



UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

EVOLUCIÓN DE LA POLARIZACIÓN POLÍTICA CON MODELO DE DÍNAMICA DE OPINIÓN.

Chile Y Estados Unidos como casos de estudio.

Por: Vicente Simón Cárdenas Poza

Tesis presentada a la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la
Universidad de Concepción para optar al Título de Físico.

Octubre 2025

Concepción, Chile

Profesor Guía: Dr. Ignacio Ormazábal Inostroza

© 2025, Vicente Cárdenas Poza

Ninguna parte de esta tesis puede reproducirse o transmitirse bajo ninguna forma o por ningún medio o procedimiento, sin permiso por escrito del autor.

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo la cita bibliográfica del documento

A todos los que me soportaron durante la escritura de esta tesis.

AGRADECIMIENTOS

Gracias a mi familia, a mis padres, Hernán Cárdenas y Syntia Poza por apoyarme en mi decisión de estudiar física y el orgullo que transmiten, aun cuando no terminan de entender mi trabajo. A mis hermanos Florencia y Benjamín que al crecer juntos, me ayudaron a navegar por las diferentes etapas vitales. Agradecer también a mi gato Beto, por ser soporte emocional y alegrar mis días.

A todos los miembros del Grupo de Sistemas Complejos, por compartir una forma de ver la física que no te enseñan que existe en los cursos obligatorios de la carrera. Gracias por los diversos debates sobre mi trabajo, que permitió sacarle mayor provecho a esta tesis. Además agradecer por las múltiples jornadas de distensión, que complementan la experiencia académica. En especial agradecer a Nicolás Parra por estar siempre en la oficina y ayudarme a sobrellevar el trabajo con un café y buena conversación.

A todos mis profesores que participaron en mi formación y que de una u otra manera, forjaron la visión física que poseo hoy. Especialmente agradecido con el Dr. Ignacio Ormazábal, por su tiempo y dedicación en guiarme estos últimos años y abrir oportunidades de crecimiento académico y personal.

A mis compañeros de carrera, en las diferentes etapas de formación siempre sentí camaradería y respeto. Además de formar lazos de amistad que espero perduren con el tiempo.

Al café, al cine, a la música, al comer y beber.

A la dirección de Internacionalización de la Universidad de Concepción. Por entregarme la beca de movilidad que me permitió vivir y estudiar en México, lo que revivió mi interés por la física y me permitió conocer excelentes personas.

A mis amigos por permitirme ser parte de sus vidas y compartir momentos de diversión, celebración y relaxo. Y aunque no sea una persona habituada a crear vínculos de amistad fuerte, valoro a cada persona que considere o haya considerado mi amigo.

Finalmente, agradecer especialmente a mi compañera de vida Rocío Bustamante, que me ha entregado infinito amor y apoyo desde antes incluso de empezar mi carrera en física. Ha sido el motor en todos mis esfuerzos y no sería la persona que soy hoy si no fuera por ella. Además agradezco a su familia por su hospitalidad y por aceptarme siempre como pareja de la persona que da sentido a mi existencia.

Índice general

AGRADECIMIENTOS	IV
Índice de tablas	VIII
Índice de figuras	IX
Resumen	X
Abstract	XI
1 Introducción	1
1.1 Motivación	1
1.2 Sistemas Complejos	5
1.3 Sociofísica	7
1.4 Modelos de dinámica opinión	8
1.4.1 Modelos de opinión discreta	8
1.4.2 Modelos de opinión continua	8
2 Hipótesis y objetivos	9
2.1 Hipótesis	9
2.2 Objetivo General	9
2.3 Objetivos Específicos	9
3 Metodología	11
3.1 Datos	11
3.2 Métricas	12
3.3 Red	14
3.4 Modelo	15
3.4.1 Modelo Hegselmann-Krause	15
3.4.2 Modelo modificado	17
3.4.3 Optimización	20
4 Resultados	22
5 Discusión	34
5.1 Análisis de resultados	34
5.2 Limites y extensiones	36

Índice general	VII
6 Conclusión	39
Referencias	41
Apéndices	41
A Material suplementario	41
A1 Centralidad de las redes geográficas.	41
A1.1 Centralidad de grado.	41
A1.2 Centralidad de betweenness.	42
A1.3 Centralidad de eigenvector.	42
A2 Resultados de ajuste de parámetros del modelo.	43
A3 Histogramas resultados electorales	45

Índice de tablas

3.2.1	Ejemplo de escenario menos polarizado	13
3.2.2	Ejemplo de elección más polarizado	14
A2.1	Parámetros de simulación ajustados para EE.UU.	43
A2.2	Parámetros de simulación ajustados para Chile.	43

Índice de ilustraciones

3.1	Esquema construcción de la red	15
3.1	Diagrama Modelo Hegselmann-Krause	16
3.2	Diagrama Modelo Hegselmann-Krause modificado	19
4.1	Red geográfica de Chile continental	23
4.2	Red geográfica de EE.UU	24
4.3	Distribución de grado de redes geográficas	26
4.4	Distribución tamaño de nodos de redes geográficas	27
4.5	Evolución de medianas de margenes de victoria.	28
4.6	Evolución de indice de polarización.	29
4.7	Trayectorias de opiniones en Chile	30
4.8	Trayectorias de opiniones en EE.UU.	31
4.9	Comparación de resultados de polarización.	32
A1.1	Distribución centralidad de grado.	41
A1.2	Distribución centralidad de betweenness.	42
A1.3	Distribución centralidad de eigenvector.	42
A3.1	Histogramas margenes de victoria de EE.UU.	44
A3.2	Histogramas margenes de victoria de Chile.	45

Resumen

La polarización política no es un fenómeno nuevo; sin embargo, las democracias occidentales enfrentan hoy un creciente riesgo ante la expansión de discursos polarizantes que encuentran eco en la ciudadanía. Aunque el estudio de la polarización ha sido tradicionalmente abordado desde la ciencia política, en los últimos años han surgido enfoques desde la física que contribuyen a su comprensión mediante los sistemas complejos.

Esta tesis analiza la evolución de la polarización a través de un modelo de opinión continua aplicado sobre redes geográficas en Chile y Estados Unidos, con el objetivo de describir la dinámica territorial del voto y su relación con los cambios en la polarización a nivel nacional.

Se propone una modificación del modelo de Hegselmann–Krause para representar la interacción entre territorios a partir de datos de elecciones presidenciales. El modelo se ajustó mediante la optimización de la verosimilitud entre las simulaciones y los resultados observados.

Los resultados muestran una alta capacidad descriptiva para el caso estadounidense, destacando el rol de la distribución espacial de los condados en la evolución de los resultados electorales. Estos hallazgos sugieren que la estructura geográfica puede influir significativamente en la dinámica de polarización política.

Keywords – Polarización política, Sistemas Complejos, Modelo basado en agentes, Datos electorales.

Abstract

Political polarization is not a new phenomenon; however, Western democracies are currently facing an increasing risk due to the rise of polarizing discourses that resonate strongly within the population. Although the analysis of polarization has traditionally been approached from political science, recent years have seen the emergence of perspectives from physics that contribute to its understanding through complex systems.

This thesis analyzes the evolution of polarization using a continuous opinion model applied to geographic networks in Chile and the United States, with the aim of describing the territorial dynamics of voting behavior and their relation to changes in national-level polarization.

A modification of the Hegselmann–Krause model is proposed to represent the interaction between territories based on presidential election data. The model was calibrated by maximizing the likelihood between simulated and observed results.

The results show a high descriptive capacity in the U.S. case, highlighting the role of the spatial distribution of counties in the evolution of electoral outcomes. These findings suggest that geographic structure can significantly influence the dynamics of political polarization.

Keywords – Political polarization, Complex Systems, Agent based model, Electoral Data.

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

La polarización se presenta como uno de los problemas clave del mundo actual. La proliferación de discursos de odio y de noticias falsas [1], la subida de discursos populistas [2] y el consumo de contenido radicalizador [3], tienen en común su relación con sociedades divididas. Por lo tanto, es importante plantearnos la pregunta: ¿Está el escenario político más polarizado que años anteriores?

Desde la ciencia política, la polarización sigue siendo un tema de debate. Mientras que existe un consenso general en que los partidos políticos y los parlamentos han sufrido un aumento de la polarización entre sus integrantes, no existe consenso sobre si esto ha permeado al votante [4].

Primero debemos ponernos de acuerdo sobre qué es lo que hablamos cuando hablamos de polarización política y que consecuencias trae esta.

La polarización puede definirse de varias formas y, aunque al día de hoy no existe un consenso global, la mayor parte de los académicos comparten que la polarización es a la vez un proceso y un estado en donde un grupo de personas se separa en dos grupos

Según el artículo de DiMaggio, Evans y Bryson [5] la polarización se define de manera multidimensional, distinguiendo entre su estado y su proceso. Polarización como estado es el grado en que las opiniones sobre un tema están divididas y extremadas respecto a un máximo teórico. Como proceso, es el aumento de

esa división o extremidad con el tiempo. Además, DiMaggio, Evans y Bryson diferencian cuatro dimensiones de cómo caracterizar la polarización.

- **Dispersión:** aumento en la varianza de las opiniones, lo que indica que los individuos están más alejados entre sí en sus respuestas.
- **Bimodalidad:** aparición de dos grupos distintos de opinión, con menos personas en el centro (medida con curtosis negativa)
- **Restricción ideológica:** coherencia interna entre las opiniones sobre distintos temas; es decir, que tus opiniones en un tema predicen tus opiniones en otros.
- **Consolidación grupal:** alineamiento entre opiniones y atributos sociales o identitarios (raza, religión, partido político), lo que hace más probable la movilización y el conflicto intergrupal.

Esteban y Ray complementan la definición de polarización [6] como “La población puede agruparse en ‘clusters’ donde los miembros dentro de cada grupo son muy similares entre sí, pero los grupos son muy distintos entre sí.”

Los autores Jost, Baldassari y Druckman [7] recopilan trabajos sobre las motivaciones de los individuos que conllevan a tener panoramas polarizados. Estos mecanismos refuerzan el sentimiento de pertenencia de grupo y de rechazo de los externos. Lo que conlleva a justificar políticas del sector que los representa y rechazar opiniones del adversario político, aún cuando esto no siga la línea de pensamiento original de la persona. Este trabajo también nos indica que los mecanismos no son simétricos entre derecha e izquierda o conservador y liberales.

Además es común distinguir entre tipos de polarización política. Si bien las características expresadas anteriormente son válidas en el general de los casos, es importante distinguir a la hora de estudiar diferentes fenómenos en el contexto de la polarización. La polarización de élites refiere al caso cuando el fenómeno de estudio se centra en los individuos que componen las clases dominantes o influyentes de la sociedad. Como vemos en el trabajo de Mccarty, Poole y Rosenthal [8] donde encuentran evidencia favorable a la hipótesis de que la distancia ideológica en el congreso estadounidense a aumentado desde la década de los 60. Cuando el estudio se centra en la población general, se habla de polarización de masas. Como indica el nombre, aquí la importancia radica no en el peso de cada individuo, sino

en la influencia de cómo, en conjunto, estos pueden polarizarse y las consecuencias que esto tendría.

