UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA METALÚRGICA

EVALUACIÓN DE LA TÉCNICA DEM PARA ESTUDIO DE ALTURA DE COLUMNAS ALTAS EN MINERIA DE BLOCK CAVING

POR

BRYAN ENRIQUE CASTRO GALLARDO

Memoria de Título presentada a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Concepción para optar al título profesional de Ingeniero Civil de Minas

Profesor Guía:
Dr. René Gómez Puigpinos

Profesor co-guía:
Dr. Raúl Castro Ruiz

Noviembre 2024

Resumen

Las operaciones de Block Caving se están volviendo más desafiantes a medida que la minería se lleva a cabo a mayores profundidades, en rocas más competentes y con requerimientos de producción más elevados. Dado esto existe la tendencia de aumentar la altura de columna para este tipo de operaciones, tendencia que presenta ventajas como la reducción de los costos de preparación minera y desventajas como altos esfuerzos por sobrecarga**.** Este aumento en la altura de columna tiene un efecto en el flujo de material granular, por lo tanto, es necesario estudiar el comportamiento del flujo gravitacional a altura de columnas altas (<500 [m]). Siendo los métodos de elementos discretos (DEM) una herramienta importante para el estudio de flujo gravitacional dado que permite un análisis en detalle de las micro y macro interacciones entre partículas.

Para realizar el estudio de flujo gravitacional en altura de columnas altas (<500 [m]) mediante DEM, se lleva a cabo un plan experimental. Esto se realizará mediante un modelo numérico basado en un modelo físico de escala 1:200 mediante el software Ansys Rocky. El plan experimental considera experimentos de tiraje aislado y tiraje múltiple con una granulometría utilizada en el modelo físico. El experimento de tiraje aislado consiste en cuantificar la geometría de flujo, mientras que el de tiraje uniforme se busca cuantificar la geometría de pilar remanente.

Para realizar los experimentos, primero se calibra el modelo numérico. Para ello, se calibra el material utilizado en el modelo físico mediante ensayos de caja de corte y ángulo de reposo con el software Rocky DEM. Una vez realizada la calibración del material, se lleva a cabo los experimentos de tiraje aislado y múltiple.

Se realizaron simulaciones con altura de columna de 200 [m], tanto para los experimentos de tiraje aislado y tiraje múltiple uniforme. En el tiraje aislado, la calibración no fue exitosa debido a la alta energía cinética inicial y que no se logró utilizar los parametros de calibración debido a los altos tiempos de simulación. En el experimento de tiraje múltiple, al aumentar la masa extraída, el pilar remanente disminuye gradualmente. Comparando ambos métodos de extracción, el tiraje aislado genera un pilar remanente mayor.

Se concluyó que no es posible realizar un estudio de altura de columnas altas, siendo la altura máxima posible para estudiar de 200 [m]. En el experimento de tiraje aislado dado que no se logra la calibración debido a alta energía cinética y tiempos de simulación, esto da a conocer la importancia del ángulo de fricción interna para la calibración. Para el experimento tiraje múltiple el tamaño del pilar remanente por tiraje aislado es mayor debido a que su ángulo de flujo es más agudo.

Abstract

Block Caving operations are becoming increasingly challenging as mining takes place at bigger depths, in more competent rocks and with higher production ratios. Because of this, there exists a trend toward increasing the column height for the types of operations, a trend that presents advantages such reduced mining operation costs and disadvantages like high stresses due to overburden. This increment in the height affects the granular flow of material, making it necessary to study the behavior of gravitational flow in high columns (< 500 [m]). Since discrete element methods (DEM) are an important tool for studying gravitational flow, as they allow a detailed analysis of the micro and macro interactions between particles.

To study gravitation in high columns (< 500 [m]) using DEM, and experimental plan is developed. This will be carried out through a numerical model based on a 1:200 scale physical model using the software Ansys Rocky. The experimental plan includes isolated draw and multiple draw experiments, utilizing the same particle size distribution as in the physical model. The isolated draw experiment seeks to quantify the geometry of the draw flow, while the uniform draw seeks to quantify the geometry of the remaining pilar.

To carry out the experiments, first the numerical model is calibrated. To achieve this, the material used in the physical model is calibrated through direct shear test a repose angle test using Rocky DEM. Once the material is calibrated, the isolated and multiple draws are experiments are carried out.

The simulation where conducted column height of 200 [m] for both experiments. The isolated draw, the calibration was not successful due to high initial kinetic energy and the inability to use the calibration parameters because of the high simulation time. In the multiple draw, as the mass extracted increased, the remaining pilar gradually decreased. When comparing both extraction methods, the isolated draw generated larger remaining pilar.

It was concluded that it is not possible to conduct a study of high column height, with the maximum height being 200 [m]. In the isolated draw, calibration was not achieved due to high kinetic energy and simulation times, but this highlights the importance of the internal friction angle for calibration. In the multiple draws, the size of the remaining pillar in the isolated draw was larger due to its steeper flow angle.

Agradecimientos.

Expreso mi agradecimiento a todas las personas que me acompañaron desde el inicio de mi vida universitaria hasta el final, incluyendo a mis padres, familiares, amigos y compañeros de universidad. Han sido un pilar fundamental en mi vida, gracias por todo su apoyo, en este momento importante en donde estoy culminando esta etapa de mi vida. Gracias por brindarme la oportunidad de estudiar en Concepción. Estaré siempre agradecido con todos ustedes.

Además, se agradece al Departamento de Ingeniería Mecánica por las licencias de Ansys Rocky utilizadas para la realización de este trabajo.

Asimismo, quiero exponer mi gratitud al profesor René Gómez y Raúl Castro por brindarme la oportunidad de ser parte el programa FONDECYT de Iniciación 11240668 y por guiarme en este trayecto.

Gracias a Todos.

Tabla de Contenido

Resumen 2

1. Introducción 9

1.1. Objetivos 9

1.2. Objetivos generales 9

1.3. Objetivos específicos 9

1.4. Metodología de trabajo 10

2. Antecedentes 11

2.1. Material granular 11

2.2. Block Caving 11

2.3. Flujo gravitacional 12

2.4 Altura de Columna 15

2.5. Modelamiento de elementos discretos (DEM) 16

2.5.1. Ansys Rocky 17

2.5.2. DEM aplicado a la minería. 18

2.6. Conclusión de la revisión bibliográfica 22

3. Desarrollo Experimental. 23

3.1. Descripción del modelo físico 23

3.1.1. Modelo físico 23

3.1.2. Material utilizado 24

3.2. Calibración numérica del material mediante Rocky DEM 25

3.2.1. Ensayo ángulo de reposo 26

3.2.2. Ensayo Caja de Corte 28

3.3 Plan Experimental 32

4. Resultados y Análisis 34

4.1. Experimento 1: Tiraje Aislado 34

4.1.1. Resultados 36

4.2. Experimento 2: Block Caving 38

4.2.1. Resultados 39

5. Conclusiones 45

5.1 Recomendaciones para trabajo futuro 46

Referencias 48

ANEXO 52
Anexo A 52
Anexo B 54
Anexo C 56
Anexo D 58
Experimento 1. 58
Experimento 2. 61

Índice de Figuras

Figura 1. Esquema de la metodología de trabajo. 10
Figura 2. Diagrama de operación Block Caving **[7]** 12
Figura 3. Mecanismos que influyen en el flujo gravitacional en minería caving 12
Figura 4. Elipse de movimiento y extracción 13
Figura 5. Modelo teórico sobre diseño de espaciamiento entre puntos de extracción 14
Figura 6. Modelo físico realizo por Castro 15
Figura 7. Curva costos en función de altura de columna **[14]**. 16
Figura 8. Modelo físico utilizado por Canales **[25]** 23
Figura 9. Base del modelo físico, cota en [cm]. A) Vista planta y puntos de extracción. B) Dimensiones de un punto de extracción, vista frontal. C) Pilar Corona, vista perfil. D) Pilar de zanja entre dos puntos de extracción y sus dimensiones **[40]** 24
Figura 10. curva Granulométrica **[41]**. 24
Figura 11. Comparación granulometría modelo numérico y modelo físico 25
Figura 12. Geometría del ensayo de ángulo de reposo 26
Figura 13. Simulación ensayo de reposo tiempo 6 segundos, vista frontal 27
Figura 14. Geometría ensayo caja de corte. Vista Frontal. 28
Figura 15. Gráfico de esfuerzo de corte vs desplazamiento horizontal 29
Figura 16. Simulación Ensayo Caja de Corte. 32
Figura 17. Gráfico de tiempo estimado [días] vs Altura de Columna [m] 32
Figura 18. Esquema de estrategia de tiraje aislado (Vista Frontal) – Experimento 1 34
Figura 19. Ubicación del punto de extracción en el nivel de producción – Experimento 1 35
Figura 20. Visualización del “Division Tagging” a utilizar para el cálculo de IMZ. 35
Figura 21. Evolución zona de movimiento a medida que continua la extracción – Experimento 1 36
Figura 22. Diámetro de IMZ en función de la masa extraída – Experimento 1 37
Figura 23. Altura de IMZ en función de la masa extraída – Experimento 1 37
Figura 24. Gráfico de Altura de IMZ/d50 y Diámetro de IMZ/d50 – Experimento 1 38
Figura 25. Esquema de estrategia de tiraje uniforme/Block caving (Vista Frontal) – Experimento 2 39

Figura 26. Ubicación puntos de extracción en el nivel de producción – Experimento 2 39
Figura 27. Geometría pilar remanente calle zanja inicial y final (unidades en cm) – Experimento 2..... 40
Figura 28. Geometría pilar remanente sobre el CrownPilar inicial y final (unidades en cm) – Experimento 2 40
Figura 29. Gráfico de Volumen de Pilar zanja total y CrownPilar en función de la masa extraída acumulada – Experimento 2 41
Figura 30. Pilar remanente sobre el pilar menor (unidades en cm) – Experimento 2 41
Figura 31. Angulo de la zona de flujo a 590.1 segundos (Vista Frontal) – Experimento 1 42
Figura 32. Comparación de pilares remanentes en la zanja de tiraje aislado vs uniforme (unidades en cm) – Experimento 2. 42
Figura 33. Comparación de pilares remanentes sobre CrownPilar, tiraje aislado vs uniforme (unidades en cm) – Experimento 2. 43
Figura 34. Gráfico de Volumen del pilar remanente sobre CrownPilar vs Masa extraída acumulada – Experimento 2. 44
Figura 35. Partícula con forma de poliedro. 52
Figura 36. Simulación ensayo de reposo modificado 6 [s]. Vista Frontal 53
Figura 37. Simulación ensayo de reposo poliedro 8 [s]. Vista Frontal. 54
Figura 38. Gráfico de Esfuerzo de Corte vs Normal 55
Figura 39. Gráfico de Esfuerzo vertical vs Altura de columna. 58
Figura 40. Video “tagging”, Vista Frontal – Experimento 1 59
Figura 41. Video “Tamaño de particulas”, Vista Frontal – Experimento 1 60
Figura 42. Video “Tagging”, Corte en Z – Experimento 1 60
Figura 43. Video “Tamaño de Partículas”, Corte en Z – Experimento 1 61
Figura 44. Gráfico de Tiempo real vs Tiempo simulador – Experimento 2 62
Figura 45. Video”Tagging”, Vista frontal – Experimento 2 63
Figura 46. Video”Tamaño de particulas”, Vista frontal – Experimento 2 63
Figura 47. Video”Tagging”, Corte en Z – Experimento 2 64
Figura 48. Video”Tamaño de particulas”, Corte en Z – Experimento 2 64

Índice de Tablas

Tabla 1. Software tipo DEM utilizados para el estudio en minería de hundimiento **[25]** 18
Tabla 2. Resumen de estudios de minería de hundimiento mediante DEM 19
Tabla 3. Propiedades del material **[41]**. 25
Tabla 4. Parámetros de calibración partículas esféricas. 26
Tabla 5. Parámetros de prueba 28
Tabla 6. Parámetros de calibración partículas esféricas 30
Tabla 7. Parámetros finales del calibrado para partículas esféricas 31
Tabla 8. Plan Experimental 33
Tabla 9. Parámetros de calibración partículas con forma de poliedro. 53

Tabla 10. Resultados de esfuerzo de corte vs normal del ensayo caja de corte 55
Tabla 11. Resultados Simulaciones preliminares 56
Tabla 12. Resultados Simulaciones preliminares 56
Tabla 13. Datos utilizados para la ecuación de Janssen 57
Tabla 14. Masa extraída del punto 14 – Experimento 1 58
Tabla 15. Masa extraída acumulada por puntos – Experimento 2 61

1. Introducción

Los métodos de extracción subterránea, como Block/Panel caving, se caracterizan por su capacidad de lograr altos niveles de producción y recuperación, con costos operativos relativamente bajos en comparación con otras técnicas **[1]**. Estos métodos son especialmente adecuados para yacimientos tipo pórfidos, caracterizados por grandes tonelajes y leyes bajas, donde se induce el colapso controlado del mineral bajo su propio peso después de la excavación. El material fracturado se acumula en estructuras llamadas bateas, desde donde se extrae y transporta a la superficie para su procesamiento.

Sin embargo, el principal inconveniente de estos métodos es el alto costo de capital inicial y el largo tiempo requerido para establecer la operación de Block/Panel caving. Además, las condiciones operativas actuales presentan desafíos adicionales, como depósitos más profundos, masas rocosas de menor ley y mayores regímenes de estrés rocoso, lo que aumenta la complejidad y los costos de establecimiento.

Dado esto la tendencia en Block/Panel caving es aumentar la altura de columna se buscará realizar un estudio de flujo gravitacional con alturas de columnas altas utilizando el Método de Elementos Discretos (DEM) con el software Ansys Rocky donde la calibración del modelo será a escala laboratorio. Donde se busca estudiar la viabilidad del software y cuantificar el efecto de espaciamiento mayores para abordar los desafíos presentes del método de caving.

1.1. Objetivos

1.2. Objetivos generales

1) Determinar los alcances de los modelos numérico de elementos discretos para el estudio de flujo gravitacional con altura de columnas altas en minería de Block Caving.

1.3. Objetivos específicos

- Revisión exhaustiva de la literatura centrada en los modelos numéricos de DEM para simular flujo gravitacional.
- Diseñar un modelo numérico que permita representar el flujo gravitacional replicando un modelo físico a escala laboratorio.
- Realizar una calibración de los parámetros necesarios para una simulación de flujo gravitacional mediante un ensayo de caja de corte y ángulo de reposo.
- Simular una altura de columna mayor a los ya realizado con DEM.
- Analizar flujo gravitacional.

1.4. Metodología de trabajo

Para realizar la siguiente investigación y lograr cumplir con los objetivos mencionados, se estableció la siguiente metodología de trabajo (Figura 1).

1. Revisión bibliográfica y estado del arte: Se realizará una investigación principalmente sobre flujo gravitacional en minería de hundimiento y simulaciones de flujo gravitacional en minería de hundimiento mediante DEM.
2. Diseño de un modelo numérico: Diseñar un modelo numérico en base a un modelo físico ya utilizado, la geometría del modelo se creará mediante el software Fusión 360 y luego esta geometría se importará Rocky R2 para futuras simulaciones.
3. Calibración del material: Se deberá calibrar el material a utilizar en el software Rocky esto se realizará mediante ensayo de caja de corte y ensayo de ángulo reposo tanto para partículas con forma de poliedro como esférica.
4. Calibración del modelo numérico: Una vez realizados las simulaciones con los parametros de calibración del material, se comparan estos resultados en base a un modelo físico con el objetivo de validar el modelo numérico.
5. Simulaciones experimentales: Se modificará el modelo numérico ya estando calibrado con el objetivo de estudiar mallas de extracción más amplias, en donde se estudiaría el flujo gravitacional y los esfuerzos inducidos.

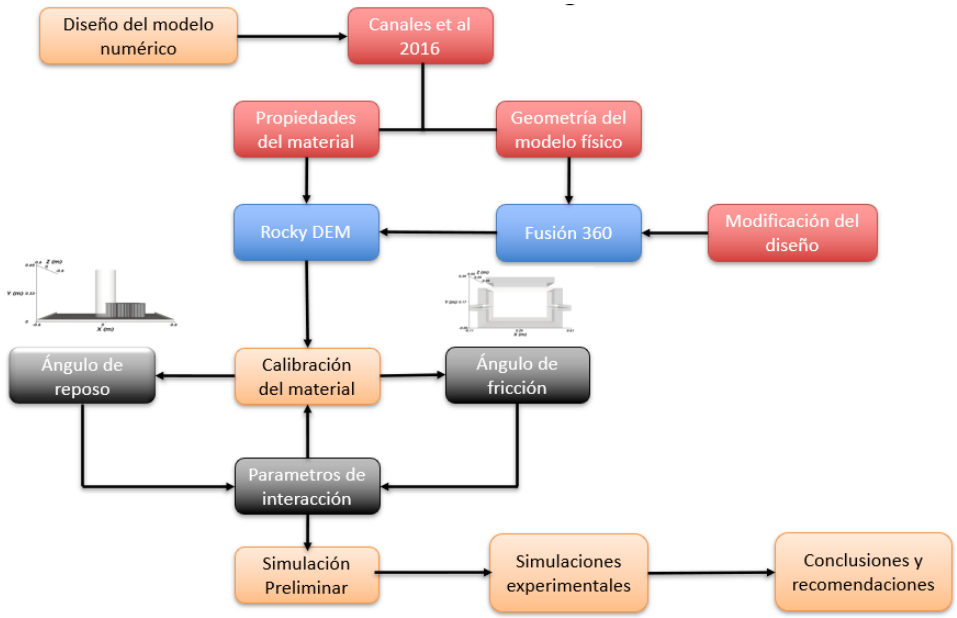

Figura 1. Esquema de la metodología de trabajo.

2. Antecedentes

En el siguiente capítulo se presentará el marco teórico, en el cual, se sustenta la presente memoria. Se realiza un estudio del estado del arte de los principales conceptos que fueron necesarios para llevar a cabo el trabajo, estos son material granular, altura de columna, flujo gravitacional, DEM y la aplicación de este en minería caving.

2.1. Material granular

Se considera como materiales granulares a grandes conglomerados de partículas macroscópicas discretas. Si son no cohesivos, las fuerzas entre ellas son repulsivas, de modo que la forma del material está determinada por los límites externos y la gravedad. Este material se comporta de manera diferente a otras familias de materiales (líquido, sólido y gaseoso), por lo tanto, debe ser considerado como un estado adicional del material **[2]**. Ejemplos comunes son la arena, la sal común, la grava y el material estéril en un botadero minero. Se han realizado varios estudios sobre el comportamiento de este material **[3]** debido a que su comportamiento varía según las sustancias. Una forma importante de entender mejor el comportamiento del material granular es mediante un estudio de los suelos **[4]**.

2.2. Block Caving

En la minería subterránea, existen métodos que utilizan el principio de hundimiento los cuales son una opción factible para emplear si el proyecto busca tener bajos costos y una producción alta, estos factores son importantes dado el aumento de yacimiento con leyes bajas y rocas mineralizadas competentes **[5]**.

Existen diferentes métodos de minería subterránea que utilizan el principio de Caving, uno de estos métodos es Block Caving (Figura 2) el cual se destaca por ser un método masivo a gran escala en donde el cuerpo mineralizado se hunde naturalmente a raíz de un corte basal que es realizado desde el nivel de hundimiento **[1, 6]**, esta técnica utiliza la gravedad en conjunto de los esfuerzos internos de la roca para fragmentar el macizo rocoso, la cual luego pasa por un punto de extracción para luego ser extraído mediante equipos de acarreo minero, como puede ser un Load Haul Dump (LHD) **[7]**.

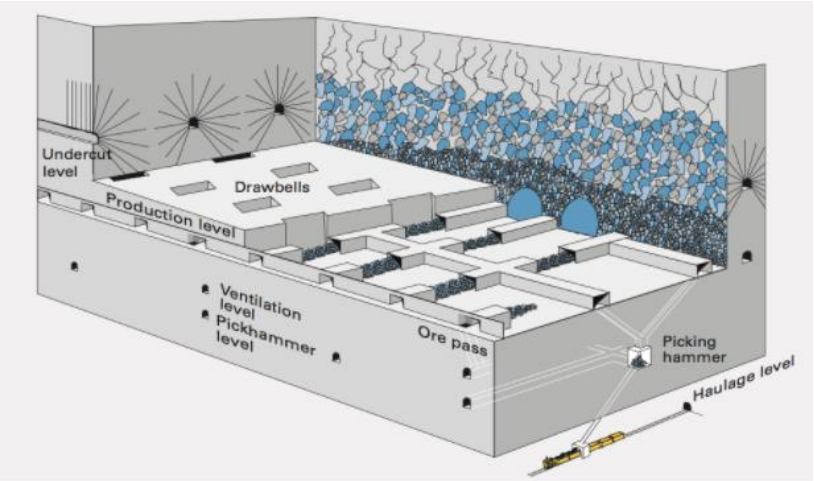

Figura 2. Diagrama de operación Block Caving **[7]**

2.3. Flujo gravitacional

El flujo gravitacional se define como el proceso, en el cual, el material se mueve desde su posición inicial por la acción de la gravedad. En donde los mecanismos que controlan el flujo granular en minería caving son las características del medio, estados de esfuerzo *In-situ*, esfuerzos inducidos durante el flujo y condiciones de contorno **[4]** (Figura 3).

