs Triaxialidad para Al 2024-T351 [39].

En contraste, los resultados obtenidos en el presente trabajo evidencian una tendencia diferente, ya sea del tipo lineal o cuadrática decreciente. Específicamente, se observa que los valores de deformación plástica equivalente son más altos en condiciones de baja triaxialidad (predominan estados de corte), y disminuyen cuando la triaxialidad aumenta (hasta el estado de tracción uniaxial), ver Figura 4.3(a). Este tipo de comportamiento ha sido recientemente documentado para un material compuesto fabricado a partir de ABS [33], para el cual, a partir de ensayos Arcan, se obtiene la curva deformación plástica versus la triaxialidad similar a la obtenida en este estudio (ver Figura 5.3). Mismo fenómeno ocurre con los valores

superiores a 0.33, en donde la tendencia sigue siendo decreciente, sin embargo, la tasa de cambio es menor.

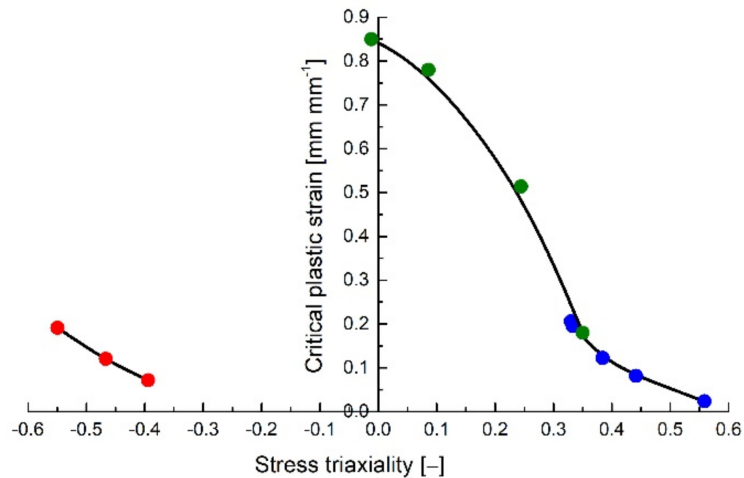


Figura 5.3 Gráfico Deformación Plástica Equivalente vs Triaxialidad para el compuesto fabricado a partir de ABS [33].

5.2.1. Superficie de fractura dúctil

La superficie de fractura muestra un buen ajuste a los puntos experimentales obtenidos para los distintos estados de triaxialidad y parámetro de Lode. Esto se determina a partir del bajo error relativo conseguido por los puntos usados para calibrar el modelo. Bai [28], en su caracterización de la fractura del acero A710 mediante ensayos Arcan, obtuvo un error del 3%, muy cercano al 3.2% de este trabajo.

Además del ajuste numérico, la forma de la superficie de fractura es coherente con los resultados obtenidos, puesto que describe una concavidad inversa prevista en el plano de deformación a la fractura versus triaxialidad. Esta inversión en la concavidad de la superficie indica que los polímeros presentan mayor tenacidad a la fractura en condiciones de corte que en tracción, a diferencia de los metales, donde la triaxialidad en tracción aumenta la ductilidad de manera local.

Con el objetivo de evaluar la efectividad predictiva del modelo ajustado, se evaluaron dos pruebas representativas del SPIF: la prueba de línea y la prueba de tronco cónico. En el primer caso, el modelo presenta una buena aproximación al comportamiento experimental, con un error relativo del 8.7%. En cambio, la prueba de tronco cónico exhibe un error superior, de 12.1%. Esta diferencia se explica principalmente por la distribución de los puntos experimentales utilizados en la calibración del modelo. Específicamente, los ensayos realizados a 0°, 18° y 36° se ubican en regiones cercanas al estado de fractura de la prueba de línea, lo que favorece su predicción. Por el contrario, la prueba de tronco cónico corresponde a un estado de fractura que no se encuentra directamente representado por los datos de calibración.

Es importante señalar que los ensayos de SPIF (prueba de línea y tronco cónico) fueron realizados con parámetros que optimizan la conformabilidad de la lámina de PVC, específicamente con velocidad de avance de 1000 mm/min, rotación de 800 rpm y el incremento de profundidad de 0.5 mm. En caso de realizar los ensayos experimentales con otros parámetros operacionales, es posible que el desplazamiento al inicio de la fractura varíe debido a cambios de velocidad de deformación y temperatura de la lámina.