Es posible separar la polarización de dos maneras, dependiendo de la dimensión de divergencia analizada.

La polarización ideológica [5] se refleja cuando la división de un conjunto de personas responde a cierta materia divisoria, como los derechos reproductivos, la discriminación positiva o políticas a favor de divergencias sexo-genéricas.

Por otra parte, se habla de polarización afectiva [9], cuando la percepción de los miembros de un grupo frente a otro cae en la retórica de nosotros versus ellos. Esta percepción provoca el sentimiento de que el grupo de pertenencia encarna la razón absoluta y la moral, en contraposición a la interpretación de que el grupo contrario no tiene buenas intenciones o está mal encaminado. Es posible encontrar el término de alineación partidista, esto se refiere al fenómeno cuando los miembros de los diferentes bandos políticos se homogenizan y las diferencias entre los individuos de cada grupo se agudizan. Esto resulta en que la dificultad para llegar a un consenso entre los grupos aumenta.

Dentro de las consecuencias de la polarización afectiva, por ejemplo, nos encontramos con el aumento de actitudes antidemocráticas y la justificación de estas [10]. Un ejemplo emblemático es el asalto al capitolio de los Estados Unidos el 6 de enero de 2021, producto de partidarios de Trump frente a la derrota electoral meses antes [11]. Fenómenos que se repiten en Brasil el 8 de enero de 2023, donde partidarios del expresidente Jair Bolsonaro irrumpieron en la Plaza de los Tres Poderes en Brasilia [12].

En el mundo de los datos, medir la polarización sigue siendo tema de debate. Tradicionalmente se ha estudiado la polarización de masas a través de encuestas estandarizadas y seguimiento a través del tiempo de estas. Recientemente, Ojer y colaboradores [13], utilizan la *American National Election Studies* para analizar la evolución de la separación ideológica de los estadounidenses en función de diferentes divisiones socioeconómicas. En ella sólo observan un aumento en la división a nivel de partidos, mientras que en los últimos 30 años las diferencias entre género, raza y educación no han aumentado. Importante destacar la métrica de Esteban y Ray [6], donde se pondera la distancia, originalmente en la distribución

de riqueza, de los grupos y el tamaño de estos. En el trabajo de Blais y Lago [14] se crea una métrica aplicable a sistemas de gobierno parlamentarios o semi parlamentarios, donde miden lo cerca que estuvieron los partidos de ganar o perder más escaños en las elecciones y como esto se relaciona con la competitividad de cierta elección. Navarrete y colaboradores [15] intentan cuantificar la polarización en distintos territorios de un país considerando la disparidad geográfica de la distribución de votos.

Si bien el estudio de la polarización es una área que sigue proliferando, una gran parte de los trabajos tienen como centro en su gran mayoría los Estados Unidos, y como podemos analizar de Falkenberg y colaboradores [16], es de suma importancia que la ciencia se vuelque a un estudio de los contextos locales. La falta de sutilezas para caracterizar el problema de la polarización en cada país, puede tener consecuencias negativas a la hora de crear políticas en contra de la polarización basándose solamente en el caso estadounidense. Por ejemplo, la definición de izquierda y derecha puede variar según país.

Es el caso de *Manifesto Project* [17], que junto a realizar la tarea de codificar planes de gobierno de candidatos al rededor del mundo, también calculan una métrica de posicionamiento ideológico en el eje izquierda/derecha, el RiLe, en base a la proporción de propuestas relacionadas a la izquierda (ej: anti-imperialismo, planificación de la economía, expansión del estado de bienestar) y propuestas de derecha (ej: libre mercado, ley y orden). Esto a servido de base para trabajos como el de Kim y Fording [18], donde caracterizan la posición del votante medio en países de Europa occidental, basándose en la medida de posicionamiento ideológico de *Manifesto Project*. Aunque este análisis funcione bien en democracias del primer mundo, la clasificación de propuesta de izquierda y derecha puede diferir en países no occidentales o que se alejen del eje Europa-Estados Unidos. Por ejemplo, el calculo del RiLe para la elección de Chile del 2013, posiciona el programa de gobierno de Michelle Bachelet, militante socialista y abanderada de la izquierda, en el lado más a la derecha que su contra parte Evelyn Matthei, carta del conjunto de partidos de derecha.

Por lo tanto es de suma importancia ser cautelosos en intentar extrapolar procedimientos ideados en base a otros contextos.

1.2. Sistemas Complejos

Desde las ciencias, el concepto de los sistemas complejos ha sido difícil de definir explícitamente. De las primeras menciones a una visión compleja de los fenómenos físicos se puede encontrar en hacia lo finales de los 80 el trabajo de Gell-Mann [19], aborda la complejidad de los sistemas en contraposición de los sistemas simples en la capacidad de describirlos. Definir un sistema complejo dependería del contexto y la capacidad del lenguaje para describirlo. Por otro lado, han habido varios intentos de definiciones como la de Giorgio Parisi, premio nobel de física en 2021, intenta definir los sistemas complejos[20] desde el punto de vista físico como:

"Sistema complejo como aquel cuyo comportamiento depende críticamente de los detalles de su estructura, al punto de que pequeñas variaciones en las ecuaciones de movimiento pueden generar grandes diferencias en la evolución del sistema."

Parisi menciona la aparición de los sistemas complejos como la tercera revolución de la física, luego de la física estadística y la mecánica cuántica.

A raíz de su premio Nobel, Bianconi y colaboradores [21] revisitan las implicaciones de este para los sistemas complejos y aportan con diferencias visiones respecto a algunos aspectos importantes para definirlos. Bianconi [21] postula que lo fundamental está en la emergencia a partir de muchos componentes, Arenas [21] pone énfasis en interacciones distribuidas y comportamiento emergente en redes y Masoller [21] distingue claramente entre sistemas complejos y sistemas complicados por la no linealidad y multiescala.

Prevalcen al día de hoy debates que impiden un mayor consenso. Es por esto que muchos académicos ligados a los sistemas complejos prefieren definir los sistemas complejos a partir de características esenciales para entender un sistema complejo [22]. Características como:

- **Componentes:** Gran número de componentes y/o grados de libertad.
- **Heterogeneidad:** Diversidad entre los elementos del sistema.
- **No linealidad:** Las relaciones entre variables no son proporcionales.
- **Emergencia:** Propiedades globales del sistema no presentes a nivel individual.

- **Autoorganización:** Organización espontanea sin control externo.
- **Interacción local:** Las reglas de interacción son entre individuos no globales.
- **Retroalimentación:** Presencia de loops de interacción.
- **Adaptación:** Los componentes del sistema reaccionan a su entorno.
- **Robustez:** Capacidad de seguir el proceso bajo perturbaciones.
- **Sensibilidad a condiciones iniciales:** Pequeños cambios al inicio involucran un comportamiento distinto.
- **Multiescala:** Los procesos ocurren a distintas escalas espaciales y/o temporales.
- **Redes de interacción:** Los vínculos entre elementos no responden a una naturaleza trivial.
- **Falta de nodo central:** No existe un director del sistema.
- **Dificultad de predicción:** Comportamiento difícil de formalizar y anticipar.

Si bien estas son las características presentadas en el trabajo de Ladyman, Lambert y Wiesner [22] no toda la comunidad está de acuerdo en que cada una de estas sea fundamental y según el área de interés de los diferentes científicos, pueden ignorar o enfatizar alguna de ellas, o incluso agregar nuevas características.

Las interacciones e intercambio de ideas, a raíz del debate político caben dentro de lo que podemos llamar un sistema complejo. Por lo tanto utilizar herramientas propias de los sistemas complejos como lo son las redes complejas, física estadística, ecuación maestra y ecuaciones diferenciales son interesantes de explorar y se detallan en el review de Castellano y colaboradores [23].

Siegenfeld y Bar-Yam [24] abordan el desafío de estudiar las elecciones de un punto de vista de los sistemas complejos, en su trabajo, categorizan como estables inestables a partir de datos electorales. Para esto se basa en la teoría de transiciones de fase haciendo la analogía física del paramagnetismo.

Wiesner y colaboradores han trabajado sobre caracterizar la democracia como un sistema complejo, no lineal con bucles de retroalimentación sufren cambios de fase, a partir de modelos basados en de agentes. En este trabajo, Wiesner

y colaboradores refuerzan la idea de estudiar las elecciones desde el marco de los sistemas complejos [25]. Bajo una línea de trabajo anexa, Wiesner, Bien y Wilson [26], utilizan el Análisis de Componente Principal (PCA), para estudiar las distintas dimensiones de las elecciones. Wiesner y colaboradores encuentran una relación no lineal entre calidad de la elección y libertades civiles, si bien uno esperaría que estas variables estén positivamente correlacionadas, se encuentra que existe un umbral, bajo el cual esta relación se invierte.

Por su parte, Eliassi-Rad y colaboradores [27] ofrecen una perspectiva de cómo los sistemas complejos pueden ayudar a re-estabilizar una democracia. Sugieren políticas públicas, como incentivar la participación de asambleas ciudadanas, monitoreando y fijando límites a los gastos políticos y aumentando la transparencia electoral. Así, Eliassi-Rad y colaboradores [27] entienden la democracia como un sistema complejo, donde pequeñas intervenciones, como promover interacciones de opiniones diversas de forma y de carácter aleatorio, pueden evitar colapsos y fomentar estabilidad mediante mecanismos de autoorganización y adaptación.

1.3. Sociofísica

La Sociofísica es un área interdisciplinaria de la física que aborda fenómenos de comportamiento de las personas, donde a partir de modelar interacciones de los individuos, se revelan patrones y fenómenos colectivos [28, 29]. La Sociofísica utiliza simplificaciones de comportamientos humanos para establecer relaciones estudiadas a nivel macroscópico [28]. Gracias a la proliferación de la capacidad de cómputo, la Sociofísica ha desarrollado modelos interesantes para entender dinámicas urbanas, movilización de personas, cooperación y dinámicas de opinión entre otras como podemos explorar en el review de Jusup y colaboradores [30]. Si bien, existe una gran crítica al poder predictivo de esta forma de análisis sobre la sociedad.

Como podemos aprender de Serge Galam, físico pionero en esta área, el objetivo de la Sociofísica no es dar predicciones cuantitativas exactas, sino de encontrar posibles leyes dentro del comportamiento humano.[31]

Nuestro trabajo, bajo esta línea, intenta encontrar relaciones entre la geografía de un país y la evolución de la concentración de votos de ciertos sectores políticos.

1.4. Modelos de dinámica opinión

Como podemos extraer del review de Castellano, Fortunato y Loreto [23], entender y modelar la dinámica de intercambio de opiniones y formación de consenso, a sido una tarea llevada a cabo por físicos desde el último cuarto de siglo pasado. Un modelo de dinámica de opinión es un sistema dinámico, usualmente basado en agentes, donde a partir de reglas de interacción entre los individuos describe la evolución de opiniones individuales. A partir de estas interacciones microscópicas es posible estudiar formación de consensos, fragmentación o polarización [23].