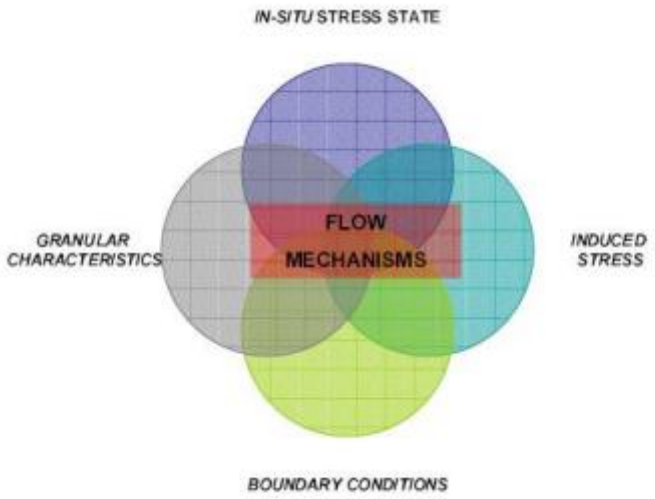

Figura 3. Mecanismos que influyen en el flujo gravitacional en minería caving **[4]**.

Existe un acuerdo o consenso en la literatura sobre que el flujo gravitacional de un medio granular genera dos zonas definidas: Una zona de extracción formada por el material removido, y una zona de movimiento formada por el material desplazado. Existe un debate respecto a la forma de estas zonas **[4]**.

En 1965 Kvapil **[8]** estudio los flujos gravitacionales utilizando arena, en donde propone que cada zona dentro del flujo granular viene representada por una geometría con forma de elipsoide. Las cuales se definen como elipsoide de extracción (IEZ) y movimiento (IMZ). Además, Kvapil menciona que la altura de IMZ debería ser 2.5 veces mayor a la de IEZ (Figura 4).

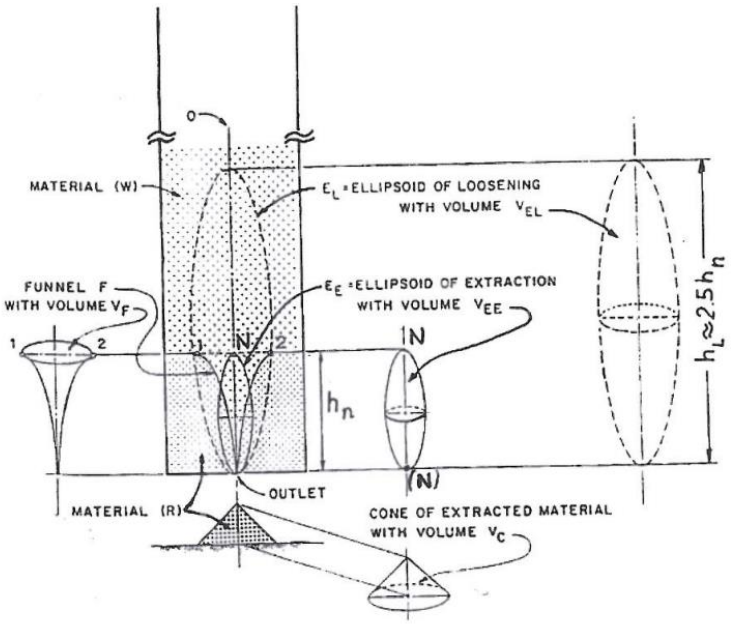

Figura 4. Elipse de movimiento y extracción **[9]**.

Laubscher en 1994 planteo un modelo teórico que predice el comportamiento del flujo gravitacional **[6]**. Este modelo está basado en los resultados de pruebas de modelos físicos y observaciones in situ de la suspensión del material y los movimientos de marcadores en las operaciones de caving **[10]**.

El comportamiento del flujo propuesto por este modelo es que existe una zona cilíndrica de movimiento del material se desarrolla sobre un punto de estiramiento y crece hasta un diámetro finito que es depende del ancho de estiramiento y la distribución del tamaño del fragmento (Figura 5). Además, propuso que los materiales muy gruesos exhibían una variación pulsante en el ancho de IMZ debido al desarrollo de arcos estables **[10]**.

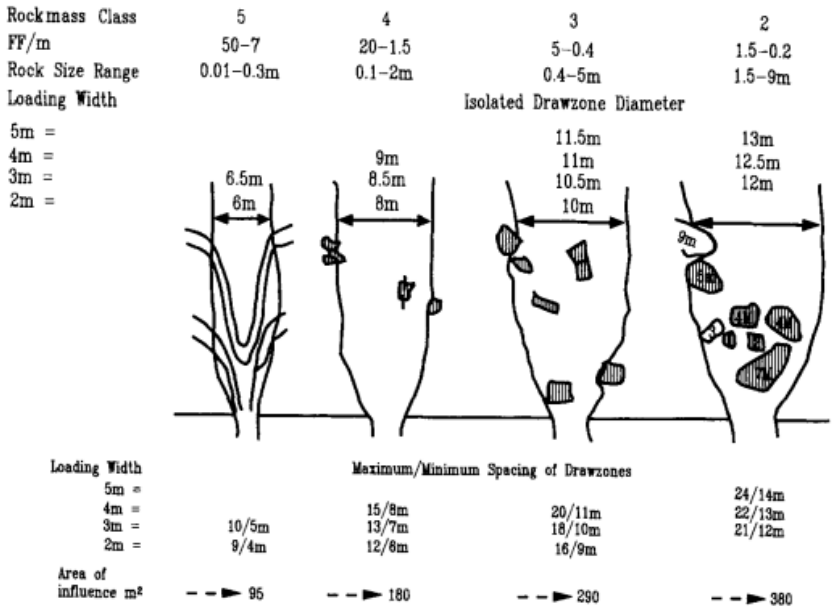

Figura 5. Modelo teórico sobre diseño de espaciamiento entre puntos de extracción **[10]**.

Castro desarrollo un modelo 3D (Figura 6), el cual fue considerado el más grande hasta la fecha, donde se extraer material no cohesivo desde un punto de extracción único. El objetivo de este modelo fue realizar un estudio de extracción aislada **[11]**.

Las principales conclusiones de este experimento son:

- Que el IMZ siempre es más alto que IEZ. Además, se tiene que la geometría de ambas zonas se puede ajustar al contorno de un elipsoide.
- El tamaño de las partículas tiene un efecto apenas significativo para la altura y ancho de IEZ, no tiene un efecto significativo para IMZ.
- Cambiar el ancho del punto de extracción no influye en las dimensiones finales de flujo.

Se establece una relación entre la altura de las zonas de flujo y la masa extraída mediante la siguiente formula.

$$h(m) = h_0\left(1 - e^{-\frac{m}{m_h}}\right) + cm \qquad (1)$$

donde h_0 y m_h representan la altura y masa respectiva de la elipse durante su crecimiento, c representa una tasa de crecimiento lineal.

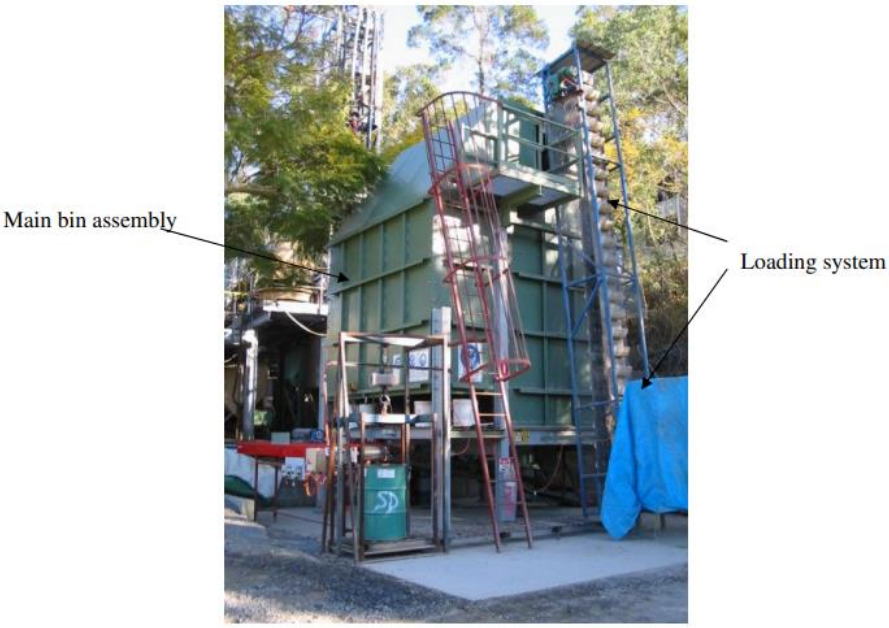

Figura 6. Model físico JKMRC tridimensional grande **[4]**

2.4 Altura de Columna

La altura de columna se puede definir como:

- Altura de columna hasta superficie en donde esta se define como la altura del bloque al ser hundido desde el nivel de hundimiento hasta la superficie **[12].**
- Altura de columna de extracción la cual0020corresponde a la altura económicamente extraíble y se definen por cada punto de extracción o por grupo de columnas.

La altura de columna se determina tanto según la geometría del yacimiento como el beneficio que se obtiene de su extracción **[13]**. Además, se tiene las alturas de columnas de extracción con mayor altura tienden a aumentar la capacidad productiva y disminuir costos de preparación **[14]**, esto se puede observar en la (Figura 7). Se tiene que la altura de columna tiene una directa relación con la estabilidad del nivel de producción, la vida útil de los puntos de extracción y la entrada en dilución **[15]**.

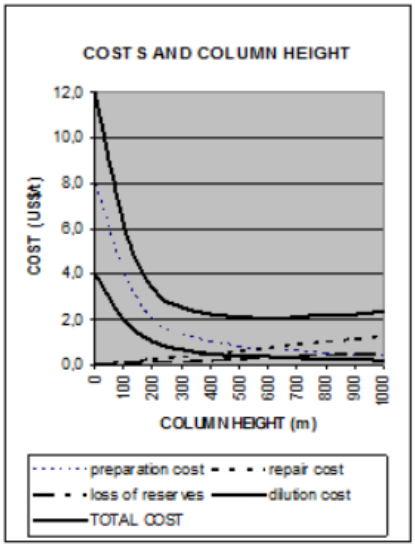

Figura 7. Curva costos en función de altura de columna **[14]**.

En 1970, la altura promedio de extracción era de 50 a 100 [m], aumentando a 240 [m] en 1990 **[16]**. Hasta el 2010 los objetivos propuestos por la industria eran alcanzar los 500-550 [m] de altura de columna de extracción **[17]**. Proyectos como PC1 Cadia East planificaron extracciones de 1050 [m] **[12]**, y PC2 200 [m] más profundos **[18]**, estableciendo un nuevo precedente **[19]**.

Al aumentar las alturas de columnas de extracción mejoran factores operacionales y productivos. Como ejemplo se tiene la ecuación de capacidad productiva máxima **[20]**, el punto de entrada de dilución (PED) **[10]** y los costos de preparación, que disminuyen con mayor altura de columna **[21]**.

El estudio más reciente, realizado por Paredes **[19]** mediante un modelo físico y numérico con columnas de extracción altas, mostró que mayores espaciamientos no generan variaciones significativas en la recuperación. Esto sugiere que la altura de la columna influye claramente en la generación de material remanente.

2.5. Modelamiento de elementos discretos (DEM)

DEM es una herramienta que describe el comportamiento mecánico de un conjunto de esferas, representando la interacción utilizando tanto las leyes de Newton como de Hooke **[3]**. Los primeros modelos tenían el objetivo de simular el comportamiento micro-mecánico de medios no cohesivos, como suelo y arena, actualmente es una herramienta importante para la investigación de material granular **[4].**

Debido a que DEM tiene fundamentos en la física newtoniana, se ha llegado a la conclusión de que tiene el mayor potencial de todos los métodos numéricos como herramienta de investigación para el modelamiento de flujos en minería de hundimiento **[22]**. Además, debido a su flexibilidad y simpleza, se ha logrado simular múltiples situaciones mineras **[23],** como lo puede ser el flujo gravitacional **[24]**, estallidos de finos **[25]**, colgaduras **[26]**, en minería de hundimiento. Esto es posible debido a que esta herramienta permite un análisis en detalle de las micro-interacciones entre partículas **[27]**.

Una de las grandes desventajas de este método es que es altamente costoso desde el punto de vista computacional **[22]**, debido a los altos tiempos de simulación y que la cantidad de partículas se encuentra limitada por la capacidad de cómputo.

2.5.1. Ansys Rocky

El software Rocky para lograr simular el movimiento de las partículas aplica un enfoque Lagrangiano teniendo las siguientes ecuaciones de movimiento para una partícula *i*, siendo esta una partícula rígida suave con un traslapo, en donde las fuerzas se presentan mediante F_{ij}, momento mediante M_{ij} y el traslapo mediante δ_{ij} **[3]**, como se aprecia a continuación:

$$m_i \frac{dv_i}{dt} = m_i g + \sum_{j=1}^{N} F_{ij} \quad (2)$$

$$I_i \frac{dw_i}{dt} = \sum_{j=1}^{N} M_{ij} \quad (3)$$

$$\delta_{ij} = r_i + r_j - \|r_{ij}\| \quad (4)$$

En este caso se utiliza un modelo de contacto normal de resorte lineal histérico **[28]**, dado que este permite un menor tiempo de simulación, mientras que el modelo de contacto tangencial es de resorte lineal con límite de Coulomb **[29]**.

$${F_n}^t = \begin{cases} \min\left(K_{nl}{S^t}_n, {F_n}^{t-\Delta t} + K_{nu}\Delta S_n\right) & if\ \Delta S_n \geq 0 \\ \max\left({F_n}^{t-\Delta t} + K_{nu}\Delta S_n, \lambda K_{nl}{S^t}_n\right) & if\ \Delta S_n < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\Delta S_n = {S_n}^t - {S_n}^{t-\Delta t} \quad (6)$$

donde:

- ${F_n}^t$ y ${F_n}^{t-\Delta t}$ son las fuerzas de contacto elástico-plásticas normales en el tiempo actual t y en el tiempo anterior $t - \Delta t$, respectivamente donde Δt es el paso de tiempo.
- ΔS_nes el cambio de superposición normal de contacto durante el tiempo actual. ${S_n}^t$y ${S_n}^{t-\Delta t}$ son los valores de superposición normal en el tiempo actual y el anterior respectivamente.
- K_{nl} y K_{nu} son los valores de rigidez de contacto de carga y descarga respectivamente.
- λ es una constante adimensional.

$${F_{\tau,e}}^t = {F_\tau}^{t-\Delta t} - K_\tau \Delta S_\tau \quad (7)$$

$$K_\tau = r_k K_{nl} \quad (8)$$

$$F_\tau = -\mu F_n \frac{\hat{S}_\tau}{|\hat{S}_\tau|} \quad (9)$$

donde:

- $F_\tau^{t-\Delta t}$ es el valor del esfuerzo tangencial anterior.
- ΔS_τ desplazamiento relativo tangencial de las partículas durante el paso de tiempo.
- K_τ es la rigidez tangencial.
- K_{nl} es la rigidez normal de carga.
- r_k es un parametros definido por el usuario denominado “Tangential Stiffness Ratio”.
- μ es el coeficiente de fricción.
- F_n es la fuera normal de contacto.
- $\hat{S}_\tau$ es el componente tangencial del vector de velocidad relativa.

2.5.2. DEM aplicado a la minería.

El método DEM representa una herramienta valiosa en el ámbito minero, permitiendo el estudio detallado de diversos aspectos como el flujo gravitacional en minería caving, la fragmentación secundaria, colgaduras, estallidos de finos y barro. En la siguiente tabla se observan ejemplos de los estudios realizados y el respectivo software utilizado.

Tabla 1. Software tipo DEM utilizados para el estudio en minería de hundimiento **[25]**

Software	Descripción	Restricción de procesadores	Código abierto	Ejemplos
ESyS-Particle	Es un software basado en un arreglo de partículas esféricas para simular una variedad de procesos, incluyendo deformación, propagación de fracturas, flujo granular y fragmentación.	No	Sí	Se ha utilizado para simular flujo granular en minería caving **[22]** y fragmentación secundaria **[30]**.
PFC3D	Modela materiales sintéticos compuestos de partículas de tamaño variable, rígidas y que interactúan entre ellas. Permite representar	Sí 1 CPU-core	No	Es usado para modelar ensayos triaxiales **[24]**, Fallas de una roca **[31]** flujo de material en

	materiales sólidos y granulares			minería de hundimiento **[32]**
Rocky-DEM	Permite el uso de partículas de forma personalizada e importable, así como la creación de estructuras sólidas y elásticas.	Si 4 a 8 CPU-core	No	Segregación de partículas en stockpile **[33]** y simulación de chancado **[34]**

Sin embargo, para garantizar la precisión de las simulaciones, es esencial calibrar adecuadamente el conjunto de partículas, con un enfoque particular en la fricción a granel. Si esta fricción es demasiado baja, el material se comportará de manera fluida, mientras que un valor excesivamente alto podría bloquear el flujo por completo. Dado que el método DEM utiliza principalmente esferas para representar las partículas, a menudo es necesario establecer conexiones entre ellas para ajustar el ángulo de fricción a granel dentro de un rango adecuado **[22]**.

Para calibrar modelos DEM en el contexto del flujo gravitacional, se recurre a métodos como los ensayos de celda de corte, compresión triaxial y ángulo de reposo. Mientras que, para el estudio de la fragmentación, se emplea el ensayo de compresión uniaxial o UCS.

Tabla 2. Resumen de estudios de minería de hundimiento mediante DEM

Autor y documento	Nombre del Trabajo	Resumen	Altura de Columna	Conclusiones
Pierce, M.E. 2003 Paper **[23]**	PFC3D modeling of caved rock under draw	Estudia tiraje aislado mediante el software PFC3D	42 [m]	El tamaño IMZ está influenciado por la forma y tamaño de las partículas y la excentricidad es independiente. Sin embargo, según los resalido por Castro [4] muestra que la excentricidad de la IMZ si se ve afectada por el tamaño.
Pierce, M.E. 2004 Paper **[35]**	PFC3D Modeling of Inter-Particle Percolation in Caved Rock Under Draw	Estudio de migración de finos mediante PFC3D	42 [m]	La tasa de percolación puede estar en relación con la deformación por corte y la relación entre el diámetro de partículas y el diámetro de partícula medio.
Handock, W. 2008 Paper **[24]**	3D Simulations of Block Caving Flow Using ESyS-Particle.	Pruebas del estudio de flujo gravitacional en Block Caving mediante ESyS-Particle	100 [m]	Se explica la insensibilidad en los anchos de las zonas de extracción con los cambios del coeficiente de fricción. Esto entrega información válida para la calibración de un modelo DEM en relación con Block Caving,
Handock, W. 2008 Paper **[36]**	Modeling the Gravity Flow of rock using the Discrete Element Method	Estudio del flujo gravitacional en base al modelo utilizado por Castro 2006 mediante ESyS-Particle.	100 [m]	ESyS-Particle es capaz de reproducir comportamientos de flujo observados en experimentos a escala laboratorio.
Pierce, M.E. 2009 Tesis **[37]**	A Model for gravity flow of fragmented rock in Block Caving mines	Realizo un estudio de tiraje interactivo en base al modelo realizado por este mismo en 2003.	84 y 42 [m]	Las tensiones radiales bajas entre dos puntos de extracción inducen un flujo de material a través de la compresión vertical. Sin embargo, este flujo se inhibe rápidamente debido a la redistribución de tensiones verticales desde el material estancado. Una IMZ se ensancha a medida que aumenta la altura.
Hashim, M. 2011 Tesis **[38]**	Particle Percolation in Block Caving Mines	Se plantea un estudio de percolación de partículas finas en ensamblaje de partículas angulares. Mediante un modelo físico y software PFC3D	22 [m]	Concluye que la forma de la partícula es un factor clave en la percolación las formas más angulares disminuyen la tasa. Las partículas no esféricas proporcionan una mejor representación que el uso de partículas esféricas, dado que los cluster de partículas replican mejor las condiciones reales de las rocas fragmentadas.
Handock, W. 2013 Tesis **[22]**	Gravity flow of rock in caving mines: Numerical modelling of isolated, interactive and non-ideal draw	Modelo de flujo gravitacional para estudio de tiraje aislado e interactivo mediante ESyS-Particle.	100 [m]	Se tiene un campo lejano y cercano. El campo cercano es turbulento y depende el diseño del punto, mientras que el lejano depende de las propiedades del material. La comparación entre el modelo de dibujo aislado a escala real y la literatura previa mostró similitudes con la teoría del movimiento elipsoidal comúnmente observado en experimentos a escala de modelo de flujo granular.
Jin, A. 2016 Paper **[32]**	A study on the draw laws of caved ore and rock using the discrete element method	Un modelo numérico a escala laboratorio mediante el software PFC	120 [m]	En múltiples puntos, el índice de perdida disminuye con el aumento del tamaño del punto y la altura de la capa de mineral.
Zhengyang Song, 2018 Paper **[39]**	Numerical investigation of effect of particle	Se investiga el efecto de la forma de las partículas en la IEZ en	30 y 15 [m]	Se tiene que las propiedades de fricción de las partículas en PFC deben considerar la asignación

	shape on isolated extracted zone (IEZ) in block caving	el hundimiento de bloques a través de PFC.		del coeficiente de fricción y el efecto de las formas de las partículas.
Cid, P. 2019 Memoria **[40]**	Simulación de flujo granular en batea de extracción a través de elementos discretos	Se busca simular la fragmentación en la zona de extracción mediante ESyS-Particle.	52.5 [m]	El modelo numérico replica el comportamiento del modelo físico, pero no replica los resultados obtenidos debido a que el modelo no fue calibrado.
Jiménez, O. 2020 Memoria **[30]**	Modelación numérica de la fragmentación secundaria en minería de caving a través de DEM	Simular la fragmentación secundaria mediante ESyS-Particle	52.5 [m]	El uso de modelo de Young altos para simular la fragmentación entrega tiempo de simulación muy altos.
Valdés, C. 2023 Memoria **[25]**	Modelamiento numérico de bombeo de finos para aplicación en minería de Block Caving	Estudiar la influencia de la geometría de un punto de extracción sobre la magnitud de un bombeo de finos.	30 y 15 [m]	El punto de extracción tiene directa relación con la magnitud de bombeo de finos. Se logró una calibración exitosa de un modelo a escala mina realizado mediante DEM.
Cid, P. 2023 Paper **[26]**	The infuence of drawbell geometry on hang-ups during ore extraction	Se estudia el efecto de colgadura en tres geometrías de bateas mediante DEM. Cajón, Teniente y Circular.	50 [m]	Para bateas de geometría similar, la relación entre volumen de esta y la roca esto directamente relacionada con la masa entre colgaduras. Esto no ocurre para bateas más redondeadas.