A pesar de que los ensayos con probetas planas ranuradas permiten cubrir adecuadamente el rango de triaxialidad solicitado, no lo hacen así con respecto al parámetro de Lode, lo que limita la capacidad de predecir del modelo en ciertos estados de fractura. Para abordar esta limitación y mejorar la predicción en configuraciones como la del tronco cónico, es necesario realizar ensayos, tales como probetas cilíndricas sometidas a tracción, que presentan triaxialidades superiores a 0.33 y valores del parámetro de Lode cercanos a 1. Respecto a esto, el trabajo a futuro se centrará en realizar ensayos que logren reproducir estados de fractura que no son abordados en esta investigación. Además, a partir de la metodología de este trabajo, se propone generar la superficie de fractura de diferentes polímeros, lo que permitirá verificar si el comportamiento reportado por el PVC es generalizado con respecto a los polímeros.

6. Conclusiones

Se determinaron las características mecánicas del PVC rígido a partir de los ensayos de tracción a probetas normalizadas. Si bien se presentaron diferencias respecto de los valores reportados por los proveedores, principalmente con el módulo elástico, sin embargo, los resultados experimentales obtenidos en este estudio evidencian una buena coherencia, lo que valida la calidad de los datos. Para representar el comportamiento plástico del material, se utilizó la formulación de Johnson-Cook, la cual permitió reproducir de buena manera las curvas de endurecimiento para distintas velocidades de deformación.

A partir del análisis de la trayectoria de triaxialidad de las pruebas de línea y tronco cónico realizadas mediante SPIF, se identificaron los valores de triaxialidad requeridos para la calibración del modelo de fractura dúctil. En base a esto, se implementó una estrategia combinada de experimentación y simulación para los ensayos Arcan y de probetas planas ranuradas de PVC, para determinar los parámetros que caracterizan la fractura en distintas condiciones de carga, desde corte puro hasta tracción biaxial. Esta metodología permitió determinar con éxito los parámetros necesarios para generar la superficie de fractura dúctil propuesta por Bai-Wierzbicki.

La superficie obtenida presenta diferencias significativas respecto a las típicamente observadas en metales, específicamente, el cambio de concavidad. Mientras que en materiales metálicos el corte puro tiende a asociarse con un mínimo local de deformación a la fractura, en el PVC se observó un comportamiento inverso. El máximo de deformación ocurre bajo condiciones de corte, lo que indica una mayor tenacidad en este régimen. Por el contrario, bajo tracción uniaxial, la deformación a la fractura disminuye, reflejando una menor resistencia a este tipo de carga. Esta tendencia concuerda con la literatura sobre la caracterización de la falla en polímeros.

Se evaluó la capacidad del modelo mediante la predicción de la falla de la prueba de línea y de tronco cónico. Si bien los resultados obtenidos se acercan a los experimentales, se infiere que la precisión mejora cuando existen estados de carga similares representados en las pruebas de calibración. Esto resalta la importancia de contar con un conjunto de pruebas representativo y bien distribuido en el espacio de estados de carga.

En conjunto, el programa experimental desarrollado, complementado con simulaciones mediante MEF, constituye una base de referencia para la caracterización de la superficie de fractura en polímeros. Este enfoque permite desarrollar modelos predictivos que faciliten la incorporación de procesos innovadores como el SPIF a una escala industrial.