1.4.1. Modelos de opinión discreta

El caso inicial a mencionar es el "Voter model" propuesto por Clifford y Sudbury [32], modelo estocástico en una red, donde cada nodo representa un individuo con una opinión binaria. La regla de actualización esta dada de tal forma que en cada paso, un agente imita la opinión de uno de sus vecinos al azar. El sistema puede evolucionar hacia estados absorbentes de consenso. A mencionar el modelo Sznajd [33], también de carácter binario donde ahora la dinámica es colectiva. Un par de vecinos que comparten la misma opinión puede convencer a sus vecinos a adoptar esa misma opinión. El modelo tiende a favorecer la formación de consenso.

1.4.2. Modelos de opinión continua

Si bien los anteriores modelos se basaban en una distribución binaria de las opiniones, es interesante estudiar cuando las opiniones de los individuos pueden estar en un espectro continuo. Esto puede representar los matices de las personas a no estar totalmente inclinados a cierto sector político sino habitar y moverse de forma suave entre ciertas posturas.

Es interesante abordar, antes de llegar al modelo que desarrollamos en nuestro trabajo, el modelo de Deffuant [34]. Este modelo toma inicialmente un conjunto de individuos con opinión continua entre 0 y 1 usualmente. En cada paso, dos agentes interactúan al azar, si estos difieren en sus opiniones por un margen ε , sus opiniones se actualizan acercándose mutuamente con un parámetro de convergencia μ . El modelo permite estudiar fenómenos como consenso, polarización o fragmentación, dependiendo de los valores de ε y μ [35]

Capítulo 2

Hipótesis y objetivos

2.1. Hipótesis

Tomando una mirada sociofísica del proceso electoral y lo discutido en la sección anterior, planteamos la siguiente hipótesis:

La polarización política a nivel país puede explicarse en parte como un fenómeno emergente de las interacciones locales entre territorios vecinos. Por lo tanto, un modelo basado en agentes, calibrado con resultados electorales, es capaz de reproducir variaciones en la polarización observada entre elecciones.

2.2. Objetivo General

Modelar la propagación de la polarización política a nivel geográfico mediante el análisis de resultados electorales y simulaciones basadas en agentes, con el fin de observar cómo las interacciones entre unidades territoriales mínimas generan dinámicas macroscópicas a escala país.

2.3. Objetivos Específicos

- Diseñar e implementar un modelo basado en agentes que, a partir de reglas simples, reproduzca dinámicas macroscópicas observadas en procesos electorales.
- Construir redes de territorios definidos por sus fronteras compartidas.

- Definir y medir una métrica proxy de polarización a partir de los resultados electorales en Chile y Estados Unidos.
- Simular la evolución de la polarización entre elecciones y cuantificar su variación utilizando la métrica definida.
- Comparar y analizar los resultados obtenidos en las simulaciones con las mediciones derivadas de los datos empíricos.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Datos

Los datos utilizados en este trabajo corresponden a los resultados de las elecciones presidenciales de segunda vuelta en Chile que han ocurrido desde el retorno de la democracia. Esto contempla las elecciones ocurridas en los años 2000, 2006, 2010, 2013, 2017 y 2021. Estos resultados entregan el detalle por circunscripción electoral y/o por mesa en el caso de las últimas elecciones. Estos datos son obtenidos directamente desde el sitio web del Servicio Electoral de Chile (SERVEL) [36]. Los resultados vienen en formato “id lugar de votación”, “Candidato”, “Número de votos”, incluyendo también los votos blancos y nulos, aunque estos no fueron considerados en el análisis principal. Para poder utilizarlos, agrupamos los votos de cada uno de los dos candidatos por comuna y calculamos su porcentaje en dicha comuna.

Para el caso chileno descargamos el mapa vectorizado desde el sitio web de la Biblioteca del Congreso de Chile [37]. Este mapa es interpretable por *Geopandas* [38], que es una librería de *Python*, de código abierto que nos permite trabajar con datos geoespaciales y realizar operaciones en base a la geometría de territorios.

De forma análoga, para el caso estadounidense se utilizaron datos de resultados electorales de las 39 elecciones presidenciales que contemplan todos los periodos entre 1868 y 2024, por condado. La data contempla los votos netos obtenidos por los candidatos del partido demócrata y republicano en cada uno de los condados. Estos datos fueron utilizados en el trabajo de Amlani y Algabara [39] y se pueden

encontrar en [40] . Al igual que en el caso de Chile, calculamos el resultado porcentual en cada uno de estos condados. El mapa de los Estados Unidos fue obtenido de MapChart [41] y fue adaptado para su uso en Geopandas.

3.2. Métricas

Nuestro proxy de polarización es una medida nacional por cada elección de la diferencia de medianas entre los territorios que votan a la izquierda con los de derecha. Vamos a definir que un territorio es de izquierda o derecha dependiendo de su resultado en esa elección.

Al calcular la diferencia de medianas entre los dos grupos de territorios, obtenemos nuestra métrica de polarización. Utilizamos la mediana como referencia para tener una idea de como fue el margen de victoria más general y que sea menos sensible a valores extremos. Por lo que captamos la diferencia del común de los territorios. Así, nuestra métrica de polarización se define como:

$$\text{Polarización} = \text{Mediana} \{ \text{Territorios derecha} \} - \text{Mediana} \{ \text{Territorios izquierda} \} \quad (3.2.1)$$

A continuación una descripción del proceso de obtención de nuestro proxy de polarización.

1. A partir de los resultados electorales en el territorio, se le asigna un valor de opinión entre 0 y 1. Donde 0 es un margen de victoria del 100 % para la izquierda/demócratas y 1 del 100 % para la derecha/republicanos. Un valor de 0.5 corresponde a un empate.
2. Los territorios con opinión menor a 0.5 se clasifican de izquierda/demócratas y los territorios mayores a 0.5 se clasifican de derecha/republicanos.
3. Dentro del grupo de territorios de izquierda se calcula la mediana de sus opiniones. Análogamente se hace lo mismo para el grupo de territorios de derecha.
4. Se hace la diferencia entre la opinión mediana de territorios de derecha e izquierda.

Luego la opinión de un territorio en particular se calcula de acuerdo a su resultado electoral tal que:

$$\text{Opinión} = \frac{\#Der - \#Izq}{2 \cdot \text{Votos Totales}} + \frac{1}{2} \quad (3.2.2)$$

donde $\#Der$ y $\#Izq$ son los votos obtenidos por los candidatos de derecha/republicanos y de izquierda/democratas respectivamente. Para que el resultado esté acotado entre 0 y 1, normalizamos la diferencia por el termino $2 \cdot \text{Votos Totales}$ y al resultado le sumamos $\frac{1}{2}$.

Luego, la diferencia de medianas toma valores entre 0 y 1. Un valor de 0 ocurre cuando en todos los territorios los candidatos empatan o cuando un solo candidato concentra todos los votos, lo que refleja homogeneidad absoluta. Un valor de 1 corresponde al caso extremo en que, en los territorios donde gana la izquierda, todos votan por su candidato, y en los territorios donde gana la derecha ocurre lo mismo. Esto refleja la máxima diferencia posible entre territorios.

Veamos con un ejemplo como se efectúa esto con el siguiente conjunto de territorios ficticios en dos elecciones diferentes.

Territorio	Votos Derecha	Votos Izquierda	Votos totales	Margen de Victoria	Opinión
A	43	57	100	-0.14	0.43
B	45	55	100	-0.10	0.45
C	48	52	100	-0.04	0.48
D	52	48	100	0.04	0.52
E	55	45	100	0.10	0.55
F	57	43	100	0.14	0.57
Mediana Derecha				0.55	
Mediana Izquierda				0.45	
Polarización				0.1	

Cuadro 3.2.1: Escenario elección menos polarizado. Fuente: elaboración propia.

Para ambos casos, en los territorios etiquetados por A,B y C gana la izquierda y en D,E y F gana la derecha. Sin embargo, en la situación descrita por la tabla 3.2.1 los márgenes de victoria, la diferencia entre votos de derecha e izquierda

Territorio	Votos Derecha	Votos Izquierda	Votos totales	Margen de Victoria	Opinión
A	15	85	100	-0.70	0.15
B	20	80	100	-0.60	0.20
C	35	65	100	-0.30	0.35
D	65	35	100	0.30	0.65
E	80	20	100	0.60	0.80
F	85	15	100	0.70	0.85
Mediana Derecha				0.80	
Mediana Izquierda				0.20	
Polarización				0.60	

Cuadro 3.2.2: Escenario elección más polarizado. Fuente: elaboración propia.

normalizada por votos totales, en todos los territorios son estrechos, por lo tanto los valores de las opiniones están más centradas en 0,5. En cambio, en la tabla 3.2.2 se observa que la izquierda y derecha ganan con márgenes amplios en sus respectivos territorios y por lo tanto las opiniones toman valores hacia los extremos 0 y 1. En consecuencia, la elección de la tabla 3.2.2 es más polarizada que la de la tabla 3.2.1.

Esto coincide con nuestra intuición de polarización, donde existe una homogeneidad dentro del mismo bloque y una mayor diferencia con el bloque opuesto.

3.3. Red

Construimos las redes de comunas en Chile y de condados en USA de forma que cada nodo es una comuna/condado y estos están enlazados si comparten una frontera física. Para construir estas redes seguimos el siguiente procedimiento.

1. Tenemos un DataFrame, cada fila contiene un identificador del territorio junto a su parámetro *geometry*.
2. Para cada par de identificadores, comparar sus fronteras, si comparten, asignarse mutuamente a una lista de vecinos.
3. Crear la red donde cada comuna/condado es un nodo y los enlaces a partir de la lista de vecinos de cada nodo.
4. Para cada elección, asignarle a cada nodo los parámetros tamaño y opinión.

Para esto hay que comprender que *geometry* tienen la información de la ubicación

espacial y que forma tienen las fronteras una figura.

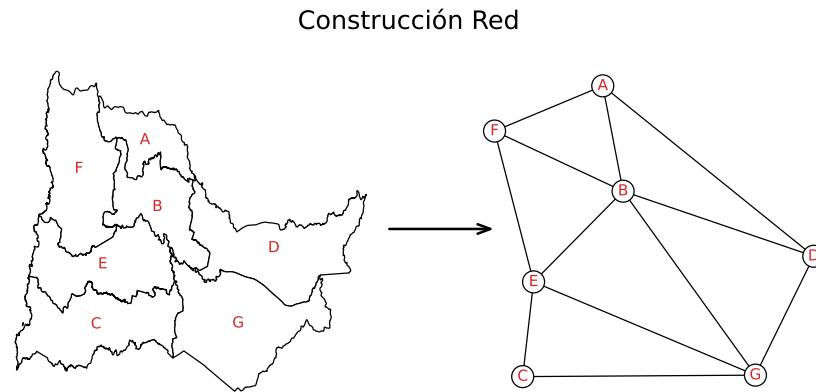


Figura 3.1: Proceso de construcción red entre sectores vecinos. Fuente: elaboración propia.