2.6. Conclusión de la revisión bibliográfica

En base a lo mencionado, se llega a la conclusión de que los métodos de elementos discretos son una herramienta integral y efectiva para la minería de hundimiento **[22]**. Su aplicación es flexible, ya que permite un estudio detallado de diversos aspectos que inciden en la minería caving, tales como el flujo gravitacional **[37]**, la fragmentación secundaria **[30]**, las colgaduras **[26]**, los estallidos de finos **[35, 25]**.

La calibración del modelo DEM es esencial para garantizar la precisión de las simulaciones. Esta calibración se lleva a cabo principalmente mediante la comparación con resultados obtenidos a partir de un modelo físico o un caso de mina **[35, 32 y 36]**. Uno de los factores que requiere una atención especial es la fricción entre partículas **[24 y 37]**, cuyo ajuste adecuado permite representar fielmente el comportamiento de la roca fragmentada. Esto resulta fundamental para el estudio del flujo gravitacional en minería de Caving.

Según la revisión bibliográfica se tiene que no se han realizado estudios mediante DEM para flujo gravitacional con altura de columnas altas (<500 [m]) **[19]**. La altura máxima estudiada hasta ahora es de 120 [m] **[32]**. Siendo este un parámetro clave para el estudio de flujo gravitacional en minería de Caving dado la tendencia actual de aumentar la altura de columna **[14]** se plantea un estudio mediante la calibración de un modelo numérico en base a un modelo físico de escala de 1:200 con una altura de columna de 500 [m] **[41]**.

3. Desarrollo Experimental.

Para el presente estudio se considera un modelo de flujo gravitacional de referencia utilizado por Canales **[41]**, con los datos de roca empleados en dicha investigación. Se determina utilizar este modelo físico para la investigación, ya que simula un flujo gravitacional de caving a una altura de columna de 500 [m]. Para lograr la creación del modelo, este debe calibrarse utilizando ensayos de caja de corte y ángulo de reposo mediante Rocky DEM esta calibración se realizará mediante el método de "prueba y error", con el objetivo de replicar el comportamiento del material empleado. Luego, se realiza un ensayo de tiraje aislado mediante el software Rocky DEM y se comparan los resultados con los obtenidos por Canales **[41]**, de esta manera realizar una calibración exitosa del modelo.

3.1. Descripción del modelo físico

Se tiene que en la actualidad los yacimientos son más profundos y la roca es sometida a mayores esfuerzos, tanto *in-situ* como inducidos por socavación o extracción. La mayor parte de la investigación se ha enfocado en esfuerzos inducidos por la propagación del hundimiento. Sin embargo, se ha demostrado que la estabilidad del nivel de producción también depende de la extracción y condiciones de esfuerzos. En base a lo anterior Canales **[41]** desarrolla un modelo físico (Figura 8) con el objetivo de cuantificar los esfuerzos inducidos por flujo gravitacional en un pilar corona del nivel de producción de una mina operada por Block/Panel Caving.

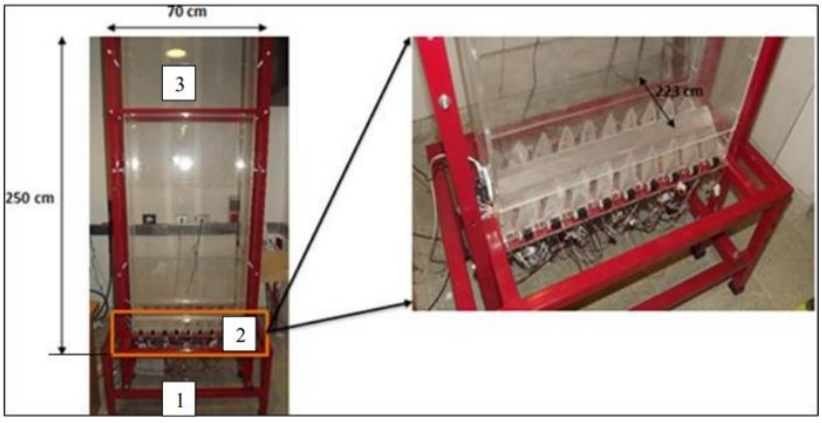

Figura 8. Modelo físico utilizado por Canales **[25]**

3.1.1. Modelo físico

El modelo físico representa un sector de una mina subterránea explotada por una estrategia de Block/Panel Caving. Se simula un sector, con una escala de 1:200, cuyas dimensiones son 140 [m] de longitud, 44.6 [m] de ancho, y que se encuentra a 480 [m] de profundidad. La malla de extracción es de tipo Teniente de 30x15 [m], teniendo 36 puntos de extracción, el diseño de la base del modelo físico se puede apreciar en la figura 9.

Las dimensiones del modelo del modelo son 250 [cm] de altura, 70 [cm] de longitud y 22.3 [cm] de ancho, con un radio hidráulico de 8.6 [cm]. La extracción del material se realiza mediante un servomotor el cual se instala en cada punto de extracción.

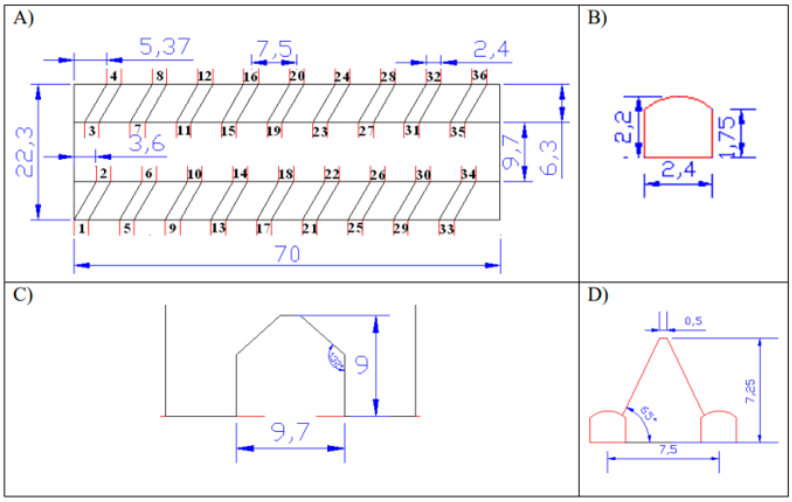

Figura 9. Base del modelo físico, cota en [cm]. A) Vista planta y puntos de extracción. B) Dimensiones de un punto de extracción, vista frontal. C) Pilar Corona, vista perfil. D) Pilar de zanja entre dos puntos de extracción y sus dimensiones **[40]**

3.1.2. Material utilizado

El material utilizado en la realización de los experimentos fue sulfuro de cobre proveniente del proyecto Chuquicamata Subterráneo. El mineral fue chancado y escalado desde la curva de distribución de tamaño de fragmentación primaria de dicho proyecto **[41]**. En la figura 10 se puede observar la curva granulométrica.

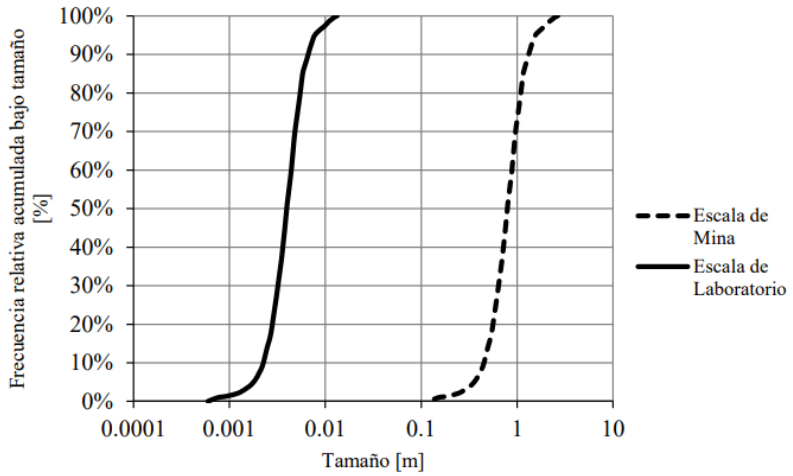

Figura 10. curva Granulométrica **[41]**.

En la siguiente tabla 3 se puede observar las propiedades del material utilizado.

Tabla 3. Propiedades del material **[41]**.

Factor	Valor	Unidad
Esfericidad	0.58	-
Redondez	0.25	-
Densidad del mineral	2600	kg/m3
Densidad aparente	1420	kg/m3
Factor esponjamiento	0.55	-
Porosidad	44	%
d_{50}	4	mm
Coeficiente Uniformidad (Cu)	2	-
Ángulo de reposo del mineral	29.31 ±1.22	°
Ángulo de fricción con las paredes del modelo	27.67 ± 2.26	°
Ángulo de fricción interna	39	°

3.2. Calibración numérica del material mediante Rocky DEM

La calibración del material se realizará con para partículas con forma esférica. Se deberá calibrar el material mediante un Ensayo de ángulo de reposo y un Ensayo de caja de corte. Para lograr una calibración exitosa se debe tener un ángulo de reposo y ángulo de fricción interna similar los obtenidos en la tabla 2 con un error menor al 10%.

Antes de empezar el proceso de calibración sabiendo las limitaciones de DEM en base a la cantidad de partículas se debe reducir la granulometría utilizada por Canales a una más manejable lo cual se puede observar en la siguiente figura 11.

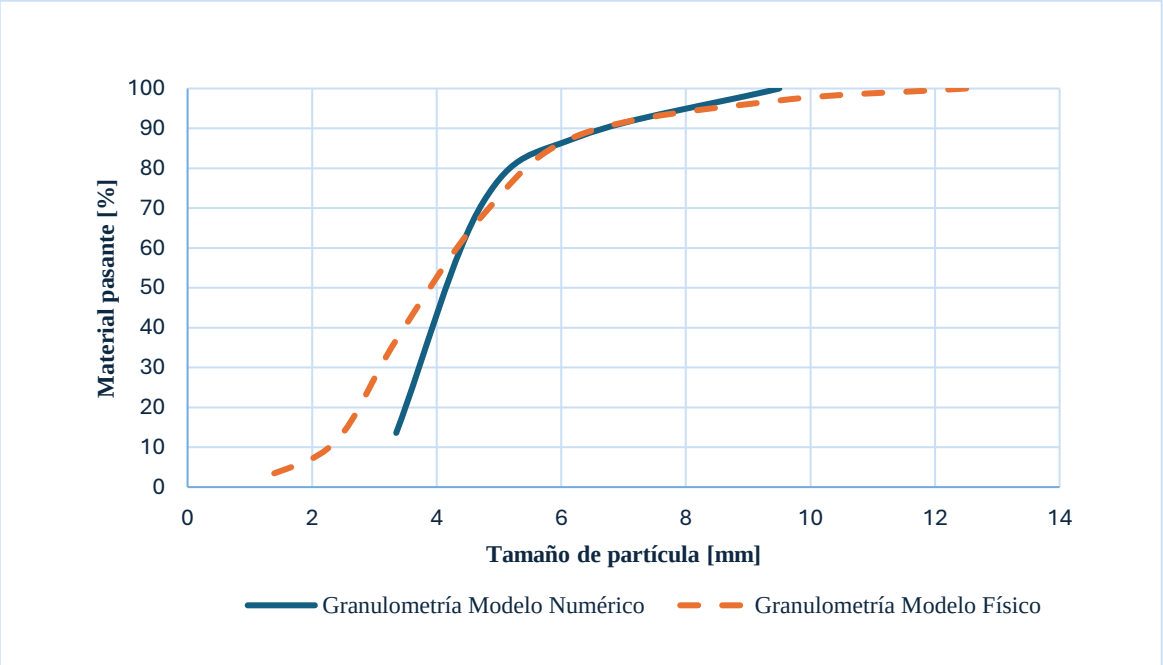

Figura 11. Comparación granulometría modelo numérico y modelo físico.

3.2.1. Ensayo ángulo de reposo

El ensayo de ángulo de reposo este compuesto por un cilindro con diámetro de 0.11 [m] y un alto de 0.65 [m], este cilindro se encuentra sobre dos placas de 0.6 [m] de ancho, 1.2 [m] de largo y 0.025 [m] de espesor (Figura 12). La simulación dura 6 segundos en donde el material ingresa mediante al cilindro con un flujo de 72 [ton/h] durante 2 segundos, luego este cilindro empieza a subir en este tiempo con una velocidad de 0.1 [m/s] en el eje Y.

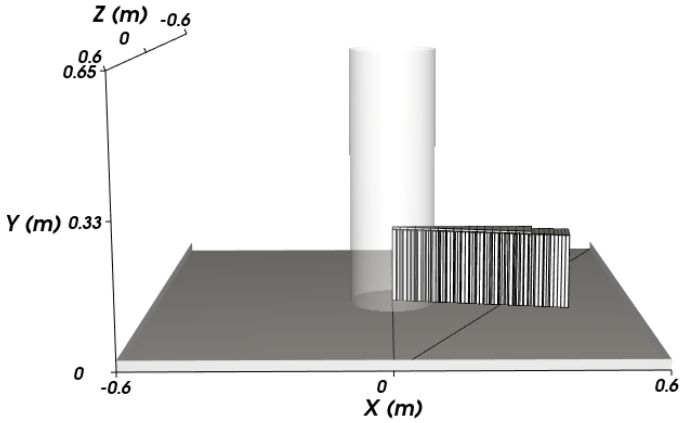

Figura 12. Geometría del ensayo de ángulo de reposo

Para las simulaciones con las partículas con forma esférica se utilizan 467,903 partículas con un tiempo de simulación entre 5 horas aproximadamente, también se realizaron simulaciones de calibración para partículas con forma de poliedro (Ver Anexo A). En este caso el ángulo de reposo se determinará mediante un script tipo Python obtenidos del manual de Ansys Rocky.

Para lograr la calibración exitosa se realizaron 10 simulaciones con distintos parametros de interacción entre partículas y paredes. En la siguiente tabla 4 se pueden apreciar los parametros y ángulos obtenidos.

Tabla 4. Parámetros de calibración partículas esféricas.

Parámetros	Valor												
Rolling Resistance	0.3	0.3	0.3	0.3	0.35	0.3	0.3	0.35	0.4	0.3	0.3	0.33	0.3
Módulo de Young [MPa]	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Static Friction P-P	0.185	0.19	0.2	0.62	0.62	0.7	0.7	0.7	0.8	0.8	0.85	0.85	0.9
Dynamic Friction P-P	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.6	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

Tangencial Stiffness P-P	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-P	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Static Friction P-B	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.65	0.53	0.53	0.53	0.53
Dynamic Friction P-B	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36
Tangencial Stiffness P-B	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-B	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Ángulo de Reposo [°]	**30.6**	**30.8**	**32.2**	**28.15**	**28.28**	**28.83**	**28.56**	**28.79**	**28.42**	**29.08**	**29.17**	**28.85**	**29.56**

Se observa que el parámetro que tenía un mayor efecto es la fricción estática entre partículas ya que aumentando y manteniendo constante los demás se logró llegar a un resultado simular al ángulo de reposo utilizado por Canales **[41]** el cual es de 29.31º y mediante la simulación se obtiene un valor de 30.6º con un error de 4.4% aproximado. Dado esto se considera calibrado el material mediante el ángulo de reposo. En la figura 13 se tiene una simulación en el tiempo 6 segundos.

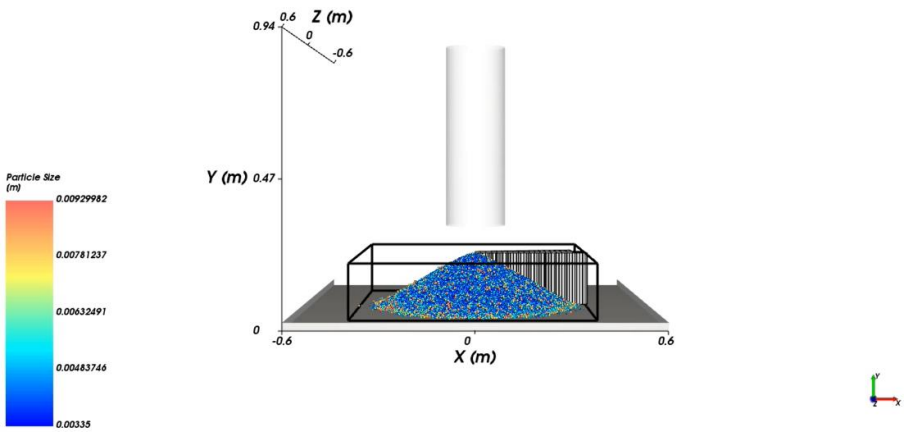

Figura 13. Simulación ensayo de reposo tiempo 6 segundos, vista frontal

3.2.2. Ensayo Caja de Corte

Para la simulación, se tiene una caja con un largo de 300 [mm], un ancho de 280 [mm] y una altura de 280 [mm]. Esta geometría se encuentra dividida en dos sectores definidos como “caja inferior” y “caja superior”. Las dimensiones de la caja de corte fueron determinadas en base a la norma ASTM-D3080-72 **[42]**. Las partículas se ingresarán al sistema mediante un “Inlet Surface” con forma rectangular ubicada en la parte superior de la caja. Se considera que la “caja inferior” posee un movimiento de 0.05 [cm/s].

Dado que para la realización de este ensayo se necesita aplicar una presión confinante, es necesario añadir una placa cuadrada con dimensiones de 250 x 250 [mm] y un espesor de 25 [mm] en la parte superior para poder crear esta presión. El movimiento de esta placa fue definido en base a una traslación de cuerpo libre esto significa que el esfuerzo normal depende solo de la masa de la placa y el área de esta misma, se utilizó este movimiento con el objetivo de mantener el esfuerzo normal constante para todos los ensayos, obteniendo un esfuerzo normal de 15.49 [kPa]. En la figura 14 se visualiza la geometría del ensayo junto con la placa incorporada.

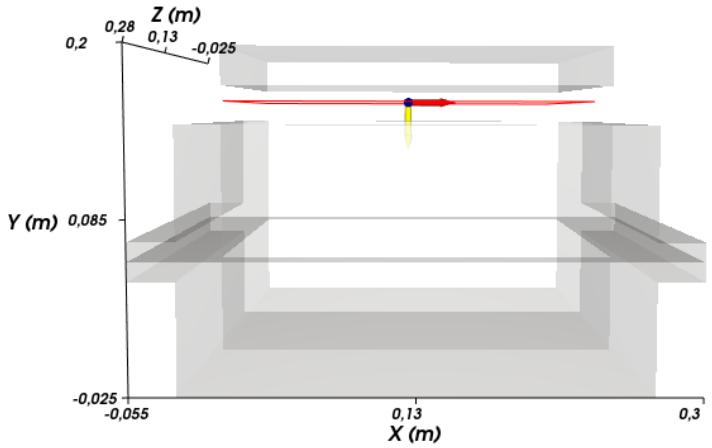

Figura 14. Geometría ensayo caja de corte. Vista Frontal.

Los parametros utilizado para la simulación se pueden apreciar en la Tabla 5, donde se utiliza partículas esféricas.

Tabla 5. Parámetros de prueba

Parámetros	Valor	Valor	Valor	Valor
Rolling resistance	0.3	0.3	0.3	0.3
Módulo de Young [MPa]	1	10	50	100
Static Friction P-P	0.85	0.85	0.85	0.85
Dynamic Friction P-P	0.5	0.5	0.5	0.5
Tangential Stiffness P-P	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-P	0.3	0.3	0.3	0.3

Static Friction P-B	0.7	0.7	0.7	0.7
Dynamic Friction P-B	0.7	0.7	0.7	0.7
Tangential Stiffness P-B	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-B	0.3	0.3	0.3	0.3

Se establece un flujo de partículas en la superficie de entrada (‘inlet surface’) a razón de 100 toneladas por hora, equivalente a 225,304 partículas con un tiempo de entrada de 0.8 segundos. La frecuencia de muestreo es de 0.05 segundos y el tiempo total de simulación es de 80 segundos. Los resultados de estas simulaciones se pueden observar en la figura 15.