Referencias

- [1] C. F. Guzmán, S. Yuan, L. Duchêne, E. I. S. Flores, and A. M. Habraken, “Damage prediction in single point incremental forming using an extended gurson model,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 151, pp. 45–56, 2018.
- [2] M. Ramezani and Z. Ripin, “Forming of shallow parts using rubber tools,” *Rubber-Pad Forming Processes*, pp. 65–102, 2012.
- [3] V. Franzen, L. Kwiatkowski, P. Martins, and A. Tekkaya, “Single point incremental forming of pvc, journal of materials processing technology,” 2009.
- [4] Z. Cheng, Y. Li, C. Xu, Y. Liu, S. Ghafoor, and F. Li, “Incremental sheet forming towards biomedical implants: A review,” *Journal of Materials Research and Technology*, vol. 9, no. 4, pp. 7225–7251, 2020.
- [5] L. Xue, *Ductile fracture modeling: theory, experimental investigation and numerical verification*. PhD thesis, Massachusetts institute of technology, 2007.
- [6] L. Edward, “Apparatus and process for incremental dieless forming,” Sept. 19 1967. US Patent 3,342,051.
- [7] B. Mason, “Sheet metal forming for small batches,” *Bachelor thesis, Univ. of Nottingham*, 1978.
- [8] J. Jeswiet, F. Micari, G. Hirt, A. Bramley, J. Duflou, and J. Allwood, “Asymmetric single point incremental forming of sheet metal,” *CIRP annals*, vol. 54, no. 2, pp. 88–114, 2005.
- [9] B. Jurisevic, K. Kuzman, and M. Junkar, “Water jetting technology: an alternative in incremental sheet metal forming,” *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 31, pp. 18–23, 2006.
- [10] P. Martins, L. Kwiatkowski, V. Franzen, A. Tekkaya, and M. Kleiner, “Single point incremental forming of polymers,” *CIRP annals*, vol. 58, no. 1, pp. 229–232, 2009.
- [11] W. Emmens, G. Sebastiani, and A. H. van den Boogaard, “The technology of incremental sheet forming—a brief review of the history,” *Journal of Materials processing technology*, vol. 210, no. 8, pp. 981–997, 2010.
- [12] I. Bagudanch, M. L. García-Romeu, I. Ferrer, and J. Ciurana, “Customized cranial implant manufactured by incremental sheet forming using a biocompatible polymer,” *Rapid Prototyping Journal*, vol. 24, no. 1, pp. 120–129, 2018.
- [13] G. Ambrogio, L. De Napoli, L. Filice, F. Gagliardi, and M. Muzzupappa, “Application of incremental forming process for high customised medical product manufacturing,” *Journal of materials processing technology*, vol. 162, pp. 156–162, 2005.
- [14] L. Zheng, Z. Wang, B. Meng, and M. Wan, “A unified ductile fracture criterion suitable for sheet and bulk metals considering multiple void deformation modes,” *International Journal of Plasticity*, vol. 164, p. 103572, 2023.
- [15] M. Silva, M. Skjødtt, P. A. Martins, and N. Bay, “Revisiting the fundamentals of single point incremental forming by means of membrane analysis,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 48, no. 1, pp. 73–83, 2008.

- [16] I. M. Ward and J. Sweeney, *Mechanical properties of solid polymers*. John Wiley & Sons, 2012.
- [17] W. Li, F. Liao, T. Zhou, and H. Askes, “Ductile fracture of q460 steel: Effects of stress triaxiality and lode angle,” *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 123, pp. 1–17, 2016.
- [18] Z. Xue, M. Pontin, F. Zok, and J. W. Hutchinson, “Calibration procedures for a computational model of ductile fracture,” *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 77, no. 3, pp. 492–509, 2010.
- [19] H. Li, M. Fu, J. Lu, and H. Yang, “Ductile fracture: Experiments and computations,” *International journal of plasticity*, vol. 27, no. 2, pp. 147–180, 2011.
- [20] F. A. McClintock, “A criterion for ductile fracture by the growth of holes,” 1968.
- [21] J. R. Rice and D. M. Tracey, “On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 17, no. 3, pp. 201–217, 1969.
- [22] M. Cockcroft, “Ductility and workability of metals,” *J. of Metals*, vol. 96, p. 2444, 1968.
- [23] P. Brozo, B. Deluca, and R. Rendina, “A new method for the prediction of formability in metal sheet, sheet metal forming and formability,” in *Proceedings of the 7th Biennial Conference of the IDDRG, Amsterdam, The Netherlands*, 1972.
- [24] S. E. Clift, P. Hartley, C. Sturgess, and G. Rowe, “Fracture prediction in plastic deformation processes,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 32, no. 1, pp. 1–17, 1990.
- [25] S. Oh, C. Chen, and S. Kobayashi, “Ductile fracture in axisymmetric extrusion and drawing—part 2: workability in extrusion and drawing,” *Journal of Engineering for Industry*, vol. 101, no. 1, pp. 36–44, 1979.
- [26] M. Giglio, A. Manes, and F. Vigano, “Ductile fracture locus of ti-6al-4v titanium alloy,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 54, no. 1, pp. 121–135, 2012.
- [27] M. Kōrgesaar, “The effect of low stress triaxialities and deformation paths on ductile fracture simulations of large shell structures,” *Marine Structures*, vol. 63, pp. 45–64, 2019.
- [28] Y. Bai and T. Wierzbicki, “A new model of metal plasticity and fracture with pressure and lode dependence,” *International journal of plasticity*, vol. 24, no. 6, pp. 1071–1096, 2008.
- [29] M. Arcan, Z. Hashin, and A. Voloshin, “An experimental method to produce uniform plane stress states with application to fiber reinforced materials,” tech. rep., 1976.
- [30] Y. Bai, X. Teng, and T. Wierzbicki, “Study on the effect of the third stress invariant on ductile fracture,” *Rep. Camb*, 2006.
- [31] P. Frueh, A. Heine, and W. Riedel, “Assessment of the protective properties of two different uha steels based on material testing and numerical simulation,” *Procedia Engineering*, vol. 197, pp. 119–129, 2017.