En la figura 3.1 vemos un diagrama del proceso de la construcción de la red a partir de un mapa, ejemplificado con la provincia de Osorno.

Tenemos que considerar que, los mapas están creados con la división actual de los países, por lo tanto, en el caso de Estados Unidos, con datos desde 1868, tenemos ciertas condados que fueron agregándose y otros desapareciendo. Para representar los condados que antes no existían, se define una subred de la red con todas los condados, conteniendo solamente los territorios que existían en la fecha del periodo que nos interese trabajar. Para el caso de los condados que en la actualidad no existen es más complicado. Justamente son territorios que no están codificados bajo reglas actuales por lo que no es posible cruzar información con mapas actuales. Estos condados para efectos de la simulación no son relevantes, ya que varían entre 2 a 3 en el periodo 1868-1924.

3.4. Modelo

3.4.1. Modelo Hegselmann-Krause

El modelo propuesto por Hegselmann y Krause (HK) [42] de dinámica de opinión describe cómo un conjunto de agentes ajusta sus opiniones de manera iterativa al promediar las opiniones de sus vecinos, definidos como aquellos cuya opinión difiere en menos de un umbral de tolerancia ε . Este modelo captura el fenómeno de

convergencia o fragmentación en la opinión pública según el valor del umbral: para ε grande, los agentes tienden a alcanzar consenso, mientras que para ε pequeño se forman múltiples clústeres de opinión [43].

El procedimiento de actualización del modelo HK de opiniones en un paso temporal se describe a continuación.

1. Tenemos N agentes sobre una red, cada agente con una opinión $\sigma_x \in [0, 1]$ y un parámetro de tolerancia ε en un tiempo t .
2. Para cada agente x identificamos su conjunto de vecinos, \mathcal{V}_x , en la red.
3. Para cada vecino y en \mathcal{V}_x , comparar la opinión con la del agente. Si $|\sigma_x - \sigma_y| < \varepsilon$, es decir, no difieren en sus opiniones por más que su tolerancia, entonces agregamos y al conjunto de vecinos N_x , a tomar en cuenta para la actualización de la opinión de x .
4. La opinión del agente x en el tiempo $t + 1$ se actualiza siguiendo el promedio de sus vecinos en N_x .
5. Realizar esta operación para todos los nodos de la red.

Formulamos de manera compacta tal que:

$$N_x(t) = \{y \in \mathcal{V}_x : |\sigma_x - \sigma_y| < \varepsilon\} \quad (3.4.1)$$

$$\sigma_x(t+1) = \frac{1}{|N_x(t)|} \sum_{y \in N_x(t)} \sigma_y(t) \quad (3.4.2)$$

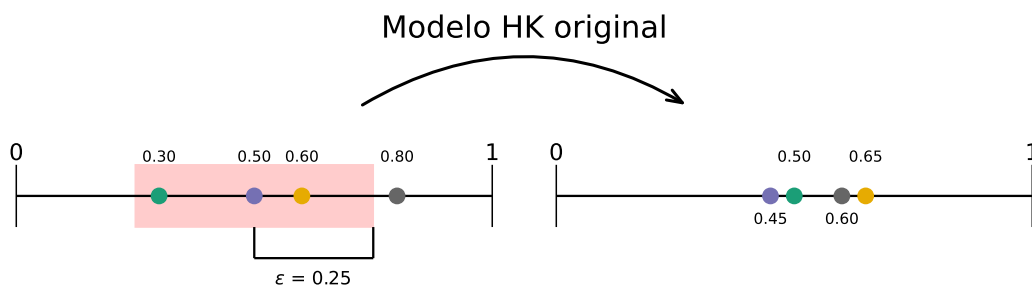


Figura 3.1: Proceso de un paso en el modelo HK en una red unidimensional. En rojo la ventana de tolerancia del nodo con opinión en 0,5. Todos los nodos tienen una ventana con $\varepsilon = 0,25$ centrada en su opinión. Fuente: elaboración propia.

En la figura 3.1 vemos la recreación de un paso temporal del modelo HK para cuatro nodos. En la figura de la derecha, vemos la posición de los agentes luego de que todos siguieran el protocolo de actualización. Recordemos que este se actualiza de forma asincrónica; por lo tanto, en un paso temporal, todos los nodos actualizan su estado al mismo tiempo. Podemos notar como todos los nodos tendieron a juntarse en el centro.

3.4.2. Modelo modificado

Para el presente trabajo es importante agregarle a este modelo dos variaciones. El factor de asimetría y el rol del "tamaño" del nodo.

El "tamaño" del territorio está dado por el número total de votos, representa la cantidad total de personas activas en el proceso electoral y que pudieran estar dispuestos a discutir y cambiar de opinión. Este tamaño se normaliza de tal forma que toma valores entre 0 y 1 que nos indica que tanto está dispuesto a cambiar una comuna de opinión independiente de como se comporten sus vecinos. Un valor de 0 indicará en el modelo que el nuevo estado del nodo estará dado completamente por el promedio ponderado de sus vecinos. En cambio un valor de 1 indicará que sin importar sus vecinos, el nodo mantendrá inalterada su opinión previa. El tamaño también influye en que proporción el vecino puede cambiar la opinión del nodo.

Así definimos el tamaño w_x como el número total de votos dividido por el número de votos mayor de esa elección. Esto permite modelar que los territorios más poblados son menos susceptibles a la influencia de sus vecinos aún cuando tengan opiniones similares y viceversa, las ciudades más pobladas, es decir con más personas involucradas en el proceso de discusión y consenso, pueden influir más en lugares más pequeños, siempre y cuando estos lugares estén lo suficientemente cercanos en el espectro ideológico (misma diferencia de votos en el proceso anterior).

El factor de asimetría corresponde a la posibilidad que los nodos en ciertas configuraciones tengan tolerancias diferentes para opiniones más a la izquierda y derecha de la suya. Así, aun cuando el tamaño de su tolerancia seguirá siendo 2ε , agregando el factor de asimetría μ , la tolerancia ya no estará centrada en σ_x , sino que en $\sigma_x + \mu$. Estas modificaciones están fuertemente inspiradas en los trabajos posteriores de Hegselmann [44] donde aborda el intercambio ponderado entre valor de opinión del nodo con la de sus vecinos. Además, Douven, y Rainer introducen

el factor de asimetría en [45]. Douven, Hegselmann y Rainer abordan el uso de parametros individuales [46].

Podemos describir la regla de actualización del modelo modificado tal que:

1. Tenemos N agentes sobre una red, cada agente con una opinión $\sigma_x \in [0, 1]$, un tamaño, un parámetro de tolerancia ε y un parámetro de asimetría μ en un tiempo t .
2. Para cada agente x identificamos su conjunto de vecinos, \mathcal{V}_x , en la red.
3. Para cada vecino y en \mathcal{V}_x , comparar la opinión con la del agente. Si $|\sigma_x - \sigma_y + \mu| < \varepsilon$, entonces agregamos y al conjunto de vecinos N_x , a tomar en cuenta para la actualización de la opinión de x
4. La opinión del agente x en el tiempo $t + 1$ se actualiza siguiendo una combinación de el promedio ponderado por tamaño de sus vecinos en N_x y de su opinión a tiempo t . La proporción de la combinación va dada por el mismo tamaño.
5. Realizar esta operación para todos los nodos de la red.

Formulado de manera compacta tal que:

$$N_x(t) = \{y \in \mathcal{V}_x : |\sigma_x - \sigma_y + \mu| < \varepsilon\} \quad (3.4.3)$$

$$\sigma_x(t+1) = w_x \sigma_x(t) + \frac{1 - w_x}{\sum_{y \in N_x(t)} w_y} \sum_{y \in N_x(t)} w_y \sigma_y(t) \quad (3.4.4)$$

En resumen, dado un conjunto de nodos vecinos a x que estén dentro de su rango de tolerancia, en general asimétrico. La regla de actualización de su opinión depende del tamaño del nodo. Entre más grande el nodo tenderá a preservar su opinión, por otra parte tomará el promedio ponderado por el tamaño de sus vecinos con opinión dentro de su umbral.

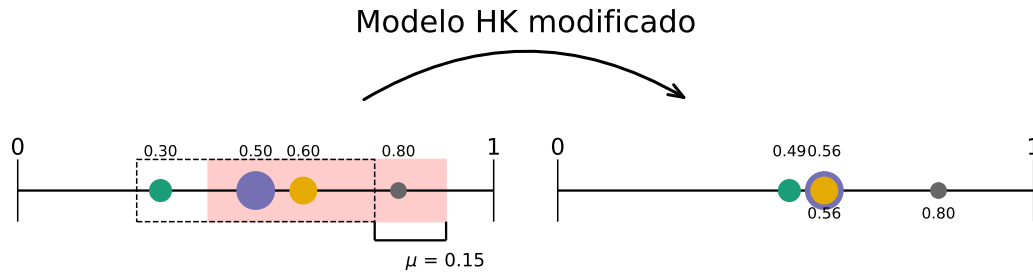


Figura 3.2: Proceso de un paso en el modelo HK modificado en una red unidimensional. El tamaño del nodo corresponde a su factor w_x que pondera el resultado del intercambio. En rojo la ventana de tolerancia del nodo con opinión en 0,5. En cuadro segmentado la ventana de tolerancia sin el factor de asimetría μ . Todos los nodos tienen una ventana con $\varepsilon = 0,25$ y factor de asimetría $\mu = 0,15$. Fuente: elaboración propia.

En la figura 3.2 vemos la recreación de un paso temporal del modelo HK con nuestras propuestas de modificación para cuatro nodos. Si bien las opiniones de los nodos son las mismas que en la figura 3.1, ahora la ventana de tolerancia se mueve por 0.15 a la derecha. Además le hemos dado diferentes tamaños a los nodos. El resultado difiere del modelo HK original de forma que ahora el nodo más grande atrae más a los nodos y como el parámetro de asimetría μ es positivo, los nodos van a tender a tomar en cuenta a los nodos que estén más a su derecha. Es por esto que el nodo al extremos derecho no cambia su opinión

Para efectos de la simulación. Tenemos los resultados electorales de un conjunto de elecciones presidenciales, cada comuna/condado está en un estado entre 0 y 1 dependiendo de cuanta fue la diferencia de porcentaje en esa división. Luego entre cada periodo de elección se aplica el modelo HK modificado con nuestras modificaciones.

Para cada simulación inter elección utilizamos como condiciones iniciales los nodos presentes en la elección anterior junto al tamaño dado por la cantidad de votantes de la última elección, por lo que la red, tiene características diferentes para cada inter elección, sobre todo para el caso estadounidense donde a lo largo de los años se añadieron nuevos condados y estos fueron dinamicamente cambiando su población.

Para que las simulaciones convergan a un estado estable, iteramos un número fijo de veces, 100 para el caso Chileno y, debido a ser una red con más nodos, 150

para el caso de EE.UU.