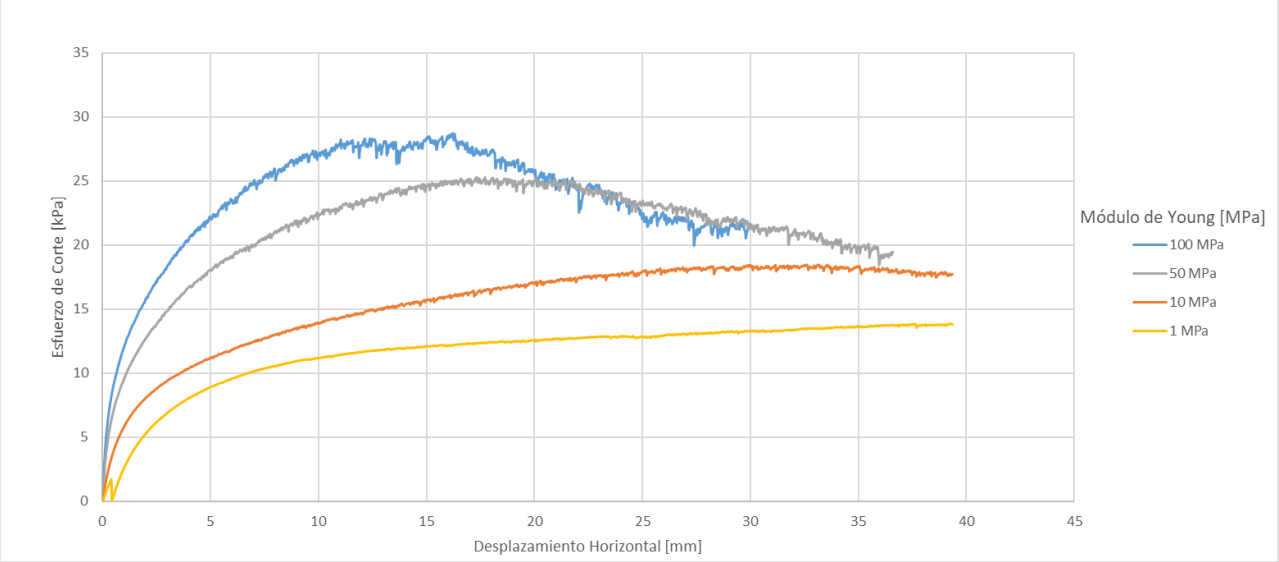

Figura 15. Gráfico de esfuerzo de corte vs desplazamiento horizontal

Según el gráfico anterior, al aumentar la fricción entre partícula y pared se observa un ligero aumento en el esfuerzo de corte medido, pero no se alcanza el esfuerzo de corte máximo requerido. En cambio, al aumentar el módulo de Young, se logra la cima de esfuerzo de corte deseado y se observa un incremento significativo en los esfuerzos en relación con la magnitud del módulo de Young. Sin embargo, es importante considerar que aumentar el módulo de Young resulta en un aumento considerable en los tiempos de simulación.

Basándose en lo anterior, se realizaron simulaciones de calibración con un módulo de Young de 10 [MPa]. Se realizó una prueba disminuyendo la cantidad de partículas de 225,304 a 127,228, obteniendo un esfuerzo de corte máximo de 25.29 y 24.25 [kPa], respectivamente. Con el objetivo de reducir los tiempos de simulación, se realizará la calibración con 127,228 partículas esféricas, mediante simulaciones con un tiempo de 32 segundos, resultando en un tiempo de simulación de 7 horas.

Para obtener el ángulo de fricción interna, se aplicará el Criterio de Mohr-Coulomb (Anexo B). Por cada parámetro de interacción utilizado, se realizarán 3 ensayos, utilizando una placa con una masa de 100, 80, y 60 [kg]. Luego, se obtendrá una regresión lineal con el objetivo de encontrar la pendiente de la ecuación y, a su vez, el ángulo de fricción interna. En la tabla 6 se muestran los parámetros utilizados y los resultados. Ver resultados de esfuerzos obtenidos según los parametros de la tabla 6 (Anexo B).

Tabla 6. Parámetros de calibración partículas esféricas

Parámetros	Valor								
Orden	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Rolling resistance	0.3	0.3	0.3	0.6	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Módulo de Young P [Mpa]	50	10	10	10	10	10	10	10	10
Static Friction P-P	0.85	0.85	0.3	0.6	0.25	0.2	0.18	0.19	0.185
Dynamic Friction P-P	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
Tangential Stiffness P-P	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-P	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Static Friction P-B	0.7	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
Dynamic Friction P-B	0.7	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36
Tangential Stiffness P-B	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-B	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Ángulo de fricción [°]	**51.97**	**43.13**	**44.03**	**52.46**	**41.99**	**40.8**	**37.55**	**40.4**	**39.69**

Al igual que en el ensayo de caja de corte el parámetro que posee mayor efecto es la fricción estática entre partículas, pero se considera un comportamiento interesante a reportar es que el ángulo de fricción disminuye solo cuando se utilizan valores de fricciones estática menor a 0.3. Se logró obtener un ángulo de fricción de 39.69° (tabla 7) siendo el ángulo de fricción reportado por Canales **[41]** de 39° se obtiene un error de 1.8 %. En la figura 16 se observa un video del ensayo de caja de corte.

Tabla 7. Parámetros finales del calibrado para partículas esféricas

Parámetros	**Valor**
Rolling resistance	0.3
Módulo de Young P [Mpa]	10
Static Friction P-P	0.185
Dynamic Friction P-P	0.5
Tangential Stiffness P-P	1
Restitution Coefficent P-P	0.3
Static Friction P-B	0.53
Dynamic Friction P-B	0.36
Tangential Stiffness P-B	1
Restitution Coefficent P-B	0.3
Ángulo de fricción [°]	**39.69**

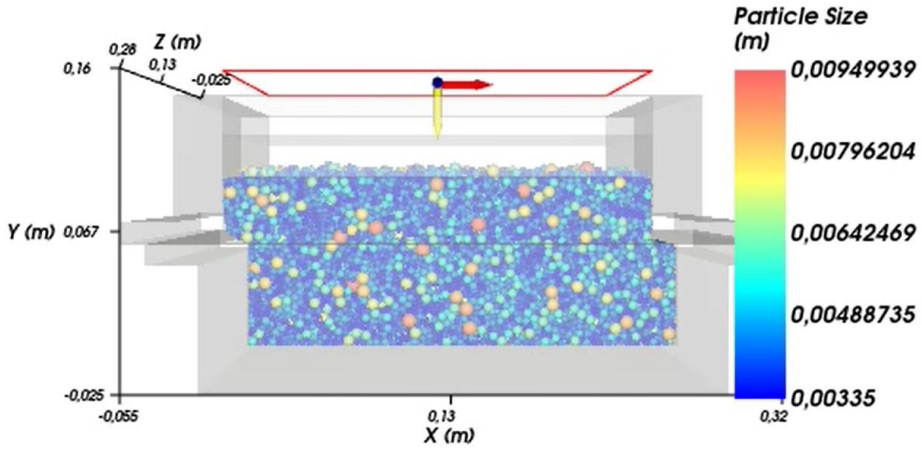

Figura 16. Simulación Ensayo Caja de Corte.

3.3 Plan Experimental

Debido a las limitaciones mediante DEM en cuanto a la cantidad de partículas a simular y los altos tiempos de simulación, se debe determinar si es posible simular a una altura de columna de 500 [m]. Para ello, se realizaron simulaciones preliminares con tiempo a simular de 1000 segundos, para determinar tiempos estimados de simulación. Los resultados obtenidos se pueden observar en la figura 17. En el (Anexo C) se pueden apreciar los esfuerzos verticales estáticos determinados mediante las simulaciones preliminares.

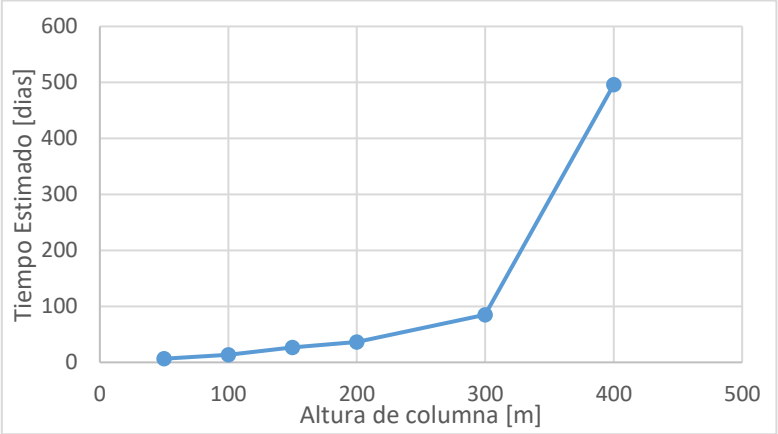

Figura 17. Gráfico de tiempo estimado [días] vs Altura de Columna [m]

Según el gráfico la altura de columna máxima a estudiar será una altura de columna de 200 [m] mediante un modelo reducido. En la tabla 8 se muestra los experimentos a realizar a cabo en esta investigación. Se describen los objetivos de cada uno y el tipo de extracción llevado a cabo.

Tabla 8. Plan Experimental

Experimento	Tipo de extracción	Objetivo	Malla de Extracción	Altura de Columna del modelo	Altura de columna a escala mina
1	Extracción aislada	Medir la zona de movimiento aislada generada por un punto de extracción. Comparar resultados con lo obtenido por Canales **[41]**	Una malla tipo Teniente 30 x 15 **[41]**	100 [cm]	200 [m]
2	Extracción múltiple	Cuantificar las geometrías de los pilares remanentes.	Una malla tipo Teniente 30 x 15 **[41]**	100 [cm]	200 [m]

4. Resultados y Análisis

En este aparatado se muestran los resultados de los experimentos mencionados en el plan experimental, se señalan las particularidades y sus resultados (Anexo D). Las conclusiones generales de los experimentos se mencionarán en un apartado diferente. Las simulaciones se realizaron mediante una GPU NVDIA GeForce RXT 4080 con una memoria de GPU dedicada de 16 [GB] y compartida de 63.9 [GB], la capacidad de almacenamiento del equipo utilizada es de 3.7 [TB].

4.1. Experimento 1: Tiraje Aislado

El objetivo de este experimento es medir la zona de movimiento aislado generada por un punto de extracción y, a partir de este resultado compararlo con lo obtenidos por Canales **[41]** en su experimento de tiraje aislado, de esta forma determinar si la calibración del modelo numérico se realizó de forma exitosa. La extracción fue llevada a cabo en el punto de extracción 14, ubicado en la zanja 5 (Figura 19), en donde se realizan 236 paladas llegando a una extracción de 2.19 [kg], llegando a una extracción de 2.19. En la figura 18 se muestra un esquema del experimento y los parametros a calcular.

Parametros principales	Descripción
hi:	Altura de zona de flujo [cm].
Wi:	Diámetro de zona de flujo cm].
H:	Altura de columna [cm].
S:	Espaciamiento entre puntos de extracción [cm] (15 [m], escala mina)

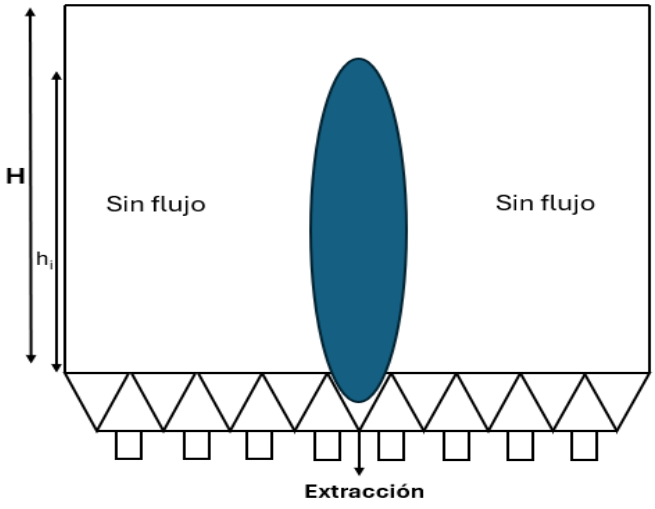

Figura 18. Esquema de estrategia de tiraje aislado (Vista Frontal) – Experimento 1

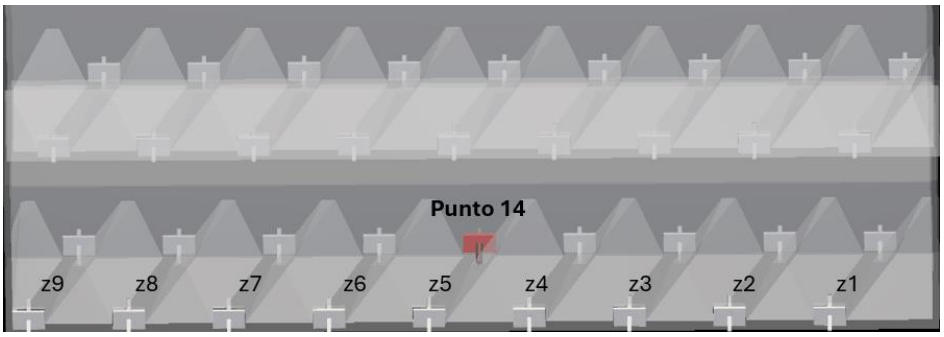

Figura 19. Ubicación del punto de extracción en el nivel de producción – Experimento 1

Antes de iniciar el Experimento 1, se realizan simulaciones preliminares con el objetivo de determinar los tiempos de simulación estimados. Para ello, se reduce el modelo numérico mediante la función “Cartesian Domain” de Rocky en el eje x, obteniendo una simulación con 1,111,674 partículas lo que equivale a 89.44 [kg] para un tiempo simulado de 1000 segundos. Luego, con los valores obtenidos de calibración mediante el ensayo de caja de corte, que se pueden apreciar en la Tabla 7, se estima un tiempo de simulación aproximado de 24 días para simulaciones con un Módulo de Young de 10 [MPa]. Basándose en esto, se decide disminuir el valor del Módulo de Young a 1 [MPa], reduciendo así el tiempo simulado a 12 días.

En Rocky, se deben definir “marcadores” con el objetivo de determinar la zona de movimiento aislada (IMZ). Para ello, se crea un “cubo” que se ajusta de manera que todas las partículas dentro del modelo numérico se encuentren dentro de este cubo. Luego, mediante la herramienta “Particles Calculations”, se aplica un “Division Tagging” a este cubo. Este proceso genera líneas de un cierto espesor a las cuales se les aplica un color específico según la altura a la que se encuentren las partículas. El “Division Tagging” se puede apreciar con mayor detalle en la Figura 20.

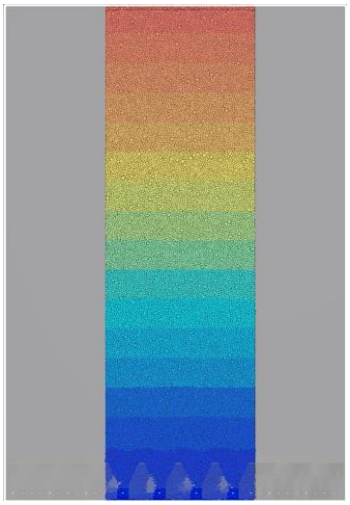

Figura 20. Visualización del “Division Tagging” a utilizar para el cálculo de IMZ.

4.1.1. Resultados

Para este experimento, se debe tener en cuenta que se había planeado una simulación de 1000 segundos; sin embargo, debido al límite de espacio disponible en el disco utilizado, solo se pudo completar una simulación de 590.15 segundos con un tamaño de 3.54 [TB]. Según los datos, el punto 14 realizó una extracción de 2.19 [kg], lo que equivale al 2.35% del modelo. La evolución de la zona de movimiento se puede observar en la Figura 21.

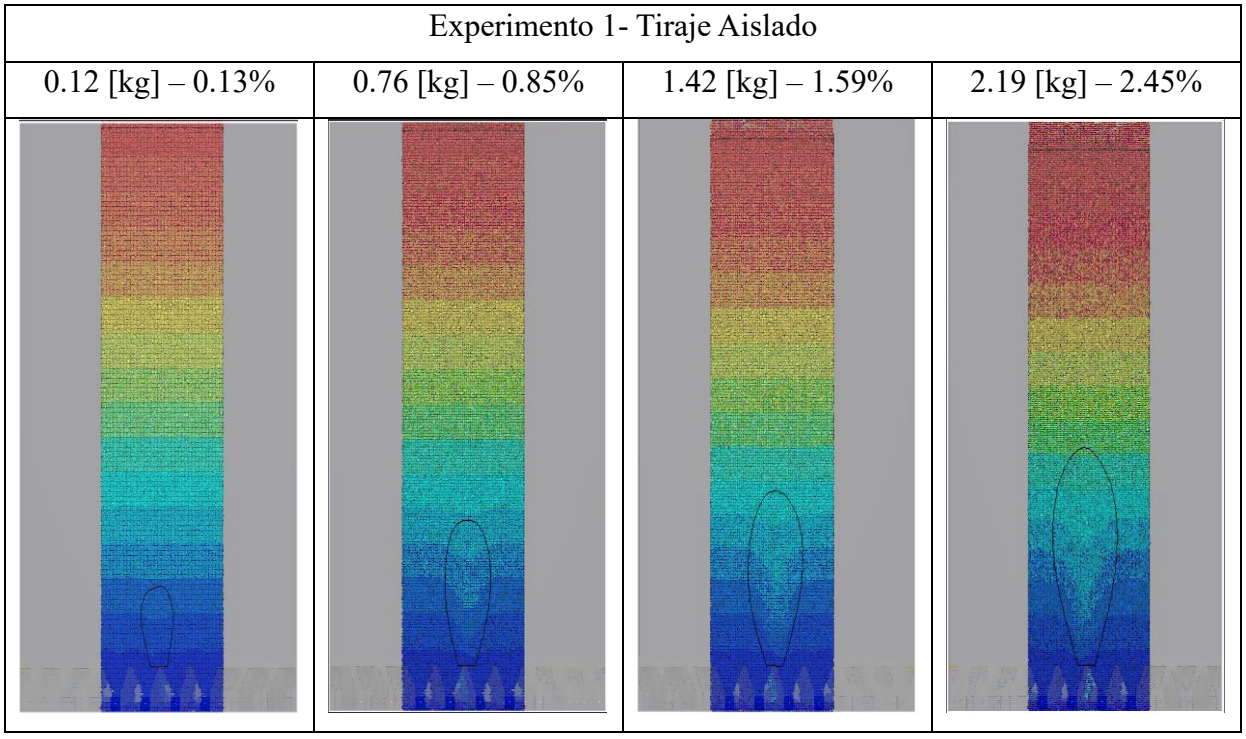

Figura 21. Evolución zona de movimiento a medida que continua la extracción – Experimento 1

A partir de las imágenes tomadas de la simulación en momentos específicos, como se muestra en la figura anterior, es posible calcular tanto el diámetro como la altura de la IMZ en función de la masa extraída acumulada. Luego, estos resultados se compararon con los obtenidos por Canales **[41]** en su experimento 0-A. Esto se puede apreciar en las figuras 22 y 23.

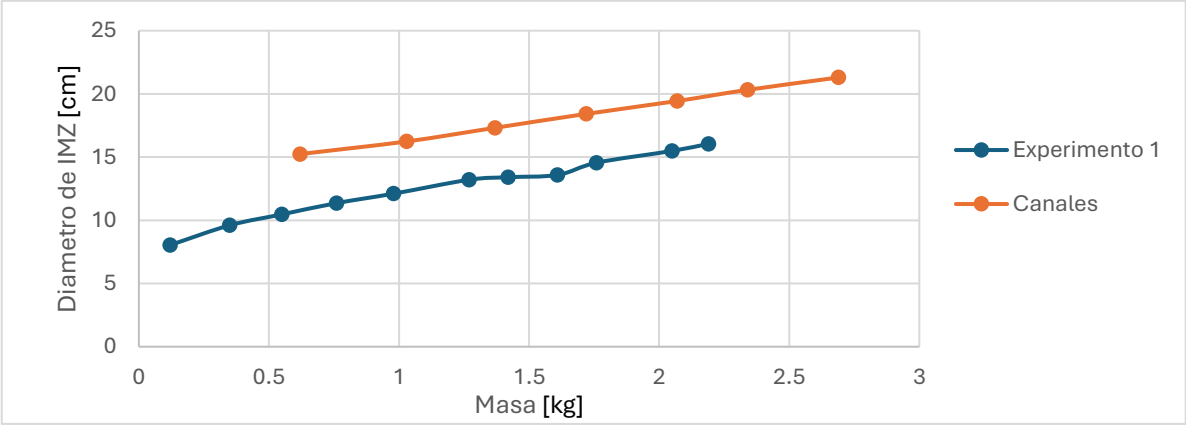

Figura 22. Diámetro de IMZ en función de la masa extraída – Experimento 1

En la figura 22 se observa la evolución del diámetro de la IMZ en función de la masa extraída, la cual crece a medida que se extrae el material. En comparación con los resultados obtenidos por Canales **[41]**, se observa un error del 20.3%.

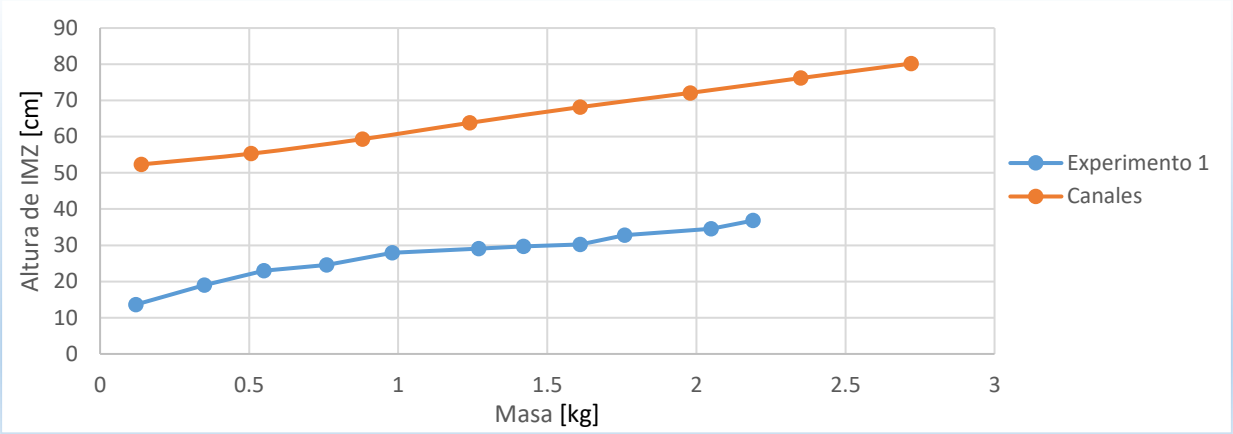

Figura 23. Altura de IMZ en función de la masa extraída – Experimento 1

La figura 23 se observa el aumento de la altura de IMZ a en función de la masa extraída. En compararon los resultados con los de Canales **[41]**, se obtuvo un error del 52.1 %

Se debe tener en consideración que las mediciones realizadas de la forma de IMZ, sea tanto su diámetro como su altura, se efectuaron mediante la exportación de las imágenes de la simulación al software AutoCAD 2025, las cuales fueron escaladas a las medidas del modelo numérico. Este procedimiento principalmente depende de quien analiza las fotografías, por lo tanto, se debe considerar el error asociado a esto.