- [32] I. Gkolfinopoulos and N. Chijiwa, “Determination of johnson–cook material and failure model constants for high-tensile-strength tendon steel in post-tensioned concrete members,” *Applied Sciences*, vol. 12, no. 15, p. 7774, 2022.
- [33] D.-A. Şerban, A. V. Coşa, G. Belgiu, and R. Negru, “Failure locus of an abs-based compound manufactured through photopolymerization,” *Polymers*, vol. 14, no. 18, p. 3822, 2022.
- [34] B. Goldthorpe, “A path dependent model for ductile fracture,” *Le Journal de Physique IV*, vol. 7, no. C3, pp. C3–705, 1997.
- [35] M. A. Davarpanah, A. Mirkouei, X. Yu, R. Malhotra, and S. Pilla, “Effects of incremental depth and tool rotation on failure modes and microstructural properties in single point incremental forming of polymers,” *Journal of materials processing technology*, vol. 222, pp. 287–300, 2015.
- [36] R. Malhotra, L. Xue, T. Belytschko, and J. Cao, “Mechanics of fracture in single point incremental forming,” *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 212, no. 7, pp. 1573–1590, 2012.
- [37] Plastigen, “Ficha técnica de lámina de pvc rígido.” <https://plastigen.cl/wp-content/uploads/2020/11/PVC.pdf>, 2020. Consultado el 12 de julio de 2025.
- [38] Elaplas, “Propiedades del policloruro de polivinilo (pvc rigido.” <https://www.elaplas.es/wp-content/uploads/Ficha-tecnica-cloruro-de-polivinilo-PVC-rigido.pdf>, 2020. Consultado el 12 de julio de 2025.
- [39] Y. Bao and T. Wierzbicki, “On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space,” *International journal of mechanical sciences*, vol. 46, no. 1, pp. 81–98, 2004.
- [40] S. Panich, M. Liewald, and V. Uthaisangsuk, “Stress and strain based fracture forming limit curves for advanced high strength steel sheet,” *International Journal of Material Forming*, vol. 11, no. 5, pp. 643–661, 2018.
- [41] H. Quach, J. Kim, J. Sung, and Y. Kim, “A novel uncoupled ductile fracture criterion for prediction of failure in sheet metal forming,” in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 967, p. 012032, IOP Publishing, 2020.