3.4.3. Optimización

Buscamos que nuestras simulaciones reproduzcan lo mejor posible el resultado del índice de polarización obtenida desde los datos. Para esto, buscamos encontrar el set de parámetros ε y μ que minimicen la diferencia entre el resultado de las simulaciones con los datos. Más concretamente, definimos como nuestra función a minimizar, la diferencia entre las medianas de los territorios de izquierda y derecha resultante de los datos de elecciones, con las medianas resultantes de las simulaciones. Pero, tenemos el problema de que no conocemos la forma funcional de esta función de diferencia entre datos y simulaciones. Luego, para lograr la minimización, usamos un Optimizador Bayesiano. Este tipo de optimizador, ampliamente utilizado en Machine Learning, es adecuado cuando la función objetivo no tiene una forma analítica conocida ni derivadas disponibles, es decir, se trata de una función tipo “caja negra”. Además, es especialmente eficiente cuando el número de variables a optimizar es moderado (menor a 20).

El optimizador bayesiano, es un proceso iterativo que busca soluciones óptimas en el espacio de definición de parámetros, equilibrando la búsqueda en regiones con alta varianza y regiones donde tenemos información de que podría encontrarse el punto óptimo. Para realizar este proceso de optimización, necesitamos un conjunto de evaluaciones iniciales y un proceso gaussiano, que se trata de un modelo probabilístico, que le asigna a cada evaluación, una media y una varianza, que luego son utilizadas para alimentar el optimizador bayesiano.

Para más detalle sobre optimización bayesiana, refiérase al trabajo de Frazier [47].

Por lo tanto, implementamos el optimizador bayesiano por proceso gaussiano, siguiendo los siguientes pasos:

1. Definimos un espacio de valores para los parámetros a optimizar, en nuestro caso $\varepsilon \in (0, 1)$ y $\mu \in (-\varepsilon, \varepsilon)$.
2. Tomamos 10 puntos aleatorios dentro del espacio definido para tener algunas evaluaciones iniciales, para el proceso gaussiano.
3. A partir de estos puntos, entrenamos un proceso gaussiano para estimar así la media y la covarianza de la distribución de valores en todo el espacio.

-
4. Luego, calculamos una función de adquisición que nos dice donde es más probable que esté el mínimo que buscamos.
 5. Ahora, utilizando el punto de evaluación, calculamos el valor de nuestra función objetivo, que es la diferencia entre los valores obtenidos para los datos y para las simulaciones.
 6. Con el resultado obtenido , reentrenamos el modelo de proceso Gaussiano, con el objetivo de mejorar la búsqueda en un proceso iterativo.
 7. Repetimos todo el procedimiento 100 veces, lo cual nos permite tener un resultado adecuado a nuestra función objetivo
 8. Como resultado de las 100 iteraciones del proceso, obtenemos un set de puntos que nos permite elegir el resultado que minimiza la diferencia entre simulación y datos.

Capítulo 4

Resultados

Construimos las redes geográficas a partir de las comunas en el caso de Chile [Figura 4.1](#) y de los Condados en el Caso de EE.UU [Figura 4.2](#). A continuación presentamos como se ven estas redes en distintos resultados electorales. En el Caso de Chile para el 2013 y 2021. Para el primer escenario, en azul vemos los nodos asociados a las victorias de Michelle Bachelet y en rojo a las correspondientes a Evelyn Matthei. Se ve claramente la victoria abrumadora de la candidata apoyada por la izquierda chilena. Los únicos nodos rojos que podemos apreciar corresponden a comunas del sector alto de la región metropolitana; Providencia, Vitacura, lo Barnechea y las Condes y algunas otras excepciones en la frontera con Bolivia como Colchane. Según Fábrega y colaboradores [\[48\]](#) 2013 fue el año en que Chile pasa a ser una democracia de consensos a una polarizada. Debido a entre otras cosas el cambio de discursos de sus integrantes de coalición, y claro la aplastante victoria de Bachelet en esta elección provocó una serie de reformas estructurales sin necesidad de llegar a acuerdo con la oposición, extremando los discursos.

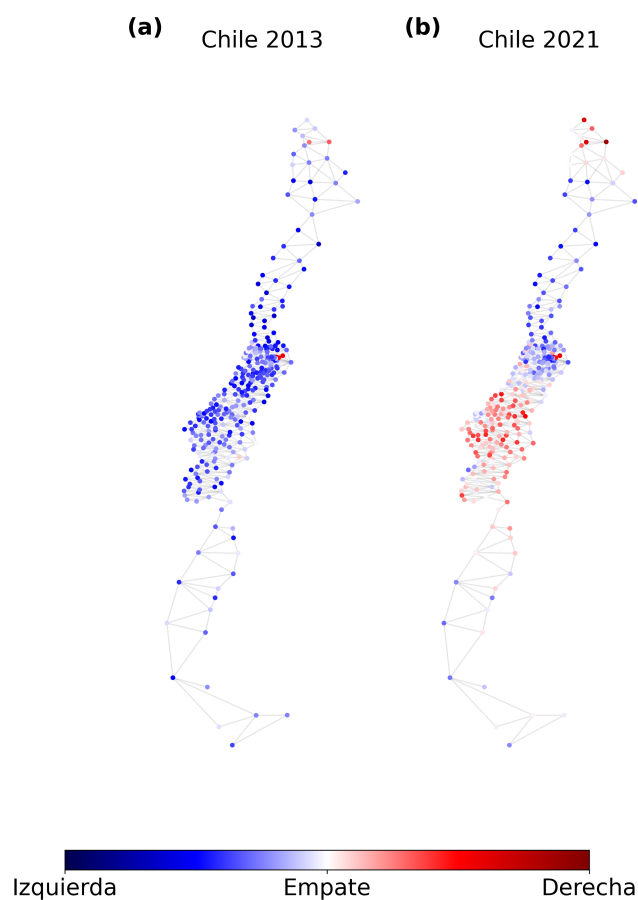


Figura 4.1: Red geográfica de Chile continental compuesta por cada comuna conectadas por sus fronteras. El color del nodo indica el margen de victoria del candidato representante de la izquierda, en azul, o de la derecha, en rojo, de la comuna correspondiente. (a) Red resultante para la elección de 2013 entre Michelle Bachelet y Evelyn Matthei. (b) Red resultante para la elección de 2021 entre Gabriel Boric Y José Antonio Kast. Fuente: elaboración propia.

Luego para el 2021, como podemos ver en la [Figura 4.1](#), el escenario se ve bastante diferente. Se ve un escenario más parejo para ambos candidatos. Destaca la victoria de José Antonio Kast, representante de la derecha, en las regiones desde el Maule hasta la Araucanía, síntoma de su discurso enfático en el problema mapuche y su conexión con el mundo rural, asociado al espectro derecho en Chile, además, el candidato derrotado, también se impuso en la región de Tarapacá, cuya zona, al ser fronteriza con Bolivia, se alineó con los discursos anti-inmigración. A pesar de estos temas, en el resto de las regiones, destacando las regiones desde Antofagasta, pasando el norte chico y la región metropolitana, donde la victoria de Gabriel Boric, abanderado de la izquierda, se impuso significativamente. Destaca a simple vista algunos puntos rojos dentro del conjunto azulado de la región metropolitana, estos

corresponden nuevamente a las comunas de Providencia, Vitacura, lo Barnechea y las Condes. Reflejando como la diferencia socioeconómica, al menos en la región metropolitana, se traduce en una diferencia en el voto.

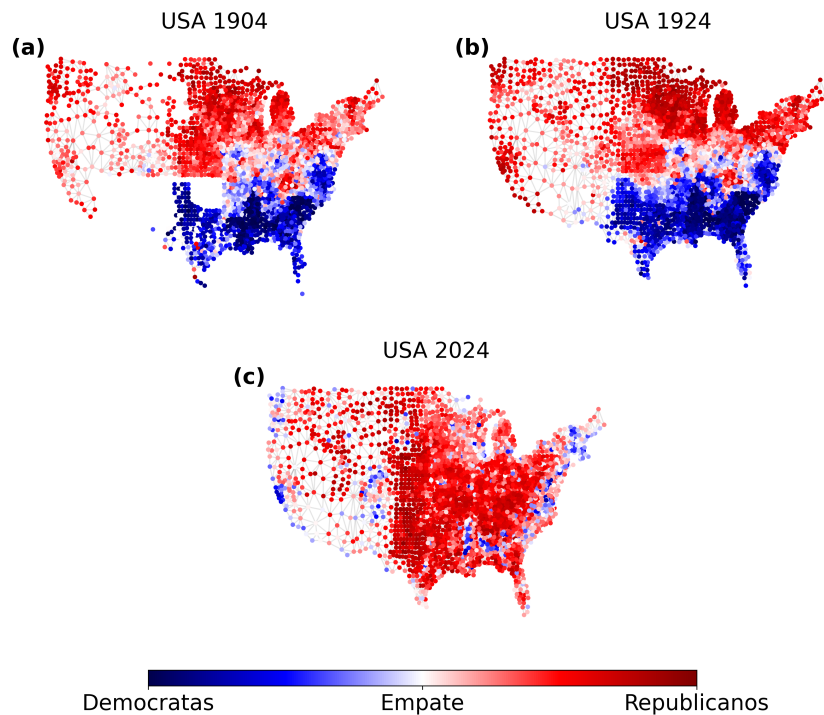


Figura 4.2: Red geográfica de EE.UU continental formada por sus condados y conectados por sus fronteras. El color de cada nodo indica el margen de victoria del candidato demócrata, en azul, o republicano, en rojo, del condado correspondiente. (a) Red resultante elección de 1904 entre Theodore Roosevelt y Alton B. Parker. (b) Red resultante elección de 1924 entre Calvin Coolidge y John W. Davis. (c) Red resultante elección de 2024 entre Kamala Harris y Donald Trump . Fuente: elaboración propia.

Para el caso estadounidense, presentamos 3 casos representativos. En la [Figura 4.2](#) correspondiente a la elección de 1904 podemos ver una de las elecciones más divisivas entre Theodore Roosevelt por el partido Republicano y Alton B Parker por los demócratas. Si bien Roosevelt se impuso con un cómodo 56 %, es visible a simple vista la segregación entre estados del sur y del norte, los precedentes y consecuencias de la guerra civil aún se resienten. Los llamados códigos negros impedían de facto a la población negra (y a los blancos pobres) votar, imponiendo requisitos sobre el patrimonio, nivel de alfabetización e incluso prohibiendo a los descendientes de esclavos votar. A pesar de la enmienda de 1870 que garantiza

a nivel federal que todos los hombres tengan derecho al voto. Además de esta discriminación de carácter legal por parte de los estados sureños, agrupaciones como el Ku Klux Klan, amenazaban a la población afroamericana para que no ejercieran su derecho a voto. [49]

Similarmente a lo ocurrido en las elecciones de 1924, se nota la gran diferencia entre estados del sur y los demás. Es importante a mencionar, aunque no para motivos de nuestro análisis los candidatos de partidos terceros fueron omitidos, en esta elección el candidato del partido progresista La Follette ganó el estado de Wisconsin y tuvo un desempeño fuera de lo común en otros condados del medio oeste. Sin embargo, al igual que 1904, el candidato del partido republicano Calvin Coolidge (al igual que Roosevelt sirvió como presidente luego de la muerte de su predecesor), ganó ampliamente en el voto popular, como se puede ver en la figura 4.2.(a).