Dado lo anterior, se realiza una comparación de los datos experimentales obtenidos en base a experimentos de tiraje aislado realizados por distintos autores **[4, 6, 15, 41, 43, 44, 45, 46 y 47]** y el modelo cinemático de Nedderman **[43]**. En este modelo, se relacionan el diámetro (w) y la altura (h), ambos normalizados al d_{50} del material simulado, con la forma del IMZ simulado. Esta comparación se puede apreciar en la figura 24.

$$w = 3.42\sqrt{h} \qquad \textbf{[37]}$$

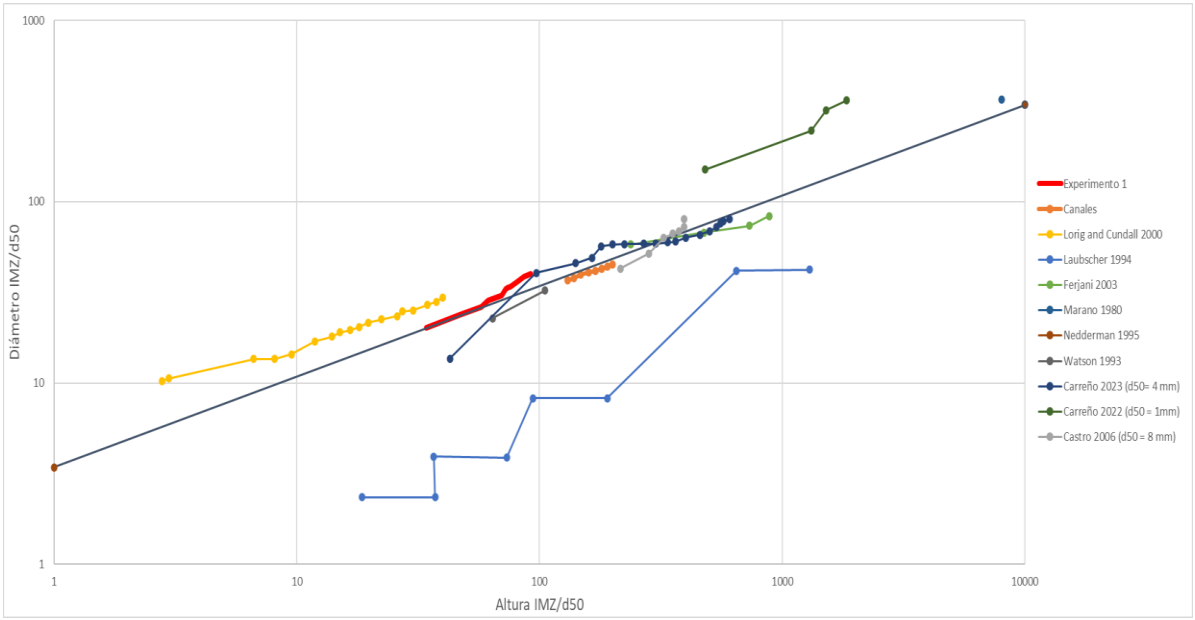

Figura 24. Gráfico de Altura de IMZ/d50 y Diámetro de IMZ/d50 – Experimento 1

En base al grafico anterior, se observa que, a pesar de las limitaciones del cálculo de la geometría de IMZ, los datos experimentales se asemejan a los resultados obtenidos por distintos autores y se acerca bastantes a la teoría de Nedderman **[43]**.

4.2. Experimento 2: Block Caving

El objetivo de este experimento es cuantificar la diferencia entre el pilar de material remanente mediante diferentes extracciones. En este caso, se compararán los resultados obtenidos del experimento 1, el cual emplea un tiraje aislado, con los obtenidos del experimento 2, que emplea tiraje uniforme (Block Caving). Se procederá a cuantificar la geometría de los pilares remanentes dentro de la calle zanja, específicamente en el pilar menor y el crownpillar. Para este experimento se considera una geometría simplificada del crownpillar. La extracción se lleva a cabo mediante los puntos de extracción 4, 5, 6, 7, 13, 14, 15, 22, 23, 24, 25, 31, 32 y 33, ubicados en las zanjas 6, 5, 4 y 3 (Figura 26), en donde se realizan 278 paladas por punto logrando una extracción de 57.7 [kg]. En la figura 25 se presenta un esquema del experimento.

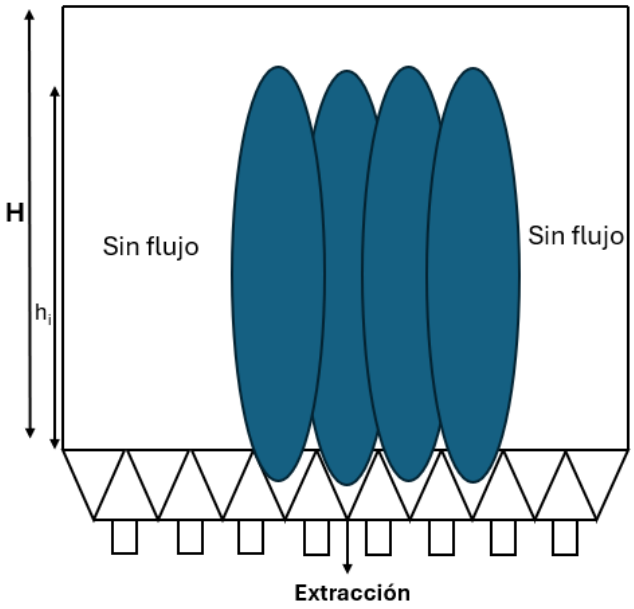

Figura 25. Esquema de estrategia de tiraje uniforme/Block caving (Vista Frontal) – Experimento 2

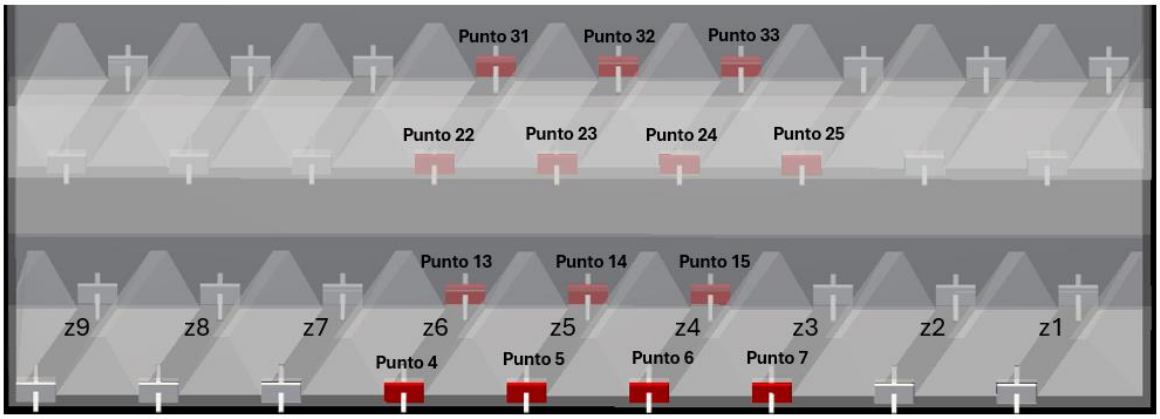

Figura 26. Ubicación puntos de extracción en el nivel de producción – Experimento 2

Para el experimento 2 se aplica la misma reducción del modelo utilizando la función "Cartesian Domain" empleada en el experimento 1. Se mantienen los mismos parámetros de interacción utilizados en el experimento 1, considerando un módulo de Young de 1 [MPa]. De esta manera, se estima que el tiempo de simulación será de 12 días, al igual que en el experimento 1.

Para calcular las zonas de material estancado que forman estos pilares remanentes, se utiliza el mismo "tagging" definido en el experimento 1, en el cual el color azul representa estas zonas estancadas.

4.2.1. Resultados

Para el experimento se tiene simulación de 696.1 segundos con un tamaño de 2.95 [TB] en donde el tiempo simulado real fue de 7.9 días (Anexo D). Según los datos de los puntos de extracción, se

realizó una extracción del 57.67 [kg], lo que equivale al 64.5% del modelo. En la figura 27 se puede observar el pilar remanente inicial y final obtenidos en la calle zanja entre los puntos de extracción 6 y 15.

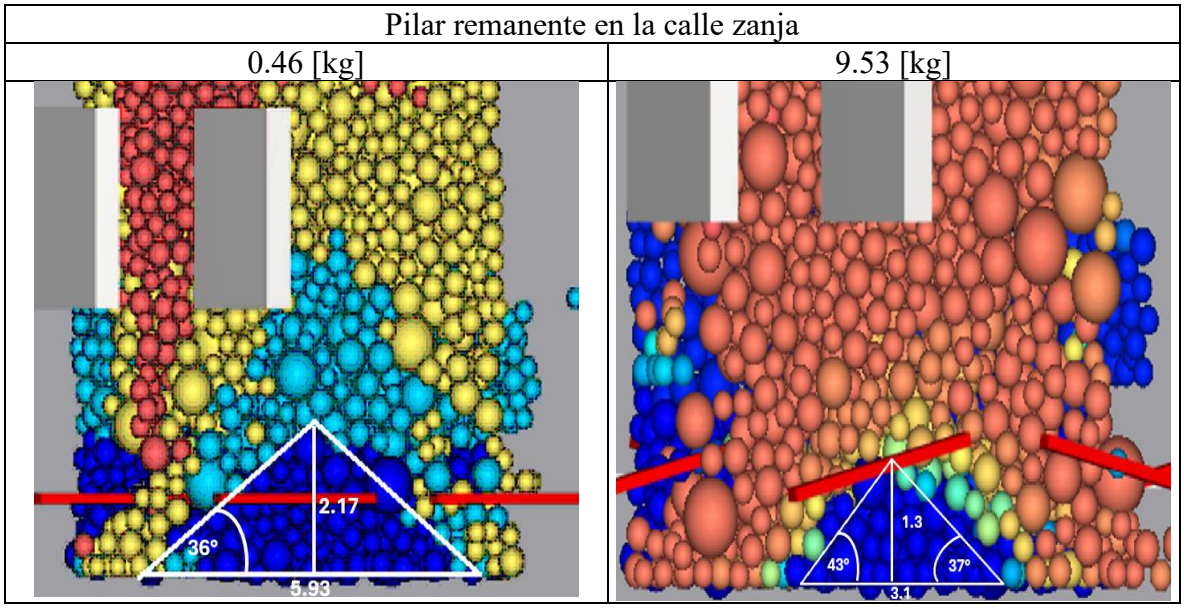

Figura 27. Geometría pilar remanente calle zanja inicial y final (unidades en cm) – Experimento 2

En la figura 27 se aprecia que a medida que se extrae el material el tamaño del pilar disminuye de forma continua. En la figura 28 se observa el mismo comportamiento, pero para el pilar remanente sobre el crownpillar.

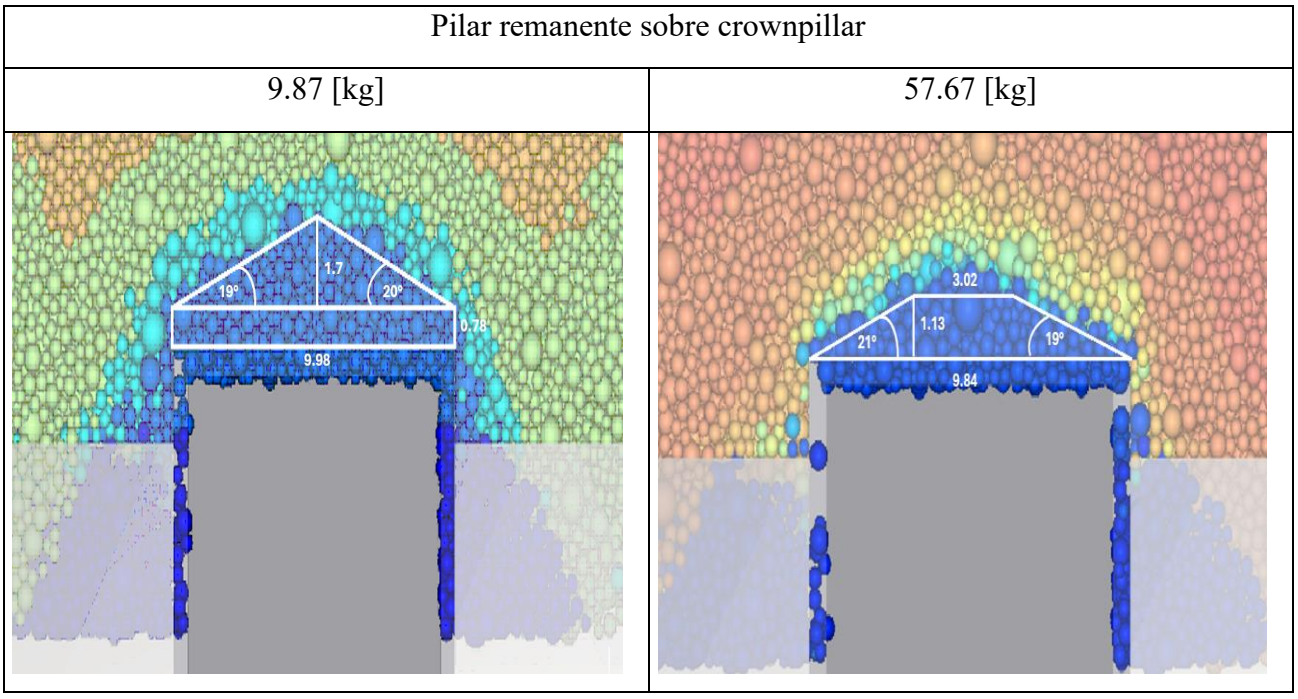

Figura 28. Geometría pilar remanente sobre el CrownPilar inicial y final (unidades en cm) – Experimento 2

A partir de las imágenes tomadas en momentos de extracción específico del pilar remanente, tanto en la zanja como en el crownpillar, es posible calcular su volumen en función de la masa extraída acumulada. Para ello, se considera un espesor de 26.82 [cm], que corresponde al ancho total de la zona de flujo para el pilar remanente en el crownpillar, y un espesor de 2.4 [cm] para el pilar remanente en la zanja, que corresponde al ancho de la calle zanja. Además, para el volumen de la calle zanja se considera el volumen total tanto en la zanja medida como en las otras zanjas donde ocurre la extracción. Estos resultados se pueden apreciar en la figura 29.

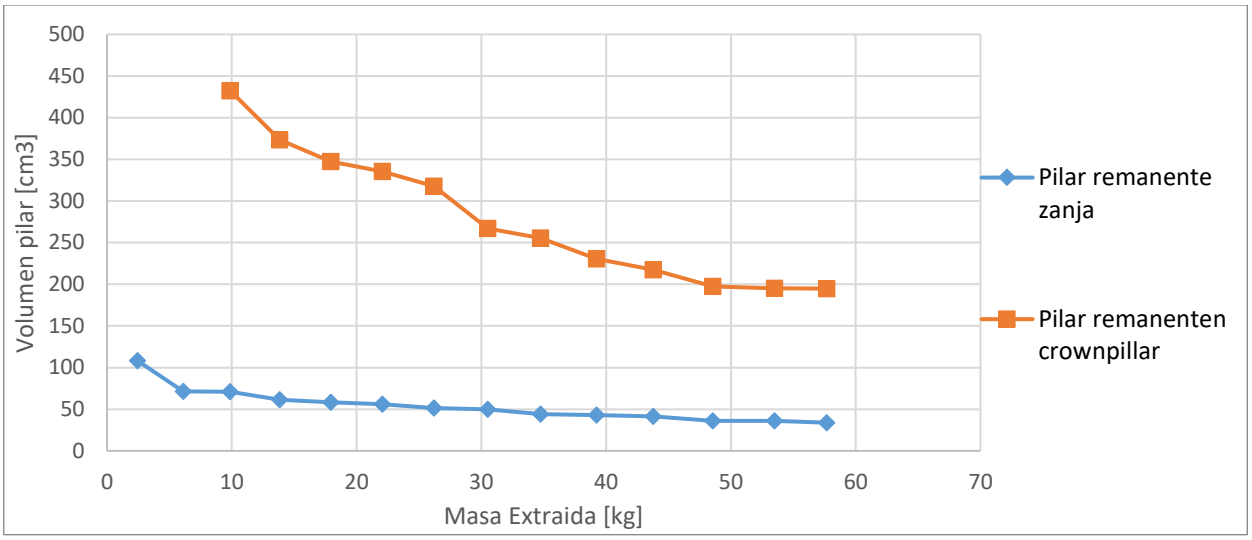

Figura 29. Gráfico de Volumen de Pilar zanja total y crownpillar en función de la masa extraída acumulada – Experimento 2

Al realizar el cálculo de la geometría del pilar remanente sobre el pilar menor, se tiene que el tamaño de este pilar es demasiado pequeño, por lo cual su valor se puede descartar. Esta geometría se puede observar en la figura 30.

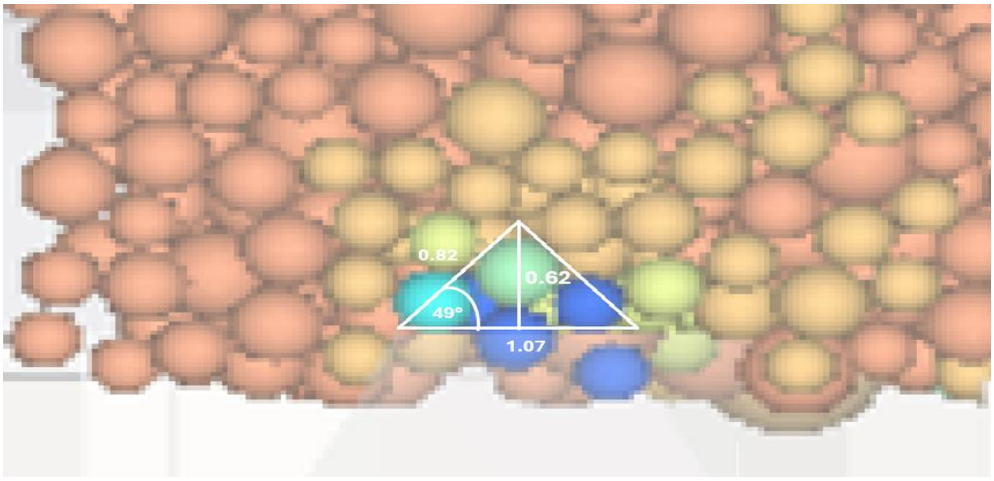

Figura 30. Pilar remanente sobre el pilar menor (unidades en cm) – Experimento 2

Teniendo cuantificado la geometría de los pilares remanente en la zanja y crownpillar, se busca comparar estos resultados con los obtenidos en el experimento 1. El pilar remanente en la zanja, obtenido mediante tiraje aislado, se determina de teóricamente en función del ángulo de la zona de flujo medida a los 590.15 segundos. Este ángulo se puede observar en la figura 31.

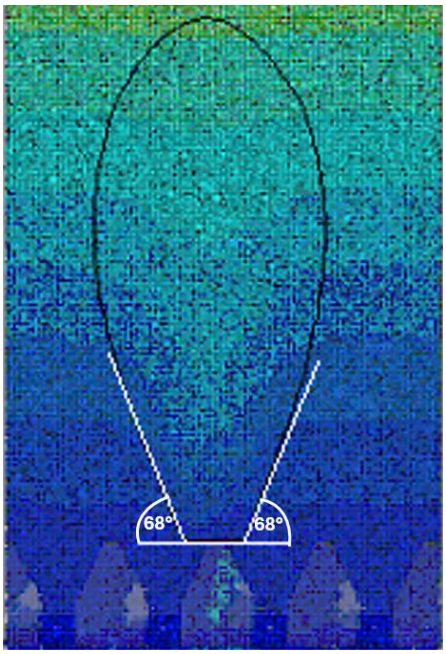

Figura 31. Angulo de la zona de flujo a 590.1 segundos (Vista Frontal) – Experimento 1

Con base en este ángulo de flujo de 68° y considerando un ancho del pilar remanente de 4.51 [cm], que representa la distancia máxima a la cual ingresan las palas dentro de la calle zanja, se determina la geometría del pilar zanja en el punto de extracción 14. Para la comparación, se considera la extracción misma extracción de 2.19 [kg] tanto el tiraje aislado como para el uniforme. Esta comparación se puede observar en la figura 32.