A. Anexos

A.1. Resultados Arcan

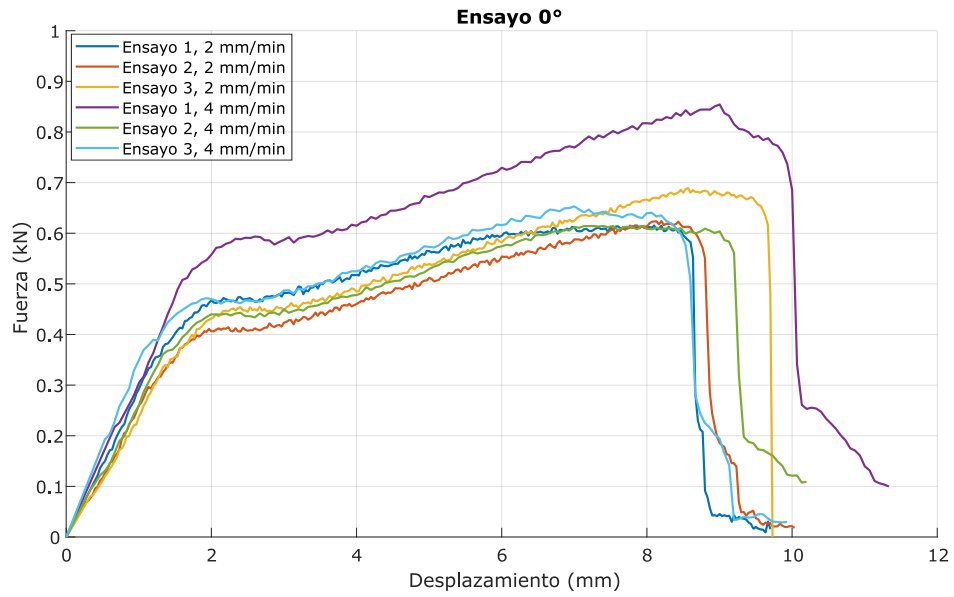


Figura A.1 Ensayo Arcan a 0°.

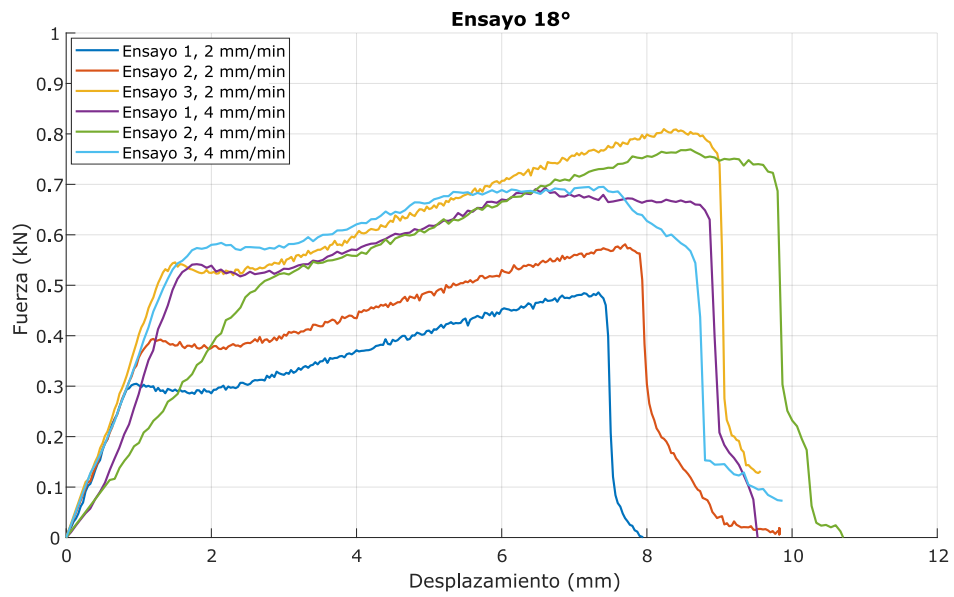


Figura A.2 Ensayo Arcan a 18°.