Además presentamos, en la figura 4.2.(c), el caso de elección más reciente, la victoria de Donald Trump en 2024 frente a Kamala Harris. Durante 100 años ocurrieron múltiples eventos que han moldeado la política estadounidense hasta llegar a lo que apreciamos al día de hoy. Vemos una fuerte presencia del partido republicano en condados del sur y medio oeste, frente a una mayor presencia de los demócratas en las costas oeste y este del país. Sin embargo esta elección presentó una menor competitividad de parte de los demócratas. Si bien, sus victorias son en ciudades importantes como Nueva York y Los Ángeles, Trump se impuso en los estados bisagra. Este mapa, también es ejemplo del análisis rural vs urbano de la distribución espacial del voto y siguiendo los argumento de la concentración de votantes en áreas afines al pensamiento político de los individuos [50, 51].

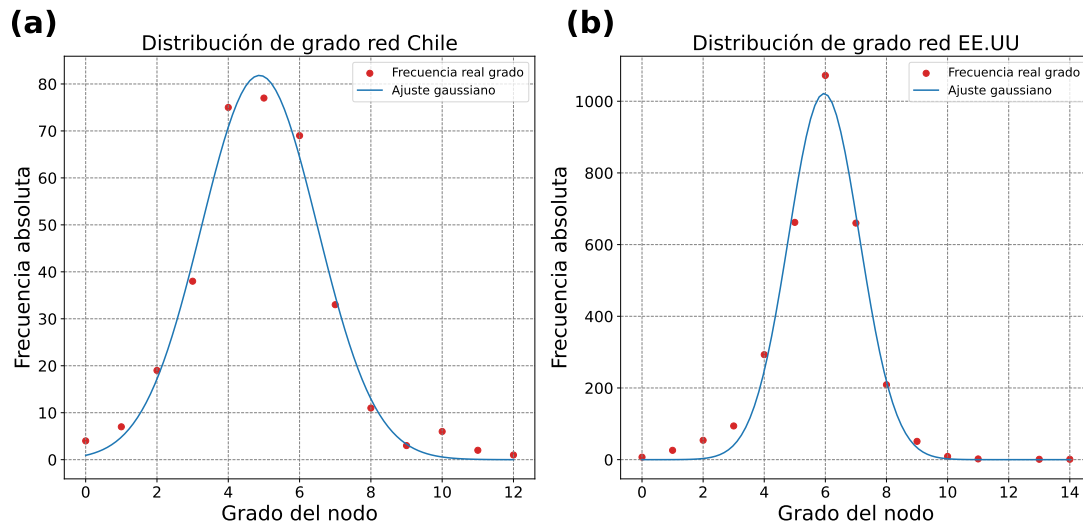


Figura 4.3: Distribución de grados correspondientes a las redes geográficas de (a) Chile y (b) EE.UU. Junto a los correspondientes ajustes gaussianos. Fuente: elaboración propia.

Podemos observar en [Figura 4.3](#) la distribución de grado de ambas redes. Observamos que siguen una distribución gaussiana en su número de vecinos. Podemos ver que para Chile, el grado promedio está cercano a 5, como se observa en la [Figura 4.3.\(a\)](#), mientras que para EE.UU, el número de vecinos promedio en la red se acerca más a 6, como muestra la [Figura 4.3.\(b\)](#). Al seguir una distribución gaussiana, esto nos dice que no hay muchos territorios con grados muy alejados del promedio, ni de pocos ni de muchos vecinos.

La distribución de grado es importante en las simulaciones basadas en agentes. Los fenómenos de propagación dependen fuertemente de la presencia de Hubs o de la capacidad de conectar ciertos nodos con el resto de la red y por lo tanto tener la capacidad de influenciar más comunas/condados. En ambos casos estudiados ni hay presencia de nodos Hubs, como si lo sería en redes libres de escala por ejemplo.

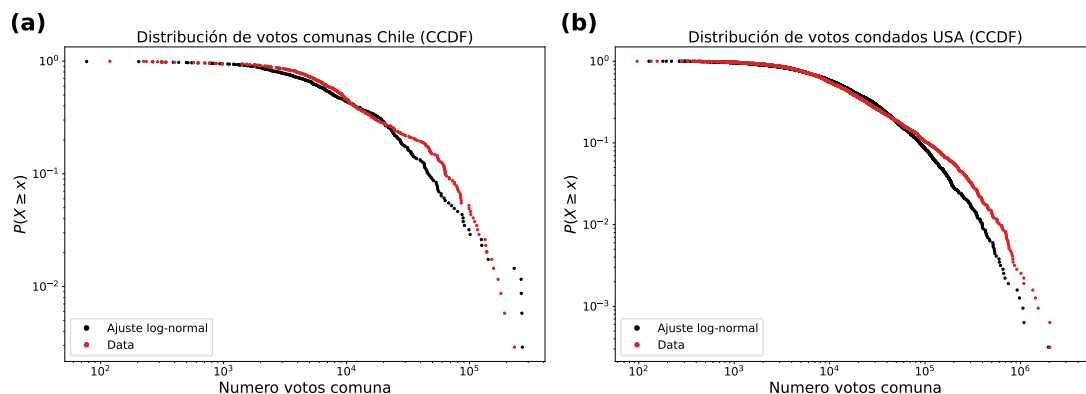


Figura 4.4: Función de Distribución Acumulada Complementaria del tamaño de un nodo, dado por el número de sufragios efectuados en la comuna/condado correspondiente. (a) Distribución correspondiente a las elecciones de 2021 en Chile. (b) Distribución correspondiente a las elecciones de 2024 en EE.UU. Fuente: elaboración propia.

Presentamos las funciones de distribución acumulada complementaria de los tamaños de las redes geográficas en la [Figura 4.4](#). Recordemos que el tamaño de los nodos están dado por la cantidad de votantes en cada comuna/condado. Los gráficos están en escala log-log. La función de distribución acumulada complementaria nos indica la probabilidad de encontrar una comuna/condado con un número mayor de x votantes, es por esto que los valores de la probabilidad van de 1 a 0. Estas se comparan a una log-normal. El estudio de Eeckhout [\[52\]](#) donde encuentra que la población de los condados siguen una log-normal. Por lo que, considerando una participación homogénea, es razonable pensar que los votos emitidos también sigan una distribución log-normal.

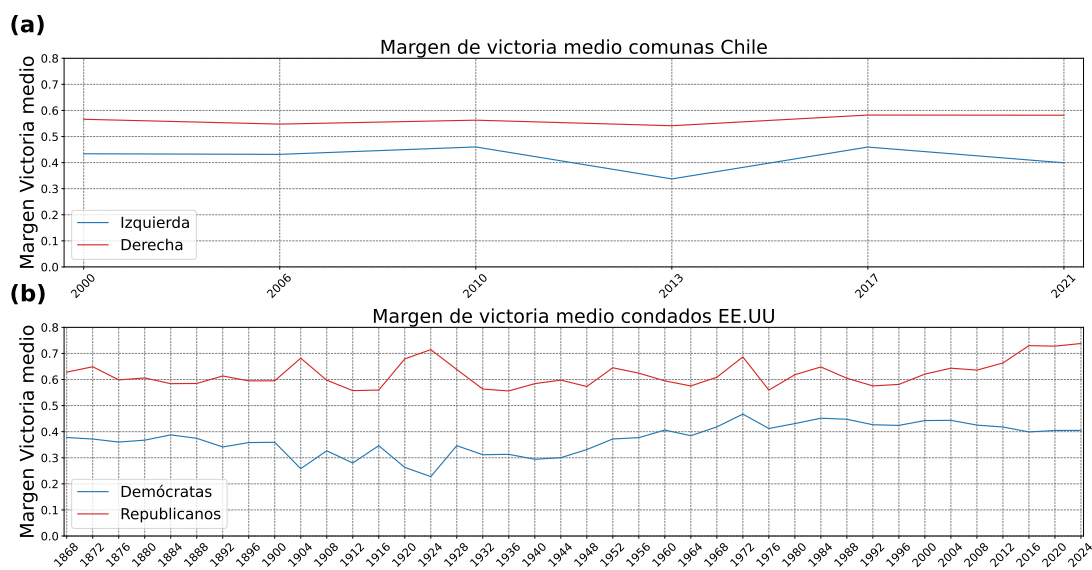


Figura 4.5: Evolución de las medianas en márgenes de victoria en las comunas/condados. (a) Segundas vueltas Chile entre 2000-2021. (b) Elecciones EE.UU entre 1868-2024. Fuente: elaboración propia.

En la [Figura 4.5](#) presentamos las variaciones en las medianas en las comunas de izquierda y derecha para el caso chileno, y entre demócratas y republicanos en el caso estadounidense.

Para el caso de Chile, se presenta un régimen muy parecido en las elecciones del 2000 al 2009 y de 2017, mientras que para la elección de 2013 se ve una gran diferencia en la media de margen de victoria en comunas de izquierda. Para 2021, se ve también un aumento en la mediana del margen de victoria, pero ahora acompañado también por un observable punto alto de las votaciones en los territorios de derecha. Como se muestra en la [Figura 4.5.\(a\)](#).

Para USA vemos una variación simétrica a lo largo de los años, pero podemos observar que en las últimas elecciones, sobre todo en las dos victorias y derrota de Trump, la proporción de condados Republicanos tiene un aumento mayor de las medianas en comparación a los condados demócratas. Esto puede coincidir con las hipótesis manejadas desde la ciencia social de la avanzada del trumpismo y su efecto en el refuerzo de sentimientos de refuerzo intra-grupo en condados republicanos, mientras que además se provoca una respuesta de rechazo dentro de condados referidos como demócratas, como se muestra en la [Figura 4.5.\(b\)](#).

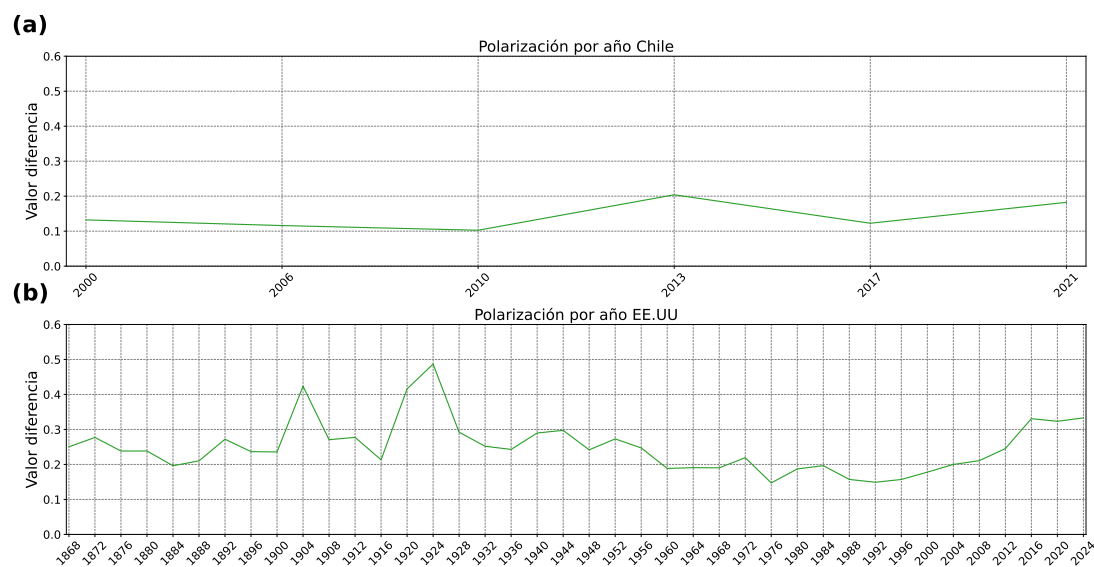


Figura 4.6: Evolución la separación entre medianas izquierda/demócratas y Derecha/Republicanos correspondientes a márgenes de victoria en comunas/condados. (a) Segundas vueltas Chile entre 2000-2021. (b) Elecciones EE.UU entre 1868-2024. Fuente: elaboración propia.