Comparación pilar remanente en la zanja, 2.19 [kg]	
Tiraje Aislado	Tiraje Uniforme (Block Caving)

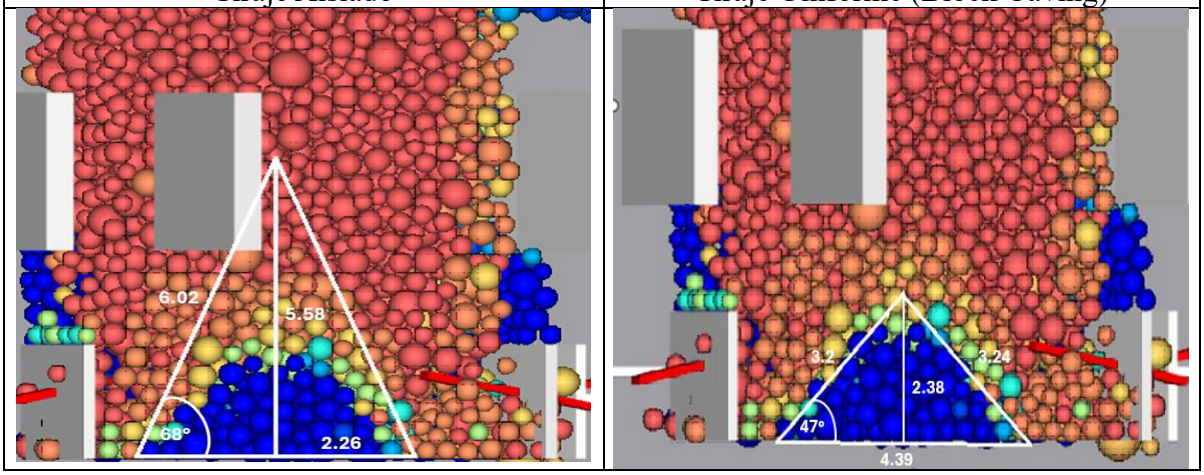

Figura 32. Comparación de pilares remanentes en la zanja de tiraje aislado vs uniforme (unidades en cm) – Experimento 2.

Considerando el ancho de la calle zanja como el espesor, se obtiene un volumen de 30.2 [cm^3] con un área de 12.58 [cm^2] para el pilar remanente formado por el tiraje aislado. Mientras que, para el pilar remanente formado por el tiraje uniforme, se obtiene un volumen de 12.54 [cm^3] con un área de 5.22 [cm^2]. Según los resultados anteriores, la relación entre el tamaño del pilar zanja de tiraje aislado y uniforme de 1:2.41.

Para la comparación de los tamaños del pilar remanente sobre el crownpillar, se determina el tamaño del pilar formado por tiraje aislado a los 489.15 segundos, lo que equivale a una extracción de 1.71 [kg]. La geometría de este se define en función del ángulo de la zona de flujo para la altura, mientras que el ancho superior se determina basándose en los limites visibles o calculados de la zona donde el material no fluye. En cambio, para el pilar formado por tiraje uniforme, se considera el formado a los 500 segundos lo que equivale a una extracción de 39.25 [kg]. Esta comparación se puede observar en la figura 33.

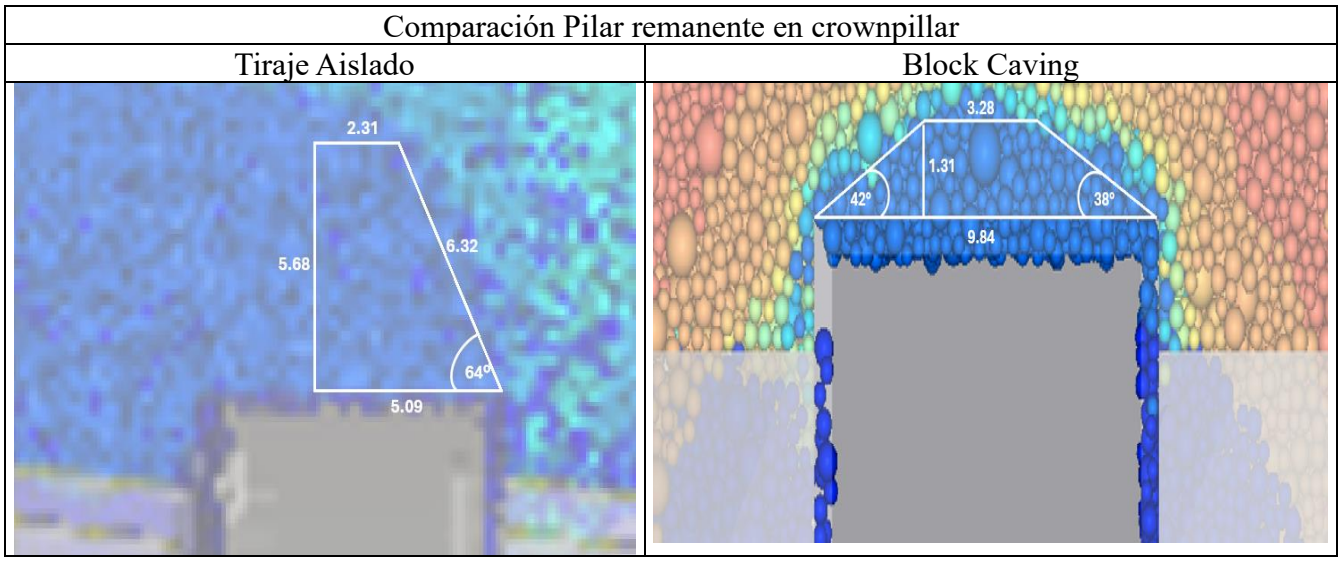

Figura 33. Comparación de pilares remanentes sobre CrownPilar, tiraje aislado vs uniforme (unidades en cm) – Experimento 2.

Para el cálculo del volumen del pilar remanente sobre crownpillar formado por tiraje aislado se utiliza el diámetro máximo de la zona de flujo obtenido en el experimento 1, que en este caso corresponde a 16.05 [cm]. Por lo tanto, el pilar remanente posee un volumen de 337.31 [cm^3] con un área de 21.02 [cm^2]. Mientras, el pilar remanente formado por tiraje uniforme tiene un volumen de 230.48 [cm^3] y un área de 8.59 [cm^2]. Según los resultados, se obtiene una relación de tamaños de tiraje aislado y uniforme de 1:1.46. Además, mediante las fotografías obtenidas a distintos tiempos de extracción, se puede realizar una comparación de como varia este volumen en función de la masa extraída para ambos casos (figura 34).

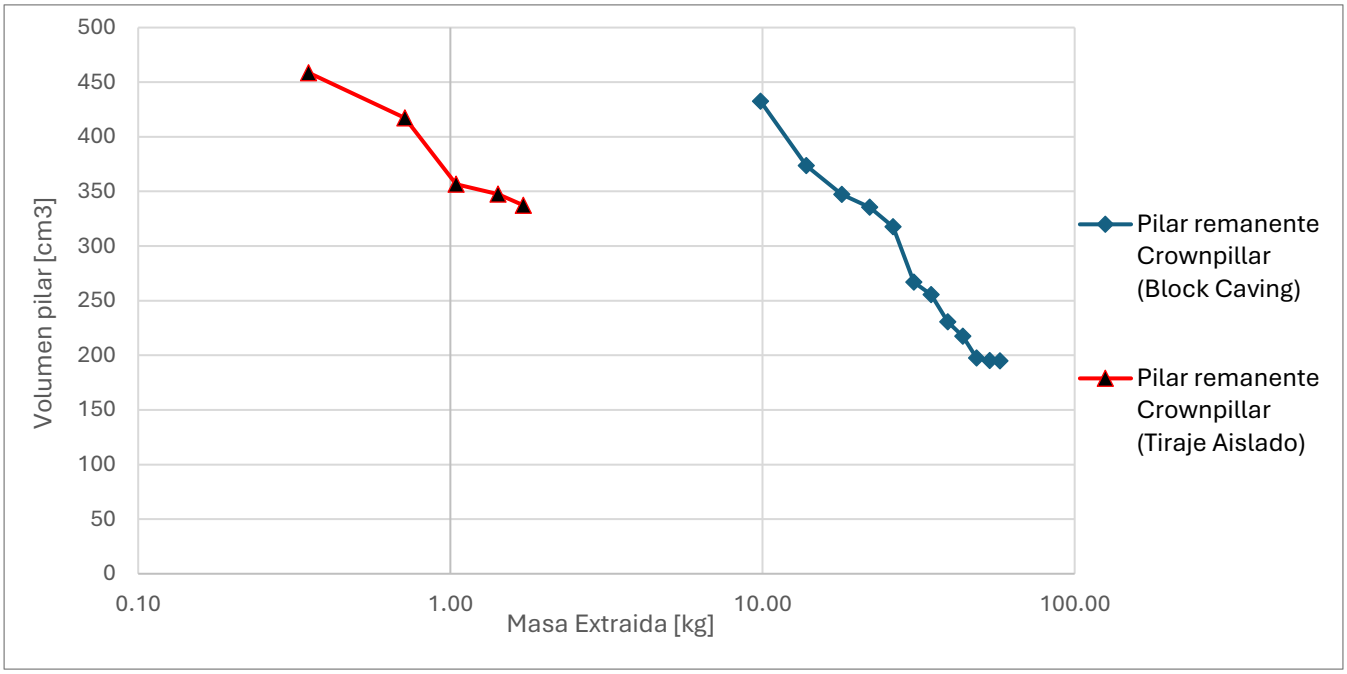

Figura 34. Gráfico de Volumen del pilar remanente sobre crownpillar vs Masa extraída acumulada – Experimento 2.

En la figura 34 se aprecia una tendencia, a mayor masa extraída, el volumen del pilar remanente disminuye. Sin embargo, también se observa que el pilar formado por tiraje aislado es de mayor tamaño con una masa extraída menor en comparación con el pilar formado por tiraje uniforme. Por último, se tiene una recuperación de material de 64% siendo 31.74 [kg] la cantidad de material que queda sin extraer en donde 0.325 [kg] de esta masa corresponden al material que componen los pilares remanentes para tiraje informe.

5. Conclusiones

Como conclusión, en base a la hipótesis planteada al inicio de este estudio, en la cual se propuso que es factible realizar una investigación sobre flujo gravitacional en minería de hundimiento para altura de columna altas, según la definición de Paredes **[19]**, mediante el uso de un modelo de elementos discretos (DEM), se concluye que esto no es viable a grandes alturas (+200 m) con la complejidad presente en minería de block caving. Esto coincide con lo planteado por W. Hancock **[22]**, ya que, según los resultados obtenidos en las simulaciones preliminares, se determinan tiempos estimados de 495 días para una altura de columna de 400 [m]. Siendo este lapso inviable para un estudio debido al alto tiempo requerido para realizar la simulación de 7,696,746 partículas, dado esto una de las principales limitantes es la capacidad de cómputo, una mayor capacidad de cómputo permitirá la reducción de los tiempos de simulación. Por lo tanto, se optó por realizar simulaciones con una altura de columna de 200 [m], mediante un modelo reducido similar al utilizado por Canales **[41]**. En consecuencia, se establece que los modelos físicos a escala laboratorio **[15, 41, 48]** proporcionan más información sobre el flujo gravitacional en minería de hundimiento para alturas de columnas altas que los métodos de elementos discretos.

Los resultados del experimento 1 muestran una diferencia cuando se comparan con los resultados reportados por Canales **[41]**. Esta diferencia se puede observar las figuras 22, 23 y 24. A partir de estos gráficos, se calcula el porcentaje de error tanto para el diámetro como la altura de IMZ, obteniendo un error de 20.3% y 52.1%, respectivamente. Estos porcentajes de error elevados se debe principalmente a dos factores. El primer factor es que al iniciar la extracción en el experimento 1, no se considera la cantidad de energía cinética dentro del sistema, lo que provocó un colapso del bloque, deteniendo el flujo temporalmente y reduciendo la altura de IMZ. El segundo factor es la falta de uso de los parametros de calibración debido a los altos tiempos de simulación, en los cuales se reduce el Módulo de Young de 10 [MPa] a 1 [MPa], cambiando así el valor del ángulo de fricción interna a uno diferente al valor calibrado. En base a lo anterior, se concluye que el ángulo de fricción interna es un parámetro fundamental para la calibración del material **[22, 24, 36, 37]**, ya que afecta la geometría de la zona de flujo.

Mientras que para el experimento 2, se presenta una tendencia de disminución del volumen a medida que la extracción continua, esto es tanto para el caso de tiraje aislado como uniforme (Block Caving). Se tiene que el volumen de los pilares remanentes obtenidos mediante tiraje aislado son de mayor tamaño que los obtenidos por tiraje uniforme (Block Caving) siendo la relación entre el pilar remanente sobre el Crownpillar de 1:1.46, mientras que para el pilar remanente dentro de la zanja se tiene una relación de 1:2.41. Esto se debe principalmente a que el ángulo de flujo en tiraje aislado es más agudo lo cual genera una pila de material mayor comparado

con el ángulo de flujo obtenido mediante tiraje uniforme (Block Caving). Además, se debe considerar que, al utilizar una geometría simplificada del crownpillar, los resultados obtenidos respecto al pilar remanente serían menores si se utilizara una geometría más representativa del crownpillar.

Como conclusión general de las simulaciones del flujo gravitacional en minería de Block Caving mediante métodos de elementos discretos (DEM), se observa que estas están limitadas por el hardware utilizado, la cantidad de partículas, el movimiento de las palas para realizar la extracción y la cantidad de palas, sistemas de descuelgue, fragmentación (Módulo de Young alto), los modelos de fuerza empleados para el cálculo de esfuerzos y la forma de partícula. Estos factores aumentan tanto el tiempo de simulación como el peso de la simulación. Sin embargo, DEM sigue siendo una herramienta valiosa para la minería dado que permite analizar distintas situaciones como flujo gravitacional a alturas de 100 [m] **[22]**, el flujo de material en una batea y cuantificar las colgaduras **[26]**, replicar un estallido de finos en un punto de extracción a escala mina **[25]**, analizar el flujo de material en un pique de traspaso y cuantificar la segregación de material en un stockpile **[33]**

5.1 Recomendaciones para trabajo futuro

Para realizar trabajos de flujo gravitacional mediante DEM y simular un tipo de roca específica, es necesario realizar la calibración mostrada en el presente trabajo, debido a que el comportamiento mecánico de las partículas varía según los parametros de interacción utilizados, siendo el parámetro más importante de calibrar el ángulo de fricción interna mediante el ensayo de caja de corte. Debido al aumento de tiempo de simulación al aumentar el módulo de Young es óptimo realizar la calibración del material con módulos de Young bajos esto principalmente se puede lograr aumentando a la cantidad de partículas dentro de la caja o disminuyendo el peso de la placa. Pero las medidas anteriores no son posibles para granulometrías con d_{100} de 9.5 [mm] debido a que la gran de partículas necesarias para realizar la calibración genera tiempos de simulación de hasta 6 días para ensayos de caja de corte.

Para un trabajo futuro se recomienda realizar simulaciones del modelo utilizado en este trabajo basándose en los parámetros de interacción calibrado con el modelo completo sin reducir, si se tiene acceso a un computador más potente al utilizado para las simulaciones en este trabajo. Además, si es posible realizar simulaciones con los modelos de fuerzas disponibles en el software Rocky DEM con el objetivo de estudiar más a fondo los esfuerzos inducidos durante el flujo. Y realizar una comparación del pilar remanente utilizando una geometría representativa del crownpillar.

A pesar de los resultados obtenidos mediante DEM para el estudio de altura columnas altas, DEM sigue siendo una herramienta importante para el análisis de flujo gravitacional en minería de hundimiento. Por lo tanto, para trabajos futuros, se recomienda continuar con estudios a altura de columna de 100 [m] o menos, con el objetivo de analizar distintos parametros como el factor de forma, mediante partículas con forma de poliedro. Otra recomendación es realizar un estudio mediante DEM para determinar parametros que afecten colgaduras en función del diseño de las bateas de extracción, así como simulaciones de flujo de material en piques de traspaso.

Referencias

[1] Brown, E. Block caving geomechanics. 2a ed. Australia, Julius Kruttschnitt Minerals Research Centre, the University of Queensland: Brisbane, 2007. 696 p

[2] Jaeger, H. M., Nagel, S. R., & Behringer, R. P. (1996). "Granular solids, liquids, and gases". Reviews of modern physics, 68(4), 1259.

[3] Cundall, P., Strack, O."A discrete numerical model for granular assemblies". Geotechnique, 29 (1): 47-65, 1979.

[4] Castro, R. "Study of the mechanisms of gravity flow for block caving". (Doctoral thesis). Brisbane, Australia: University of Queensland, 2006. 316 p

[5] G. Flores, «Future challenges and why cave mining must change,» 3rd international symposium on block and sublevel caving, pp. 23-52, 2014.

[6] Laubscher, D. "Cave mining-the state of the art". The South African Institute of Mining and Metallurgy, 94 (10): 279-293, octubre 1994.

[7] H. Hamrim, Underground mining methods and applications,» de Underground Mining Method, In: Hutrulid, W.A and bullock,R.L, 2001, pp. 3-14.

[8] Kvapil, R. "Gravity flow of granular material in hoppers and bins Part 2". Int J Rock Mech Min Sci 2, pp 277–304, febrero, 1965.

[9] Kvapil, R. "Gravity flow in sublevel and panel caving - a common sense approach".: Luleå University of Technology Press, Sweden 2008.

[10] Laubscher, D. (2000). A practical manual on Block Caving. Australia: Prepared for International Block Caving Study (ICS). Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre and Itasca Consulting Group, Inc. The University of Queensland.

[11] Castro, R., Trueman, R., & Halim, A. (2007). "A study of isolated draw zones in block caving mines by means of a large 3D physical model". International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 44(6), 860-870.

[12] Manca, L & Flores G, 2013, 'Modern planning practices for cave mining', MinePlanning 2013: Proceedings of the 3rd International Seminar on Mine Planning, GECAMIN, Santiago, Chapter 3.

[13] Vergara, Y. (2014). Altura de columna en Block/Panel Caving. Santiago de Chile: Memoria para optar al título de Ingeniera Civil de Minas. Universidad de Chile.

[14] Pesce, J., & Ovalle, A. (2004). Production capacity of a mass caving. In Proceedings Fourth International Conference & Exhibition on Mass Mining (pp. 75-78).

[15] Carreño, N. (2023). "MODELAMIENTO FÍSICO DE COLUMNAS DE EXTRACCIÓN ALTAS Y GRANULOMETRÍA MIXTA PARA LA EVALUACIÓN DE MAYORES ESPACIAMIENTOS EN MINERÍA DE BLOCK CAVING". Santiago (Chile). Universidad de Santiago.

[16] Flores, G., Karzulovic, A., and Brown, E. (2004). Current practices and trends in cave mining. MassMin 2004, Santiago, Chile, 22-25 August 2004. Chile, South America: Mineria Chilena.

[17] Chitombo GP. Cave mining: 16 years after Laubscher's 1994 paper 'Cave mining – state of the art'. Mining Technology. 2010;119(3):132-141. doi:10.1179/174328610X12820409992255.

[18] Cuello, D., & Newcombe, G. (2018, October). Key geotechnical knowledge and practical mine planning guidelines in deep, high-stress, hard rock conditions for block and panel cave mining. In Caving 2018: Proceedings of the Fourth International Symposium on Block and Sublevel Caving (pp. 17-36). Australian Centre for Geomechanics.

[19] Paredes, P. (2022). Evaluation of the effect of wider-spaced layouts in recovery for high column block caves. Proceedings of the Caving.

[20] Ovalle, A. W. (2012). Mass caving maximum production capacity. In Proceedings of the 6th International Conference and Exhibition of Mass Mining, Sudbury, ON.

[21] Bullock, R., & Hastrulid, W. (2001). Planning the Undergroung Mine on the Basis of Mining Method. Underground Mining Methods: Engineering Fundamentals and International Case Studies.

[22] Hancock, W. (2013)." Gravity flow of rock in caving mines: Numerical modelling of isolated, interactive and non-ideal draw". Queensland (Australia). The University of Queensland

[23] Pierce, M., Cundall, P., van Hout, G., Lorig, L., 2003. "Pfc3d modeling of caved rock under draw".

[24] Handcok W. (2008). "3D Simulations of Block Caving Flow Using ESyS-Particule". Queensland (Australia). University of Queensland.

[25] Valdés, C. (2023). “Modelamiento numérico de bombeo de finos para aplicaciones en minería de Block Caving”. Santiago (Chile). Universidad de Chile

[26] Castro, R., Cid, P., Gómez, R., & Weatherley, D. (2023). “The influence of drawbell geometry on hang-ups during ore extraction”. Mining, Metallurgy & Exploration, 40(3), 787-792.

[27] Wang, Y., Mora, P. “The ESyS_Particle: A New 3-D Discrete Element Model with Single Particle”. Earth Sciences, 119: 183-228, 2009.

[28] Walton, O. R. and Braun, R. L. (1986). Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. Journal of Rheology, 30:948–980. (33)

[29] ESSS. (2018). DEM Technical Manual 4.2. (34)

[30] Oscar, J. (2020). “Modelación Numérica de la fragmentación secundaria en minería de caving a través de DEM”. Concepción (Chile). Universidad de Concepción.

[31] Huang, Y., Yang, S., Tian, W., & Wu, S. (2022). Experimental and DEM study on failure behavior and stress distribution of flawed sandstone specimens under uniaxial compression. *Theoretical And Applied Fracture Mechanics*, *118*, 103266. https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2022.103266.

[32] Jin, A., Sun, H., Ma, G., Gao, Y., Wu, S., & Meng, X. (2016). “A study on the draw laws of caved ore and rock using the discrete element method”. Computers and Geotechnics, 80, 59-70. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0266352X16301525.

[33] Gómez, R., Skrzypkowski, K., Moncada, M., Castro, R., & Lazo, R. (2022). Segregation Modeling in Stockpile Using Discrete Element Method. *Applied Sciences*, *12*(23), 12449. https://doi.org/10.3390/app122312449.

[34] Moncada, M., Toledo, P., Betancourt, F., & Rodríguez, C. G. (2021). Torque Analysis of a Gyratory Crusher with the Discrete Element Method. *Minerals*, *11*(8), 878. https://doi.org/10.3390/min11080878.

[35] Pierce, M. E.” PFC3D Modeling of Inter-Particle Percolation in Caved Rock Under Draw, ‖ in Numerical Modeling in Micromechanics Via Particle Methods” — 2004 (Proceedings of the 2nd International PFC Symposium, Kyoto, Japan, October 2004), pp. 149-156. Y. Shimizu et al., Eds. Leiden: Balkema, 2004.