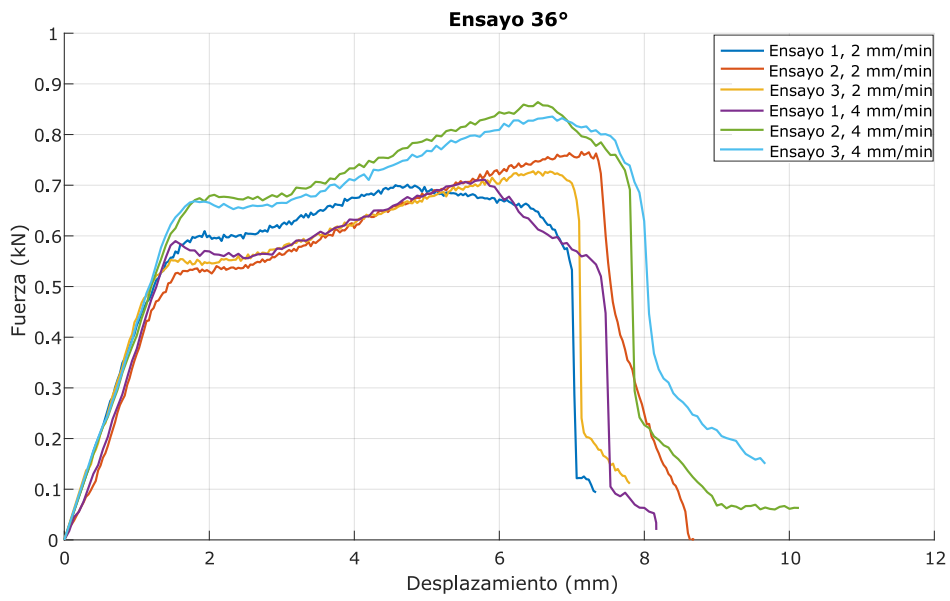


Figura A.3 Ensayo Arcan a 36°.

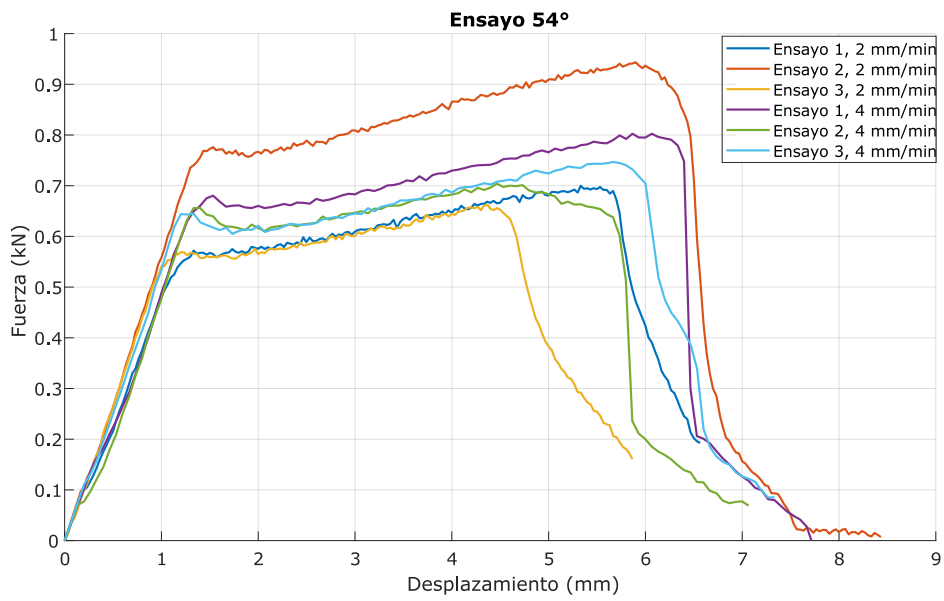


Figura A.4 Ensayo Arcan a 54°.

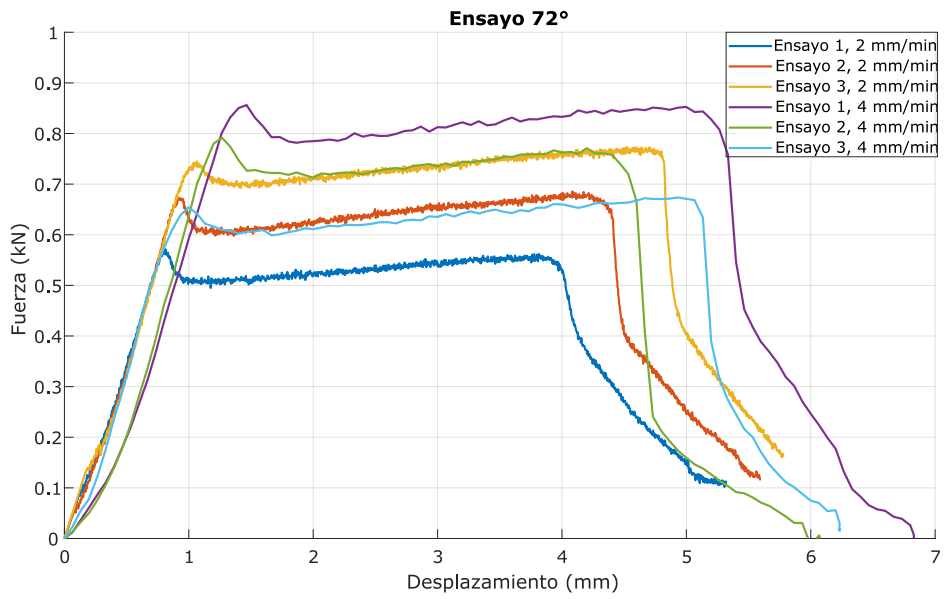


Figura A.5 Ensayo Arcan a 72°.