Mostramos en la [Figura 4.6](#), la variación de nuestro índice de polarización en cada elección, definido como la diferencia de medianas en el margen de victoria, entre territorios votantes por la derecha/republicanos y la izquierda/demócratas. A lo largo de las diferentes elecciones.

En el caso de Chile, de lo observable en la [Figura 4.6 \(a\)](#), podemos destacar que la polarización se mantiene en parámetros bajos en la mayoría de las elecciones. Resalta el caso de 2013, donde, debido a la aplastante victoria de la carta de la izquierda, la media del porcentaje de victoria en las comunas de izquierda produce una mayor distancia en las pocas comunas donde gana la derecha, lo que provoca un valor de índice mayor. En el año 2021 se observa una subida importante y esta vez de manera simétrica entre las comunas de derecha e izquierda. Lo que coincide con el análisis posterior al estallido social de 2019, donde se tiene la hipótesis que las propuestas de izquierda resonaron de mayor forma en la población y luego provocó una reacción de sectores conservadores.

En el caso de EE.UU, vemos una dinámica más rica producto de la mayor disponibilidad de datos. Destacan los años de 1904 y 1924 a comienzos del siglo pasado. Ambos casos tienen similitudes en contexto. Recordando que luego de la guerra civil estadounidense se y el eventual contexto de reconstrucción. Los votantes

vinculados a los confederados en los estados del sur, votan mayoritariamente por candidatos demócratas. Esto marca una diferencia marcada en los márgenes de victoria, no es raro que en condados del sur, el candidato demócrata gané por más del 70% de los sufragios y viceversa para los republicanos en los estados del resto del país. Luego, desde 1972, donde se registra el valor mínimo, se ve un aumento bastante sostenido de este índice de polarización. Esto coincide con análisis clásicos que postulan que la polarización aumenta sostenidamente desde esta década, producto del llamado "Big Sort"[50], donde las personas se auto-segregan en territorios afines a su ideología, aún cuando esto ocurre de manera inconsciente. En la Figura 4.6 (b), se ve que en las tres últimas elecciones donde participa Donald Trump, el valor de la polarización es mayor que en las elecciones cercanas anteriores, pero también la diferencia que crecía de forma sostenida, pareciera tocar techo.

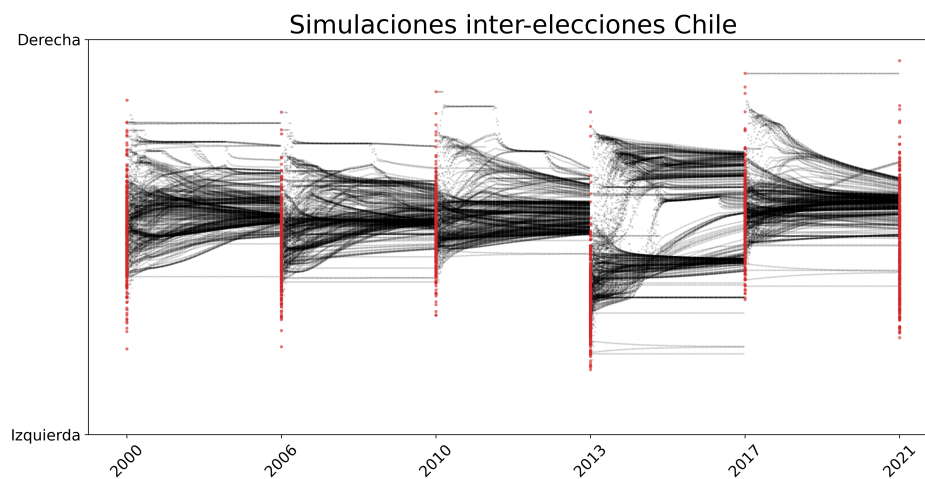


Figura 4.7: Trayectorias simuladas de las distribuciones de opinión en Chile. En rojo la posición real de la comuna en el año correspondiente de elección, en negro las distribuciones obtenidas a partir de simular el movimiento entre elecciones. Fuente: elaboración propia.

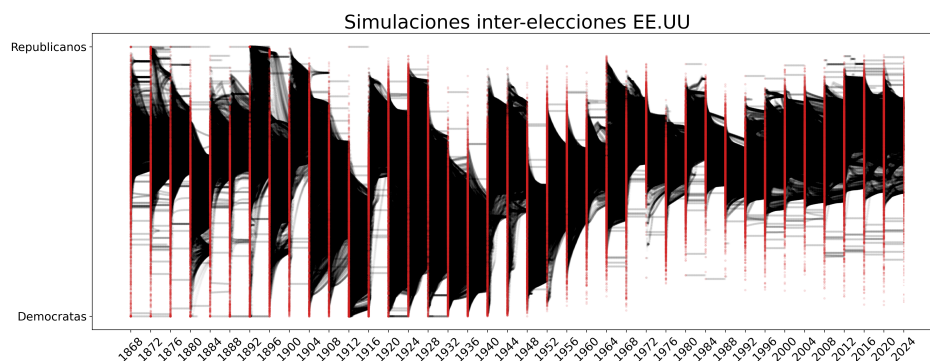


Figura 4.8: Trayectorias simuladas de las distribuciones de opinión en EE.UU. En rojo la posición real del condado en el año correspondiente de elección, en negro las distribuciones obtenidas a partir de simular el movimiento entre elecciones. Fuente: elaboración propia.

Podemos apreciar en la figura [Figura 4.7](#) los resultados de las simulaciones optimizadas efectuadas para los periodos inter-elecciones en Chile y Estados Unidos [Figura 4.8](#). Para cada elección, se representan en rojo las distribuciones de las comunas/condados en torno al resultado de la elección. En negro las trayectorias de cada uno de estos territorios a través del espectro ideológico, hasta llegar a la distribución de la siguiente elección. Podemos ver que el modelo produce que la gran parte de la masa de la distribución tienda a los valores medios de la elección siguiente. Salta a la vista en Chile, el periodo entre 2013 y 2017, donde se aprecia una divergencia en la distribución de las opiniones. Recordando que para las elecciones de 2013, la izquierda tuvo una victoria abrumante, las trayectorias de aparentemente cercano a la mitad de las comunas tienen un cambio abrupto, como se observa en la [Figura 4.7](#). Para el caso de Estados Unidos, podemos apreciar desde las siluetas que van generando las trayectorias, los distintos periodos vividos por la política estadounidense. Pasando por periodos de cambios abruptos, por ejemplo, entre la elección de 1912 y la de 1916, elección marcada por la Primera Guerra Mundial y donde ocurrió una de las elecciones más peleadas del siglo. A periodos de mayor continuidad, como lo han sido las elecciones de hace 30 años. Es relevante remarcar que durante las últimas elecciones estas distribuciones se han mantenido relativamente estables, como muestra la [Figura 4.8](#).

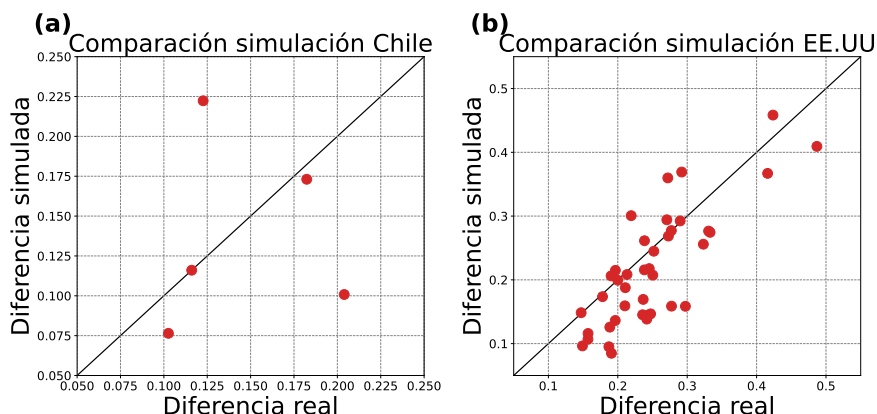


Figura 4.9: Comparación medida de separación simulada v/s calculada a partir de datos para (a) Chile y (b) EE.UU. Fuente: elaboración propia.

En la [Figura 4.9](#) vemos la comparación entre la diferencia de medianas entre izquierda y derecha resultantes de la simulación optimizada, con el valor real de la elección correspondiente. Reiterando, lo primero que remarcamos es la diferencia en el número de resultados entre Chile y Estados Unidos. Cada punto de los gráficos representa un ajuste por elección. La línea negra corresponde a la identidad $y = x$, luego esperaríamos que todos los puntos queden lo más cercano a esta recta. Cualitativamente, para el caso chileno, de cinco elecciones, tenemos buenos resultados para 2 de ellas, uno con una separación aceptable y dos que revelan un mal ajuste [Figura 4.9\(a\)](#). En cambio en el caso estadounidense, vemos en la [Figura 4.9.\(b\)](#) que la mayoría de los ajustes siguen bastante bien los valores reales.

Podemos cuantificar la correlación de nuestro ajuste a los datos reales gracias a la prueba estadística de Spearman. Para el caso de Chile se obtiene una correlación espuria igual a 0,30 con $p = 0,62$, ratificando lo que se puede ver a simple vista. En cambio, para el caso del ajuste de los Estados Unidos, obtenemos una correlación igual a 0,74 con $p = 6,02 \cdot 10^{-8}$.

Una explicación de porque el ajuste para el caso de estados unidos es mucho mejor al caso chileno es por el tamaño de la red, la red geográfica de Chile cuenta con alrededor de 300 nodos correspondientes al número de comunas, mientras que la red de EE.UU integran más de 3000 condados. Por lo tanto la estadística favorece a este segundo caso. Pero una conclusión que podemos obtener es que en comparación, EE.UU tiene un coeficiente de Spearman mayor en sus resultados siguiendo la cercanía geográfica como indicador de predicción. Es decir, el rol que

juega la ubicación y la configuración de condados vecinos es más importante que en el caso chileno.