[36] Handcock W. (2008). “Modeling the Gravity Flow of rock using the Discrete Element Method”. Queensland (Australia). University of Queensland.

[37] Pierce, M. A model for gravity flow of fragmented rock in block caving mines. (Doctoral thesis). Brisbane: University of Queensland, 2009. 317 p.

[38] Hashim, M. H. M. (2011). *Particle percolation in block caving mines* (Doctoral dissertation, University of New South Wales). https://doi.org/10.26190/unsworks/15116

[39] Song, Z., Wei, W., & Zhang, J. (2018). Numerical investigation of effect of particle shape on isolated extracted zone (IEZ) in block caving. Arabian Journal of Geosciences, 11(12), 310.

[40] Cid, P. (2019). "Simulación de flujo granular en batea de extracción a través de elementos discretos". Concepción (Chile). Universidad de Concepción.

[41] Canales Hernández, J. (2016). Análisis experimental de esfuerzos inducidos por flujo gravitacional en minería de Block/Panel Caving. Disponible en https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/138558

[42] ASTM D3080-72; Direct Shear Test of Soils under Consolidated Drained Conditions. ASTM International: West Conshohocken, PA, USA, 1972.

[43] Nedderman, RM. 1995. The use of the kinematic model to predict the development of the

stagnant zone boundary in the batch discharge of a bunker', Chemical Engineering Science, vol.

50, pp. 959-965.

[44] Lorig, L. J., & Cundall, P. A. (2000). A rapid gravity flow simulator. *Final Report, International Caving Study*.

[45] Marano, G 1980, The interaction between adjacent draw points in free-flowing materials and it application to mining ', Chamber of Mines Journal, vol. 22, pp. 25-32.

[46] Ferjani, M, 2003, _An investigation of the plug/funnel-flow model ', MS thesis, University of Minnesota.

[47] Watson, GR 1993, Flow patterns in flat bottomed silos', PhD thesis, University of Edinburgh.

[48] Irribarra Cadenas, S. E. (2014). Estudio experimental de migración de finos en minería de caving [Informe final de memoria de título]. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería de Minas.

ANEXO

Anexo A

En base a la calibración de partículas con forma de poliedro inicialmente se realizan simulaciones con 581,367 con un tiempo de simulación estimado de 2 días aproximadamente. La forma del poliedro es en base al material obtenido en Chuquicamata subterránea con una relación de aspecto de 0.5:2.23 **[48]** y se considera que la partícula posee 10 caras. En la figura 13 se tiene la forma de la partícula.

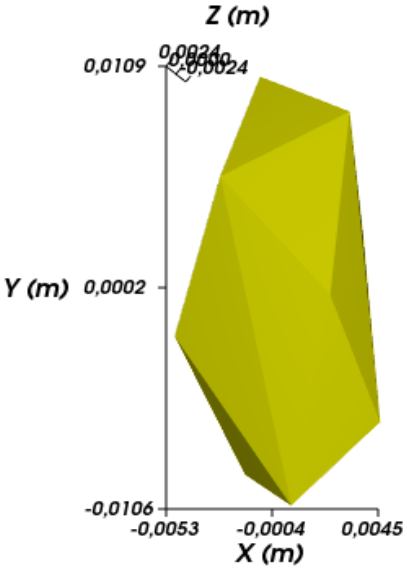

Figura 35. Partícula con forma de poliedro.

Dado el alto tiempo de simulación se realiza una modificación del ensayo de reposo mediante un "Dominio Cilíndrico" de esta forma el ensayo se divide en cuatro cuadrantes, en donde Rocky realiza simulaciones en un solo cuadrante y asume que en los otros tres cuadrantes se obtienen los mismos resultados. Para determinar el posible error de esta modificación se realiza una simulación de prueba con esferas con uno de los parametros utilizado para la calibración (Tabla 3) en donde se obtiene un valor de 28.9° mientras que con el modelo completo se obtiene un valor de 28.7°. En la figura 14 se muestra una simulación del nuevo ensayo.

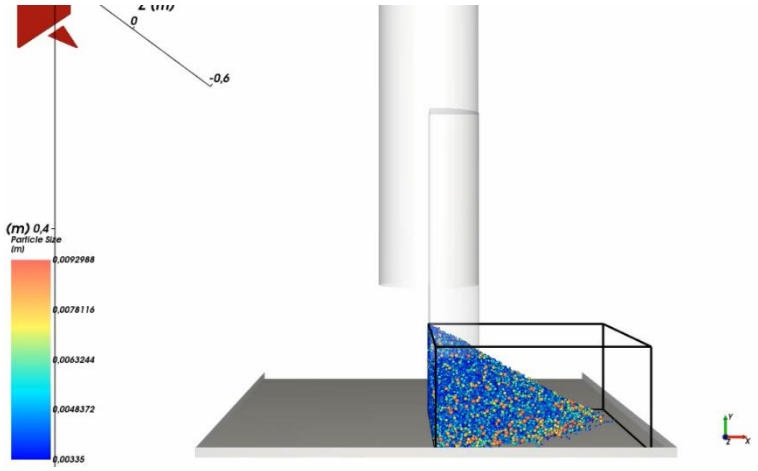

Figura 36. Simulación ensayo de reposo modificado 6 [s]. Vista Frontal

Dado que el error es mínimo se realizan ensayos de reposo con partículas con forma de poliedro simulando 156,351 obteniendo un tiempo de simulación de 4 horas aproximadamente. Se realizan 4 simulación, a esta simulación se le agrego un tiempo extra de espera de 2 segundos luego del llenado debido a la rotación extra de las partículas dentro del cilindro. En la tabla 9 se observan los parametros utilizados y sus resultados.

Tabla 9. Parámetros de calibración partículas con forma de poliedro.

Parámetros	Valor				
Rolling resistance	0.8	0.9	0.9	0.9	0.5
Módulo de Young P [MPa]	1	1	1	1	1
Static Friction P-P	0.7	0.8	0.9	0.8	0.8
Dynamic Friction P-P	0.5	0.5	0.5	0.7	0.6
Tangential Stiffness P-P	1	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-P	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Static Friction P-B	0.53	0.53	0.53	0.53	0.8
Dynamic Friction P-B	0.36	0.36	0.36	0.36	0.9
Tangential Stiffness P-B	1	1	1	1	1
Restitution Coefficent P-B	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
Simulaciones					
Ángulo de reposo [°]	**23.5**	**24.2**	**24.6**	**17.1**	**29.7**

Se observa que al utilizar la misma fricción pared-partícula usada para partículas esféricas se tiene que las partículas con forma de poliedro se deslizaban sobre la placa, para eso evitar eso se aumenta la fricción partícula-pared obteniendo un valor 29.7° lo que equivale a un error de 1.33% aproximadamente. Se considera calibrado el ángulo de reposo para partículas con forma de poliedro en la figura 15 se observa en ensayo final.

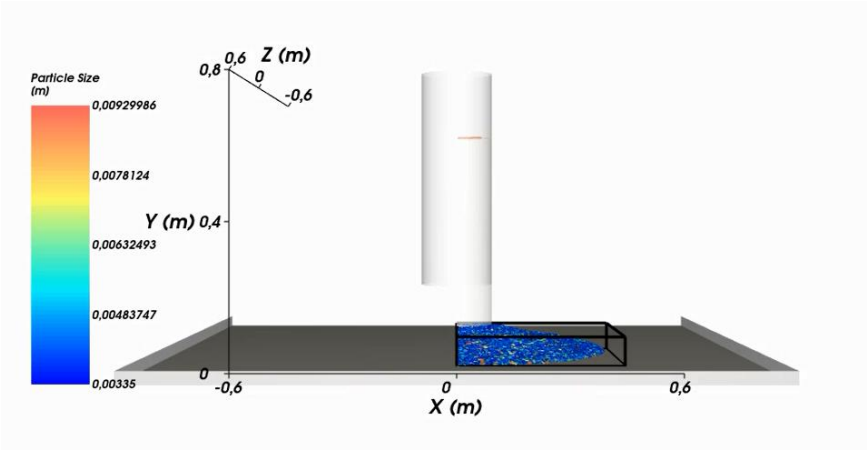

Figura 37. Simulación ensayo de reposo poliedro 8 [s]. Vista Frontal.

Anexo B

Criterio de rotura lineal de Mohr-Coulomb

El criterio de rotura lineal de Mohr-Coulomb fue introducido por primera vez en 1773, donde inicialmente fue pensado para el estudio de suelos, pero en la actualidad es un criterio de rotura línea dado que la ecuación que define la superficie de influencia es una ecuación lineal.

El criterio se define en función del esfuerzo tangencial o corte y esfuerzo normal en un plano. En este caso la superficie de influencia es de la forma $\tau = f(\sigma)$. La expresión matemática de la ecuación de Mohr-Coulomb es:

$$\tau = c + \sigma_n \tan(\phi) \quad (10)$$

Donde:

- c es la cohesión del material, una constante que presenta la tensión cortante que puede ser resistida sin que haya ninguna tensión aplicada.
- ϕ es el ángulo de fricción.
- τ es el esfuerzo tangencial que actual sobre el plano de rotura.
- σ_n es el esfuerzo normal que actúa en el plano de rotura.

Resultados de las simulaciones realizadas con los parametros mencionados en la tabla 6 se pueden observar en la tabla 10.

Tabla 10. Resultados de esfuerzo de corte vs normal del ensayo caja de corte

Orden parámetros	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ensayo 1: 100 [kg]									
Esfuerzo de Corte [kPa]	24.45	19.13	15.33	20.03	14.42	13.47	13.01	13.51	13.48
Esfuerzo Normal [kPa]	15.32	15.51	15.47	15.44	15.47	15.23	15.47	15.23	15.70
Ensayo 2: 80 [kg]									
Esfuerzo de Corte [kPa]	20.57	14.01	12.69	17.27	11.41	10.95	10.52	10.82	10.83
Esfuerzo Normal [kPa]	12.26	12.41	12.37	12.36	12.41	12.16	12.37	12.18	12.56
Ensayo 3: 60 [kg]									
Esfuerzo de Corte [kPa]	16.61	13.28	9.31	12.05	8.87	8.21	8.14	8.32	8.27
Esfuerzo Normal [kPa]	9.19	9.28	9.31	9.31	9.31	9.14	9.14	9.14	9.42

En la figura 38 se tiene el grafico de esfuerzo de corte vs normal según el criterio de Morh-Coulomb utilizado para calcular el ángulo de fricción interna calibrado.

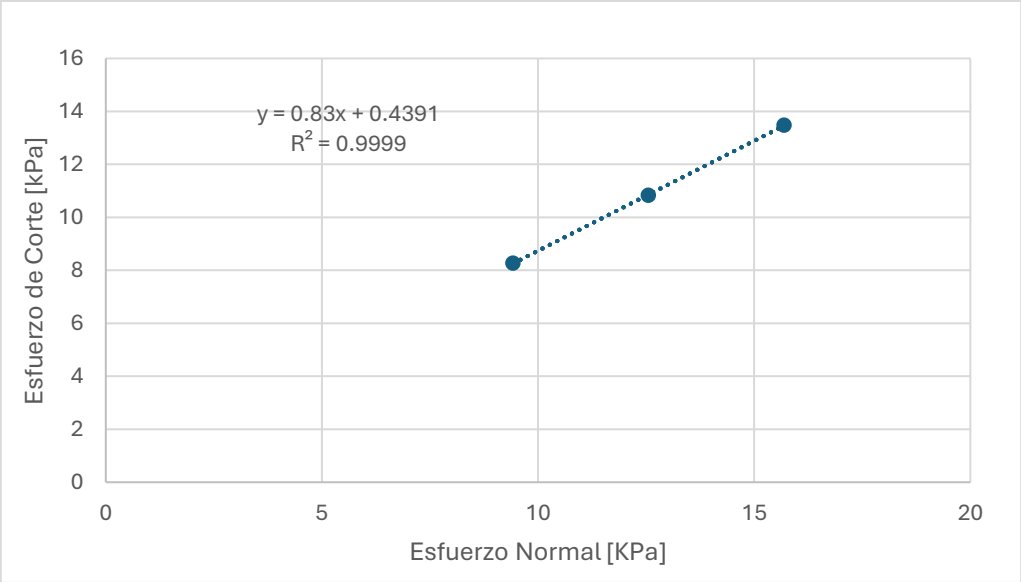

Figura 38. Gráfico de Esfuerzo de Corte vs Normal

Anexo C

En base a las simulaciones preliminares realizadas mediante Rocky DEM con el objetivo de determinar la altura de columna posible a estudiar se calcularon los esfuerzos verticales estáticos a diferentes alturas de columnas obteniendo la siguiente tabla.

Tabla 11. Resultados Simulaciones preliminares

Altura de Columna [m]	**Tiempo [días]**	**Cantidad de Partículas**	**Esfuerzos verticales estáticos [kPa]**
400	496	7,696,746	19.85
300	85	4,764,398	17.65
200	36.5	2,922,938	9.21
150	26.79	2,382,563	6.82
100	13.7	1,587,910	4.42
50	6.5	811,928	2.64

En donde los parametros de interacción de material utilizados para la simulación se encuentran en la tabla 12.

Tabla 12. Resultados Simulaciones preliminares

Rolling resistance	0.3
Módulo de Young P [MPa]	1
Static Friction P-P	0.85
Dynamic Friction P-P	0.5
Tangential Stiffness P-P	1
Restitution Coefficent P-P	0.3
Static Friction P-B	0.53
Dynamic Friction P-B	0.36
Tangential Stiffness P-B	1
Restitution Coefficent P-B	0.3

Luego, estos resultados de esfuerzos verticales estáticos se comparan con los obtenidos mediante la ecuación de Janssen, según los parámetros que aparecen en la tabla 13 sabiendo que el ángulo de fricción interna es de 43°, y la fricción entre el material y la pared es de 0.32.

$$\sigma_z = \frac{Rh*\rho_g*g}{\mu*k}\left(1 - exp^{\frac{-k*\mu*z}{Rh}}\right) \quad (11)$$

Donde:

- σ_z es el esfuerzo vertical estático [Pa]
- Rh es el radio hidráulico [m].
- ρ_g es la densidad aparente [kg/m^3].
- g es la gravedad en [m/s^2].
- z es la altura de la pila de material [m].
- u es una constante igual a $\tan(\emptyset_w)$ siendo $\emptyset_w$ el ángulo de fricción entre la pared y el material granular.
- k es una constante igual a $1 - \sin(\emptyset)$ siendo $\emptyset$ el ángulo de fricción interna del material.

Tabla 13. Datos utilizados para la ecuación de Janssen

Ecuación de Janssen	
Parámetros	Datos
Radio Hidráulico [m]	0.0846
Densidad aparente [t/m^3]	1.78
Gravedad [m/s^2]	9.81
u	0.36
k	0.32

Según los datos anteriores se calcular los esfuerzos verticales estáticos a diferentes alturas, estos resultados se pueden apreciar en la figura 39.

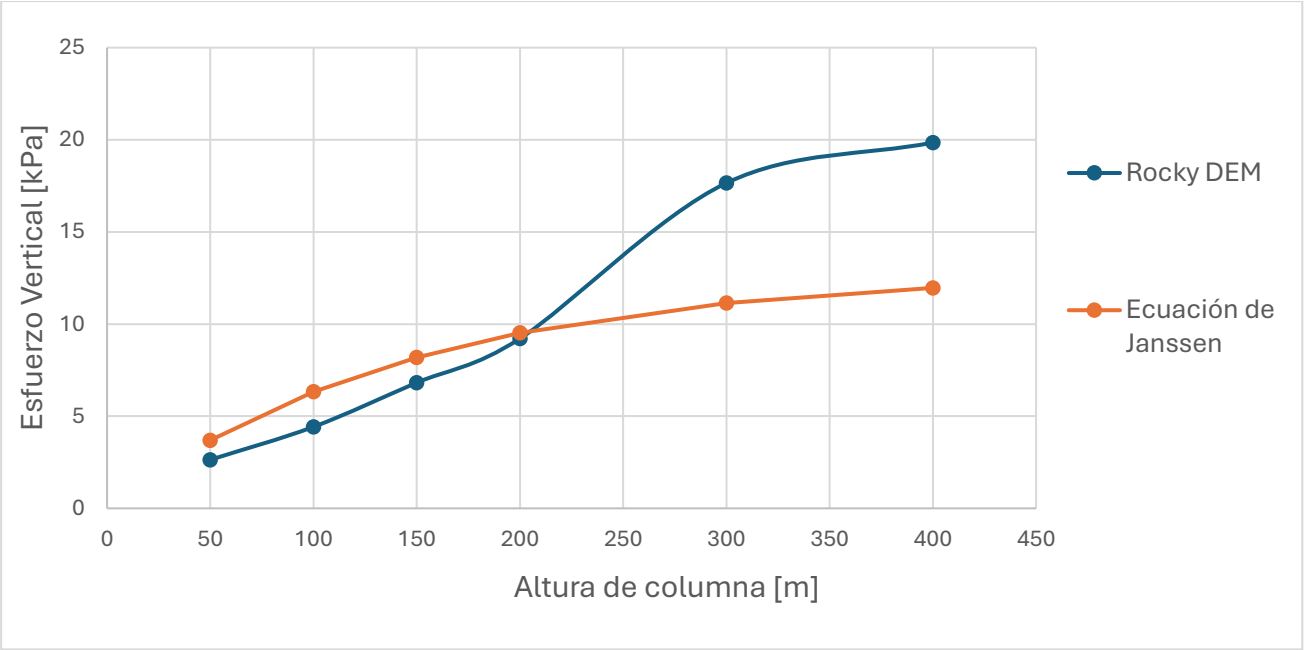

Figura 39. Gráfico de Esfuerzo vertical vs Altura de columna.

En la figura anterior se puede apreciar que el esfuerzo calculado en Rocky DEM es mayor al determinado mediante la ecuación del Janssen, esto se debe principalmente a que cuando uno ingresa el material en Rocky lo hace a distintas alturas para cada simulación, esto reorganiza el material dentro del modelo de forma distinta para cada simulación dando como resultado una diferente compactación para cada simulación, lo que a su vez da distintos valores de k.

Anexo D

Experimento 1.

En la tabla 14 se puede observar la masa extraída acumulada en función de la cantidad de la cantidad de ciclos realizados por la pala.

Tabla 14. Masa extraída del punto 14 – Experimento 1

Extracción punto 14	
Ciclos	Masa extraída acumulada [kg]
12	0.08
24	0.20
36	0.32
48	0.42
60	0.52
72	0.64
84	0.75
96	0.84
108	0.95
120	1.04

132	1.16
144	1.28
156	1.38
168	1.48
180	1.57
192	1.68
204	1.81
216	1.95
228	2.09
236	2.19

Se tienen los videos obtenidos del Experimento 1, en donde se representa a distintas vistas y mediante distintas leyendas.