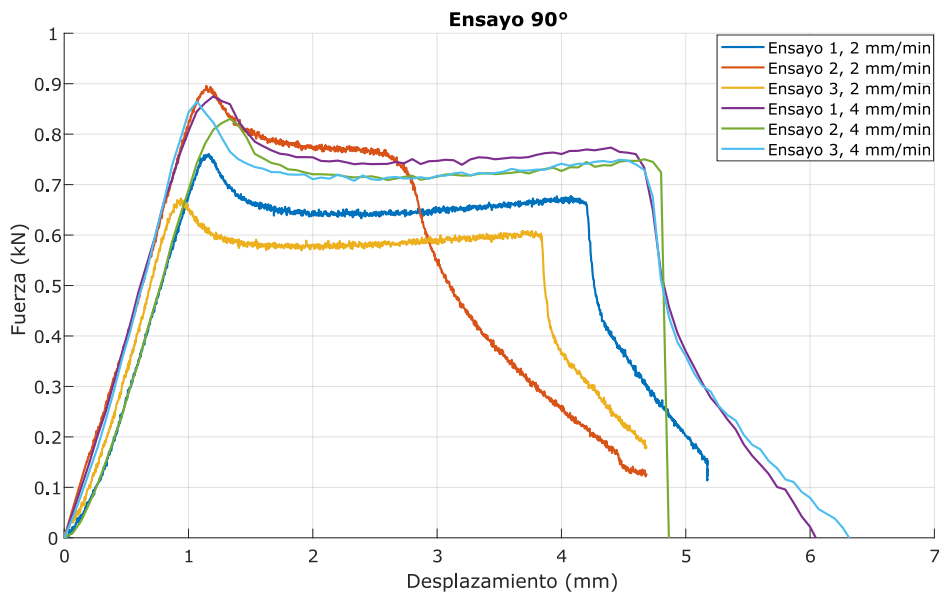


Figura A.6 Ensayo Arcan a 90°.