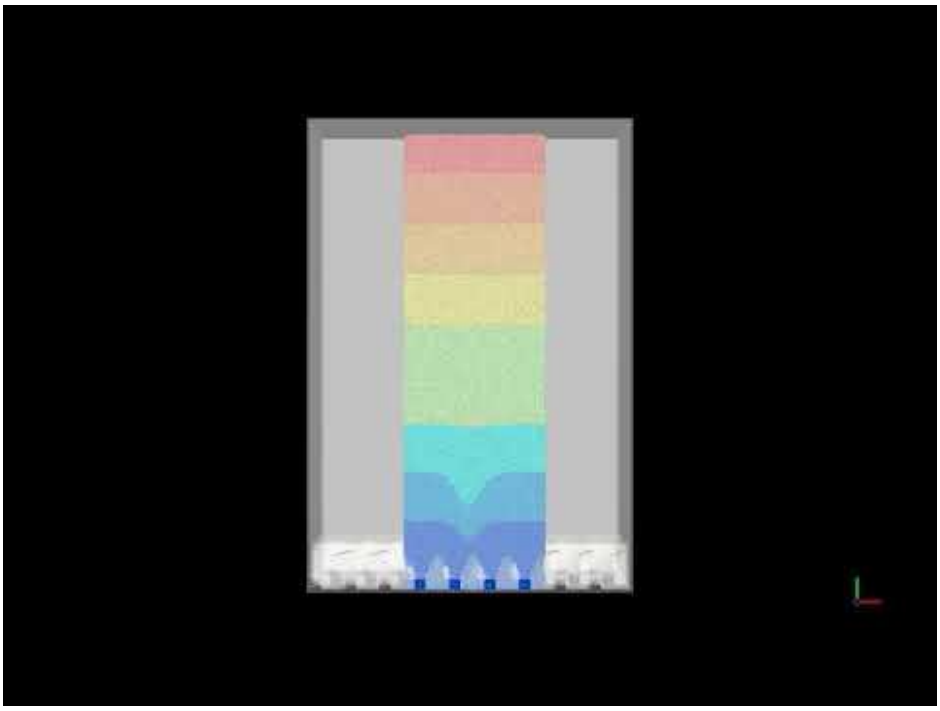

Figura 40. Video “tagging”, Vista Frontal – Experimento 1

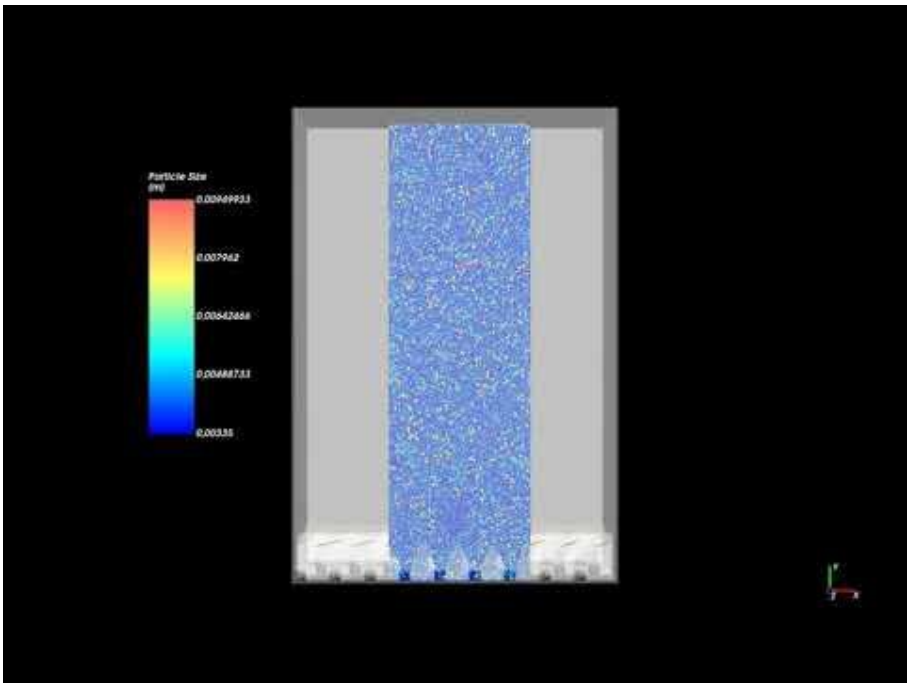

Figura 41. Video “Tamaño de particulas”, Vista Frontal – Experimento 1

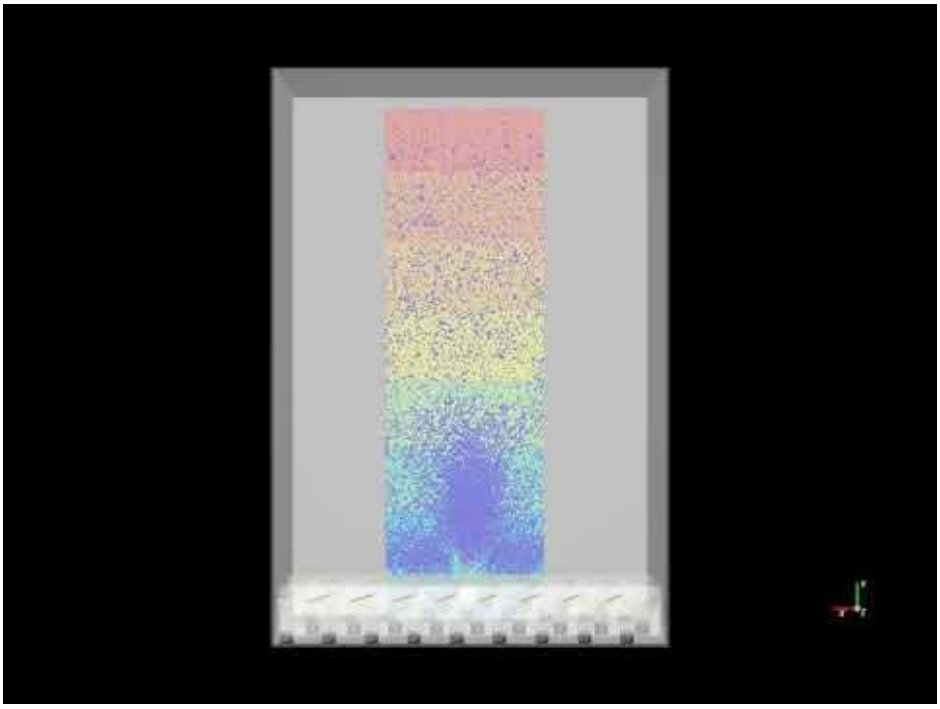

Figura 42. Video “Tagging”, Corte en Z – Experimento 1

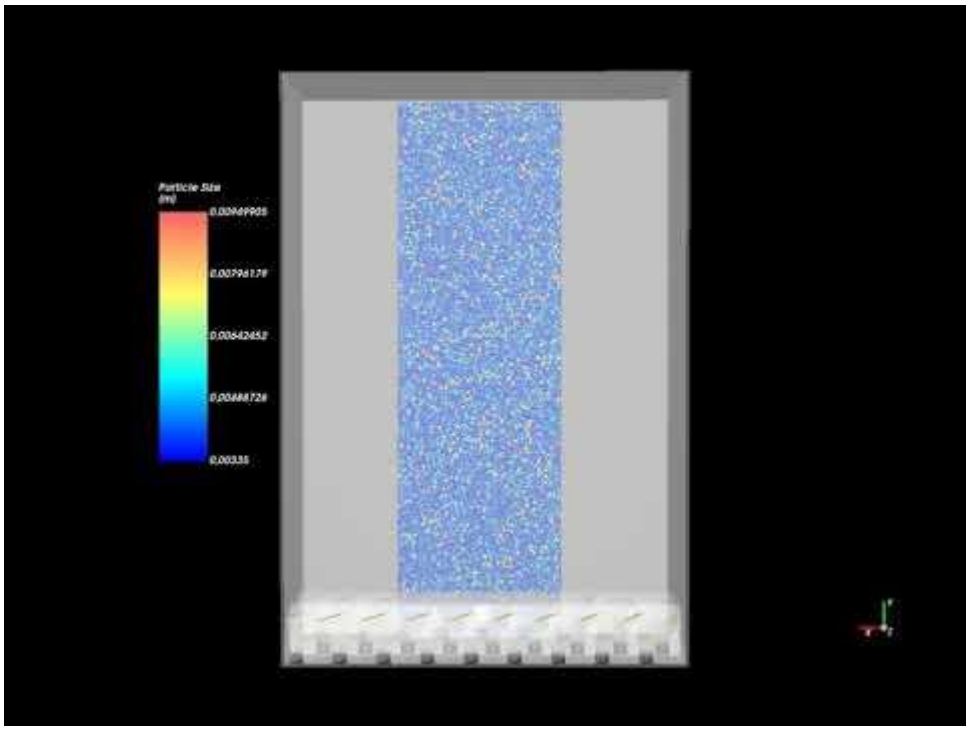

Figura 43. Video “Tamaño de Partículas”, Corte en Z – Experimento 1

Experimento 2.

En la tabla 15 se puede observar la masa extraída por los puntos y los ciclos realizados por la pala.

Tabla 15. Masa extraída acumulada por puntos – Experimento 2

Masa extraída acumulada por punto [kg]														
Ciclos	4	5	6	7	13	14	15	22	23	24	25	31	32	33
20	0.14	0.16	0.18	0.34	0.28	0.13	0.22	0.12	0.14	0.12	0.12	0.15	0.16	0.19
40	0.43	0.42	0.46	0.87	0.68	0.27	0.54	0.28	0.33	0.29	0.32	0.39	0.44	0.40
60	0.73	0.63	0.78	1.40	1.06	0.40	0.87	0.45	0.54	0.46	0.53	0.65	0.71	0.67
80	1.03	0.87	1.05	1.98	1.48	0.55	1.23	0.66	0.76	0.64	0.73	0.92	0.96	0.99
100	1.32	1.15	1.34	2.55	1.90	0.70	1.59	0.90	1.02	0.85	0.93	1.18	1.25	1.28
120	1.63	1.43	1.63	3.10	2.29	0.86	1.99	1.12	1.26	1.04	1.12	1.44	1.58	1.56
140	1.94	1.71	1.93	3.69	2.70	1.04	2.39	1.37	1.49	1.24	1.30	1.70	1.89	1.81
160	2.21	1.99	2.26	4.17	3.10	1.26	2.80	1.65	1.75	1.48	1.55	1.97	2.20	2.13

180	2.50	2.27	2.58	4.69	3.52	1.45	3.20	1.91	2.00	1.71	1.79	2.25	2.52	2.34
200	2.75	2.58	2.86	5.49	3.94	1.66	3.53	2.16	2.21	1.96	2.07	2.53	2.86	2.65
220	3.01	2.84	3.15	6.29	4.36	1.84	3.92	2.41	2.45	2.17	2.37	2.84	3.18	2.95
240	3.29	3.14	3.44	7.06	4.77	2.04	4.35	2.65	2.67	2.46	2.74	3.14	3.53	3.28
260	3.63	3.45	3.72	7.90	5.20	2.25	4.72	2.88	2.92	2.74	3.11	3.42	3.88	3.65
278	3.84	3.68	3.94	8.56	5.59	2.40	5.07	3.13	3.16	2.99	3.48	3.65	4.20	3.99

En siguiente figura “” se puede apreciar con más detalle el tiempo real de la simulación en función del tiempo simulado en Rocky DEM.

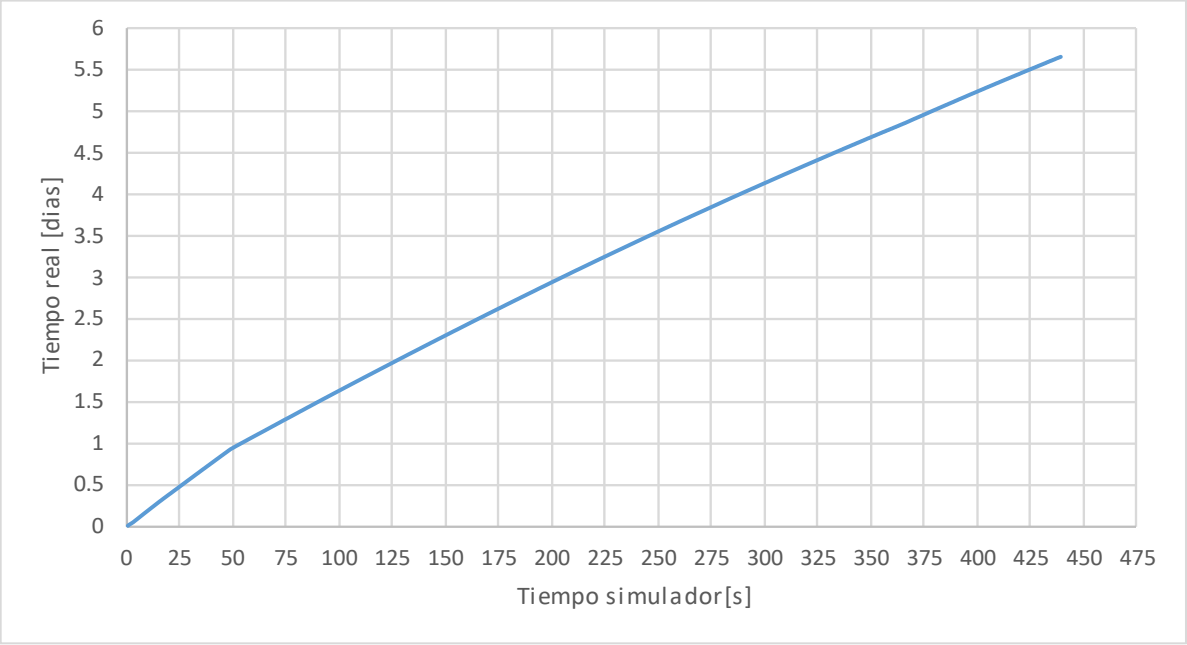

Figura 44. Gráfico de Tiempo real vs Tiempo simulador – Experimento 2

Además, se tienen distintos videos en base a distintas vistas como leyendas similares a las mencionadas con anterioridad obtenidas de los resultados del experimento 2.

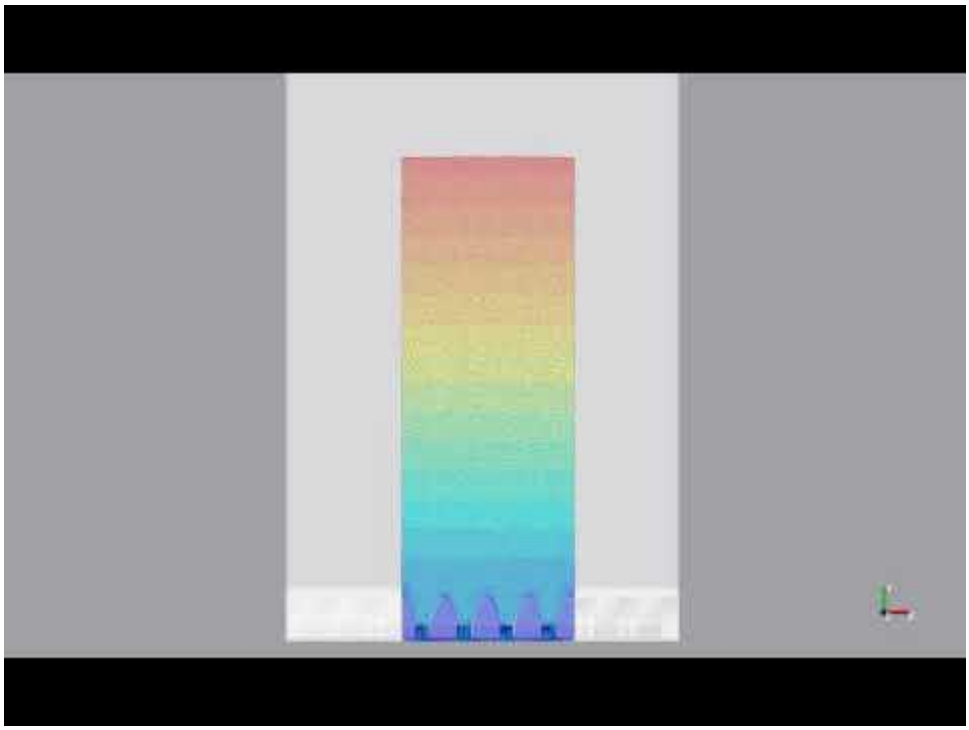

Figura 45. Video”Tagging”, Vista frontal – Experimento 2

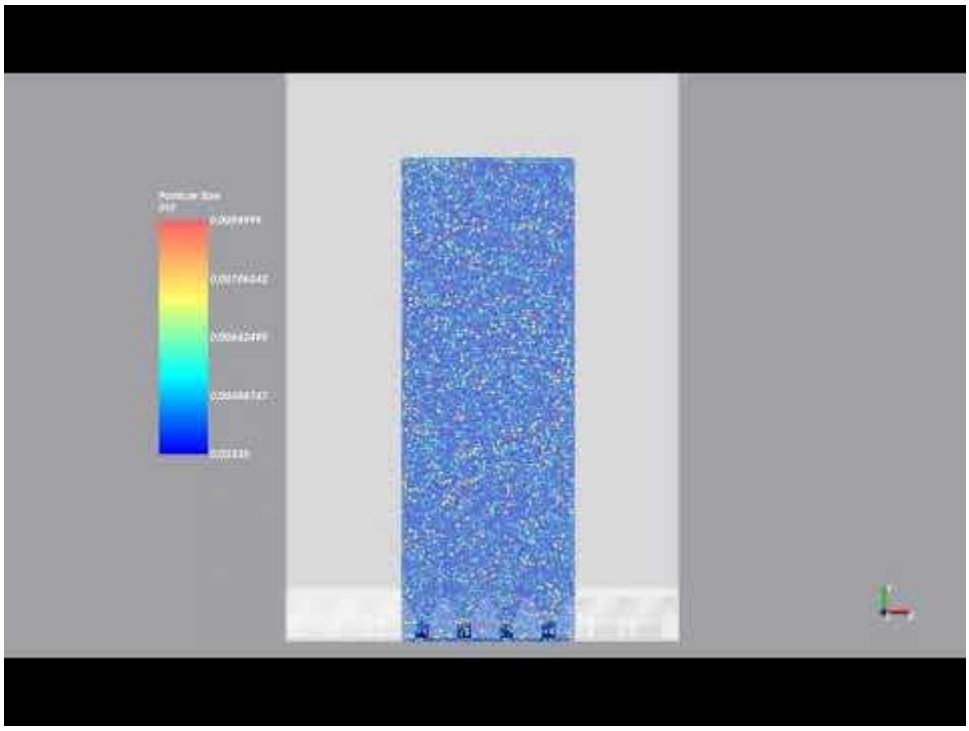

Figura 46. Video”Tamaño de particulas”, Vista frontal – Experimento 2

Figura 47. Video"Tagging", Corte en Z – Experimento 2

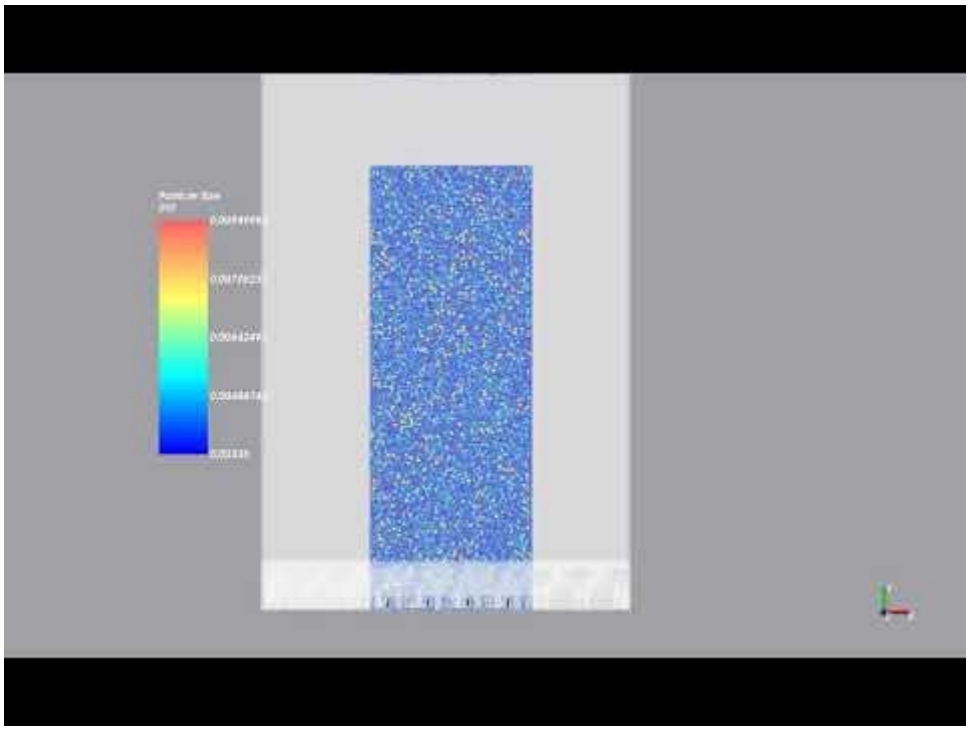

Figura 48. Video"Tamaño de particulas", Corte en Z – Experimento 2

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN - FACULTAD DE INGENIERÍA
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
Hoja Resumen Memoria de Título

<table>
<tr><td colspan="3">Título: Evaluación de la técnica DEM para estudio de columnas altas en minería de Block Caving</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nombre Memorista: Bryan Castro Gallardo</td></tr>
<tr><td>Modalidad</td><td>Investigación</td><td rowspan="4">Profesor (es) Patrocinante (s)

Prof. René Gómez P.</td></tr>
<tr><td>Concepto</td><td>EXCELENTE</td></tr>
<tr><td>Calificación</td><td>6.9</td></tr>
<tr><td>Fecha</td><td>25.12.2024</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">
Prof. Ramón Díaz N.</td><td>Ingeniero Supervisor:
Institución:</td></tr>
<tr><td colspan="3">Comisión (Nombre y Firma)</td></tr>
<tr><td colspan="2">
Prof. Manuel Moncada</td><td>Prof. Raúl Castro</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td></td></tr>
</table>

Resumen:

Las operaciones de Block Caving se están volviendo más desafiantes a medida que la minería se lleva a cabo a mayores profundidades, en rocas más competentes y con requerimientos de producción más elevados. Dado esto existe la tendencia de aumentar la altura de columna para este tipo de operaciones, tendencia que presenta ventajas como la reducción de los costos de preparación minera y desventajas como altos esfuerzos por sobrecarga**.** Este aumento en la altura de columna tiene un efecto en el flujo de material granular, por lo tanto, es necesario estudiar el comportamiento del flujo gravitacional a altura de columnas altas (<500 [m]). Siendo los métodos de elementos discretos (DEM) una herramienta importante para el estudio de flujo gravitacional dado que permite un análisis en detalle de las micro y macro interacciones entre partículas.

Para realizar el estudio de flujo gravitacional en altura de columnas altas (<500 [m]) mediante DEM, se lleva a cabo un plan experimental. Esto se realizará mediante un modelo numérico basado en un modelo físico de escala 1:200 mediante el software Ansys Rocky. El plan experimental considera experimentos de tiraje aislado y tiraje múltiple con una granulometría utilizada en el modelo físico. El experimento de tiraje aislado consiste en cuantificar la geometría de flujo, mientras que el de tiraje uniforme se busca cuantificar la geometría de pilar remanente.

Para realizar los experimentos, primero se calibra el modelo numérico. Para ello, se calibra el material utilizado en el modelo físico mediante ensayos de caja de corte y ángulo de reposo con el software Rocky DEM. Una vez realizada la calibración del material, se lleva a cabo los experimentos de tiraje aislado y múltiple.

Se realizaron simulaciones con altura de columna de 200 [m], tanto para los experimentos de tiraje aislado y tiraje múltiple uniforme. En el tiraje aislado, la calibración no fue exitosa debido a la alta energía cinética inicial y que no se logró utilizar los parametros de calibración debido a los altos tiempos de simulación. En el experimento de tiraje múltiple, al aumentar la masa extraída, el pilar remanente disminuye gradualmente. Comparando ambos métodos de extracción, el tiraje aislado genera un pilar remanente mayor.

Se concluyó que no es posible realizar un estudio de altura de columnas altas, siendo la altura máxima posible para estudiar de 200 [m]. En el experimento de tiraje aislado dado que no se logra la calibración debido a alta energía cinética y tiempos de simulación, esto da a conocer la importancia del ángulo de fricción interna para la calibración. Para el experimento tiraje múltiple el tamaño del pilar remanente por tiraje aislado es mayor debido a que su ángulo de flujo es más agudo.