B. Código en MATLAB

```
1 function ajuste_y_superficie_fractura()
2
3 % datos experimentales
4 eta = [0.038, 0.105, 0.159, 0.3574, 0.78, 0.91];
5 theta = [-0.01, 0.1617, 0.475, 0.002, 0, 0];
6 eps_f = [3.575, 3.2922, 2.89, 2.04, 1.35, 1.18];
7
8 xdata = [eta(:), theta(:)];
9
10 % optimizacion
11 x0 = [0.5, 1.0, 0.5, 0.5, 0.5, 1.0];
12 lb = zeros(1, 6);
13 ub = 10 * ones(1, 6);
14 options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'iter', 'Algorithm',
15 'sqp', 'MaxFunctionEvaluations', 2000);
16
17 fun = @(D) error_relativo(D, xdata, eps_f(:));
18 [D_opt, err_prom] = fmincon(fun, x0, [], [], [], [], lb, ub, [],
19 options);
20
21 % impresion de parametros
22 fprintf('\n--- parametros optimos ---\n');
23 fprintf('D1 = %.4f\nD2 = %.4f\nD3 = %.4f\nD4 = %.4f\nD5 = %.4f\nD6
24 = %.4f\n', D_opt);
25 fprintf('error promedio relativo: %.4f (%.2f%%)\n', err_prom,
26 err_prom*100);
27
28 % grafico de superficie
29 N = 25;
30 g_range = linspace(0, 1.0, N);
31 h_range = linspace(-0.2, 1.0, N);
32 [G, H] = meshgrid(g_range, h_range);
33 X_input = [G(:), H(:)];
34 EF = modelo_bai_wierzbicki(D_opt, X_input);
35 EF_grid = reshape(EF, size(G));
36
37 fig1 = figure('Color', 'w');
38 s = surf(G, H, EF_grid);
39 s.EdgeColor = [0.7 0.7 0.7];
40 s.LineStyle = '-';
41 s.LineWidth = 0.1;
42 shading faceted;
43 s.HandleVisibility = 'off';
44
45 colormap(jet);
46 caxis([0 4]);
47 colorbar;
48
49 hold on;
50
51 % evaluacion de ensayos SPIF
52 x_eval = [0.05, 0.5071; % P. de linea
53 0.6029, 0.6448]; % T. Conico
54 ef_exp = [2.979802; 1.4969];
55 etiquetas = {'P. de linea', 'T. Conico'};
```

```

52     colores = {[0 0 1], [0 0 0]};
53
54     ef_pred = modelo_bai_wierzbicki(D_opt, x_eval);
55
56     for i = 1:size(x_eval,1)
57         scatter3(x_eval(i,1), x_eval(i,2), ef_exp(i), 100, colores{i}, '
           filled', 'DisplayName', etiquetas{i});
58
59         plot3([x_eval(i,1), x_eval(i,1)], [x_eval(i,2), x_eval(i,2)], [
           ef_pred(i), ef_exp(i)], '--', 'Color', colores{i}, 'LineWidth',
           1.5, 'HandleVisibility', 'off');
60     end
61
62     % errores puntos calibracion
63     rmse = sqrt(mean((ef_pred - ef_exp).^2));
64     error_relativo_prom = mean(abs((ef_pred - ef_exp) ./ ef_exp));
65     fprintf('RMSE entre puntos evaluados y superficie: %.4f\n', rmse);
66     fprintf('Error relativo promedio puntos evaluados: %.4f (%.2f%%)\n
           ', ...
67     error_relativo_prom, 100 * error_relativo_prom);
68
69     % errores SPIF
70     fprintf('\n--- Error individual de cada punto respecto a la
           superficie ---\n');
71     for i = 1:length(ef_exp)
72         err_abs = abs(ef_pred(i) - ef_exp(i));
73         err_rel = err_abs / ef_exp(i) * 100;
74         fprintf('%s:\n', etiquetas{i});
75         fprintf('  Valor experimental = %.4f\n', ef_exp(i));
76         fprintf('  Valor predicho      = %.4f\n', ef_pred(i));
77         fprintf('  Error absoluto      = %.4f\n', err_abs);
78         fprintf('  Error relativo      = %.2f%%\n\n', err_rel);
79     end
80
81     xlabel('Triaxialidad (\eta)', 'FontSize', 12);
82     ylabel('Angulo de Lode normalizado', 'FontSize', 12);
83     zlabel('Deformacion Plastica Eq. \epsilon_f', 'FontSize', 12);
84
85     view([0, 0]);
86     xlim([-0.2 1]);
87     ylim([-0.2 1]);
88     zlim([0 4]);
89     grid on;
90     box on;
91     legend('Location', 'northeastoutside');
92
93     print(fig1, 'superficie_fractura_etiquetas', '-dsvg');
94
95     ef_modelo = modelo_bai_wierzbicki(D_opt, xdata);
96     figure('Color', 'w');
97     plot(1:length(eps_f), eps_f, 'ro-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName',
           'Exp. ');
98     hold on;
99     plot(1:length(ef_modelo), ef_modelo, 'bs--', 'LineWidth', 2, '
           DisplayName', 'Modelo');
100    xlabel('Pruebas', 'FontSize', 12);
101    ylabel('\epsilon_f', 'FontSize', 12);
102    title('Ajuste Experimental vs Modelo', 'FontSize', 14);
103    legend('Location', 'northeast');

```

```

104     grid on;
105     box on;
106
107     end
108
109     function ef = modelo_bai_wierzbicki(D, xdata)
110     g = xdata(:,1);
111     h = xdata(:,2);
112     D1 = D(1); D2 = D(2); D3 = D(3);
113     D4 = D(4); D5 = D(5); D6 = D(6);
114
115     ef = 0.5 * (D1*exp(-D2*g) + D5*exp(-D6*g) - 2*D3*exp(-D4*g)) .* h
116         .^2 + ...
117     0.5 * (D1*exp(-D2*g) - D5*exp(-D6*g)) .* h + ...
118     D3*exp(-D4*g);
119     end
120
121     function E = error_relativo(D, xdata, eps_f)
122     ef_pred = modelo_bai_wierzbicki(D, xdata);
123     E = mean(abs((ef_pred - eps_f) ./ eps_f));
124     end

```