Capítulo 5

Discusión

5.1. Análisis de resultados

Si bien es cierto que los modelos de opinión suelen concebir interacciones entre personas y no grupos, la interacción entre territorios puede también ser interpretada como interacción entre personas en fronteras territoriales. El resultado de la simulación refleja un estado resultante promedio del intercambio de ideas entre personas cercanas. Además, podemos ver en trabajos recientes, el interés de modelar dinámicas de opinión de grupos, como en la idea desarrollada por Sampson, Restrepo y Porter [53], donde la opinión de los individuos puede diferir de la de su grupo de pertenencia, como en el caso de instituciones por ejemplo.

El modelo simple tiene ventajas: elegancia, explicabilidad de parámetros y evita sobreajuste, como escribía Borges en su cuento *Del Rigor en la Ciencia* [54], crear mapas del reino del tamaño del reino es inútil. Además, se agregaron parámetros al modelo inicial: población de los territorios y asimetría.

El parámetro de asimetría es sociológicamente interesante, pues representa diferencias en la tolerancia hacia opiniones según espectro ideológico. Esto se relaciona al contexto por el cual el país esté atravesando. Por ejemplo, previo a la elección de 2021 en Chile, existía un ánimo desfavorable hacia la derecha, que en ese momento gobernaba. Por lo que esperaríamos una abertura asimétrica de las personas hacia la izquierda. Esto podría ser diferente si los votantes estuvieran

satisfechos con el gobierno de turno.

Similarmente, asignarle un tamaño al nodo, que refleja en nuestro caso la cantidad de votantes, es relevante, ya que refleja el fenómeno de que los territorios con más población son más importantes por dos razones. La primera, es que son más influyentes dado que tienen más personas que pueden difundir sus ideas. La segunda, es que al tener más población, existe mayor dificultad de que la opinión global cambie.

Se exploró caracterizar la polarización, que clásicamente se entiende como la separación ideológica en conjuntos de personas, pero que nosotros abordamos en este trabajo como una división entre los territorios, reflejada en los diferentes resultados electorales. Bajo la idea que si los habitantes de los territorios se ven captados por un u otro candidato, esto tiene relación con el distanciamiento de los propios electores. Es interesante comprender entonces la polarización a diferentes escalas y sería útil estudiar, por ejemplo, la relación de la polarización a la escala de territorios con la aparición de candidatos con discurso polarizante.

La ventaja de utilizar nuestro modelo HK modificado es la descripción de parámetros macroscópicos a través de interacciones microscópicas definidas por algunas reglas simples y a partir de esto rescatar elementos del análisis espacial de elecciones, que encontramos en la literatura. Por ejemplo con la idea de configuración espacial del voto, propia del trabajo de Bishop y su planteamiento del ordenamiento demográfico de EE.UU [50]. Como resultado, en EE.UU, obtuvimos un moledamiento aceptable de la situación cambiante, incluso en periodos de volatilidad política. Es remarcable que el caso estadounidense esta marcado fuertemente por la formación de bloques de territorio que votan parecido, primero por los resultados de la guerra de recesión provocando una contraposición entre los estados sureños que votan demócrata y los estados del norte y un fuerte voto republicano. Luego esta configuración cambia a otras formas de agruparse más por características socioeconómicas. Resaltando por ejemplo el panormara urbano-rural. El buen resultado en EE.UU, puede deberse tambien, al sistema bipartidista y la mayor cantidad de datos que hacen más claros los patrones de polarización. Mientras que en Chile, el escenario es más fragmentado políticamente en primera vuelta, por lo que se trabajó con segundas vueltas para facilitar la

identificación de la izquierda y la derecha. Así es más fácil interpretar polarización. Nuestro trabajo además logra evidenciar el aumento de la polarización en EE.UU desde los 1970, pero también vemos que esto no es un fenómeno nuevo y que sobre todo, los resultados de la guerra civil fueron y han sido motor de una división dentro de la población estadounidense. Vemos que la situación estadounidense alcanzado un punto alto de división entre la población, con la aparición de Donald Trump, y que hasta la fecha que se escribe este trabajo, se percibe que seguirá al alza.

5.2. Límites y extensiones

Una gran limitación que encontramos al realizar la comparación del trabajo realizado para Chile y EE.UU es la diferencia en el número de datos. No solamente porque en el caso estadounidense son muchas más elecciones (39 vs 6) sino también por el número de territorios que forman la red. Obviamente entre más desagregados los datos vamos a obtener mejores resultados porque estamos trabajando con grupos más pequeños de personas, que en escalas muy grandes, perdemos sutilezas.

Una apuesta significativa que emprendimos en este trabajo es hablar de polarización a partir de resultados electorales. Clásicamente se ha trabajado la polarización desde una dimensión de separación ideológica, sin embargo las elecciones solo muestran la preferencia por un candidato. No tomamos en cuenta, por ejemplo, la diferencia ideológica de cada candidato en una u otra elección.

También podría resultar contraintuitivo el proxy de polarización propuesto a la hora de una elección más competitiva. Como es el caso de la elección entre Bachelet y Matthei, que resultó en una diferencia de medianas mayor que todas las demás elecciones.

Un aspecto a discutir es la relación entre la escala temporal real con la escala de simulación. Este es un problema metodológico que es común encontrar al integrar datos con simulaciones de agentes. Es difícil definir cuántos pasos equivalen a un año o si tendríamos que trabajar con modelos que alcanzan la estabilidad, cuando el escenario político no es precisamente estable.

En nuestro modelo se trabajó asumiendo parámetros homogéneos para cada nodo durante la simulación a excepción del tamaño. Los coeficientes de tolerancia y

de asimetría son elegidos en todos los territorios como los mismos, para cada simulación inter elección. Esto es una suposición fuerte que hemos tomado por simplicidad y bajo el argumento de que los parámetros reflejan el panorama a nivel nacional de una elección.

Además, el modelo HK, aún con las variaciones que hemos propuesto es un modelo de consenso, en donde los agentes que acepten afectar sus opiniones van a rápidamente converger en uno o más clúster, lo que en los datos podemos ver que para los resultados electorales no es tan así. Generalmente tenemos un espectro de distribución, concentrado en un punto cercano del 50/50 pero no en clústeres, lo que difiere de los resultados de las simulaciones. No obstante, nunca esperamos que el modelo ajustara perfectamente, queríamos que reprodujera la dinámica macroscópica que estudiamos, la diferencias a través del tiempo de los que llamamos polarización.

Existen otras formas de definir la función objetivo al momento de la optimización de las simulaciones. Una posibilidad alternativa es minimizar la diferencia entre las medidas globales de polarización simuladas y las observadas, aunque esta alternativa presenta el inconveniente de que dicha métrica es insensible a la forma específica de las distribuciones, en especial frente a posibles asimetrías. También se evaluaron otras funciones, como la distancia de Wasserstein [55], que mide el costo de transformar una distribución en otra. Tras comparar estas alternativas, optamos por la opción de la diferencia entre medianas simuladas y las reales de cada grupo, izquierda y derecha, ya que produce simulaciones cuyas distribuciones se ajustan mejor a los datos reales y evita los sesgos de sobreestimación o subestimación que observamos en otras variantes.

Una posible extensión al modelo sería incorporar aspectos estocásticos al modelo en vez de deterministas o ingresar ruido.

Además podríamos seguir caracterizando el modelo con la construcción de redes artificiales a partir de características de las redes reales para probar en simulaciones la importancia de la configuración real de los territorios.

Un problema que se sigue discutiendo sobre los modelos de opinión, es su factibilidad de realizar predicciones [56] y todos los problemas que significan integrar datos con modelos computacionales.

Otras aristas para incorporar nuestro análisis con la dimensión ideológica de las

elecciones, podría ser interesante explorar el uso de modelos de lenguaje y análisis de discurso, como lo hacen en *Manifesto Project*.

Finalmente sería interesante integrar los resultados a nivel electoral de los territorios en conjunto con variables socioeconómicas, como la pobreza o ruralidad.

Capítulo 6

Conclusión

A partir de estudiar el problema de la polarización, primero desde su construcción clásica en ciencia política, y luego tomando la perspectiva de los sistemas complejos y el modelamiento sociofísico para entender esta problemática que está en boga en el mundo actual en las democracias occidentales. Inspirados en los modelos de opinión continua, en específico el modelo de Hegselmann-Krause, hemos construido una extensión al modelo para simular interacción entre territorios de Chile y Estados Unidos. Tomando en cuenta la heterogeneidad de los territorios en su número de votantes y sus resultados electorales que hemos mapeado a una opinión. Hemos definido reglas que permiten estas simulaciones.

Obtuvimos resultados diferentes para Chile y EE.UU, le primero, probablemente debido a una cantidad pequeña de elecciones y una mayor agregación de los resultados electorales, obtuvimos un resultado desfavorable. En cambio, para el caso estadounidense, hemos obtenido una correlación del resultado de las simulaciones con los datos reales bastante aceptable.

En este trabajo hemos mostrado la capacidad de manejar de datos electorales y geográficos e integrarlos a modelos físicos computacionales. Y aceptamos el desafío de modelar a partir de redes con topologías obtenidas a partir de datos reales y no a partir de construcciones artificiales. De similar forma, nos propusimos reproducir en nuestro modelo, resultados de elecciones reales a costa de complicar la caracterización del modelo.

Este trabajo se enmarca en un ánimo de enriquecer el campo del modelamiento de opinión y formación de polarización política. Creemos lo valioso de a partir de

reglas simples de interacción microscópicas podemos llegar a entender fenómenos a nivel nacional como lo es la polarización.

Además queremos remarcar la importancia de trabajar en contextos locales como lo es el chileno. A pesar de los problemas de escases de datos, no podemos extrapolar resultados obtenidos de países con características diferentes, como EE.UU o países europeos, a una realidad construida a partir de experiencias diferentes.

Si bien, el trabajo de integrar modelamiento computacional con datos reales es frustrante, es importante que exista este tipo de trabajos, para aportar más herramientas cuantitativas a la ciencia social. Esperamos continuar trabajando bajo esta línea y lograr una mejor descripción y poder de predicción de este tipo de modelos.

Como comentario final, queremos hacer un llamado a reflexionar sobre nuestro rol en la proliferación de la polarización. Es fácil caer en la percepción que son las personas ajenas al pensamiento propio los han provocado que el escenario político esté polarizado. Si queremos aportar en combatir la creciente división de los sectores y el ascenso de discursos confrontacionales, debemos empezar con escuchar voces de todos los sectores y tener mirada crítica con nuestro propio sector.

Queremos recordar que toda ciencia es política y por lo tanto no puede ser indiferente a los problemas que nos acontecen como sociedad. Es importante integrar la visión de científicos de todas las áreas para resolver problemáticas que afectan nuestro vivir en democracia, como lo es la polarización.

Esta es una tesis de física, y pese a la visión reduccionista de lo que es la física, creemos en la importancia de la interdisciplinariedad y el ánimo de aportar con la visión física de un problema propio de las ciencias sociales.

Apéndice A

Material suplementario

A1. Centralidad de las redes geográficas.

A1.1. Centralidad de grado.

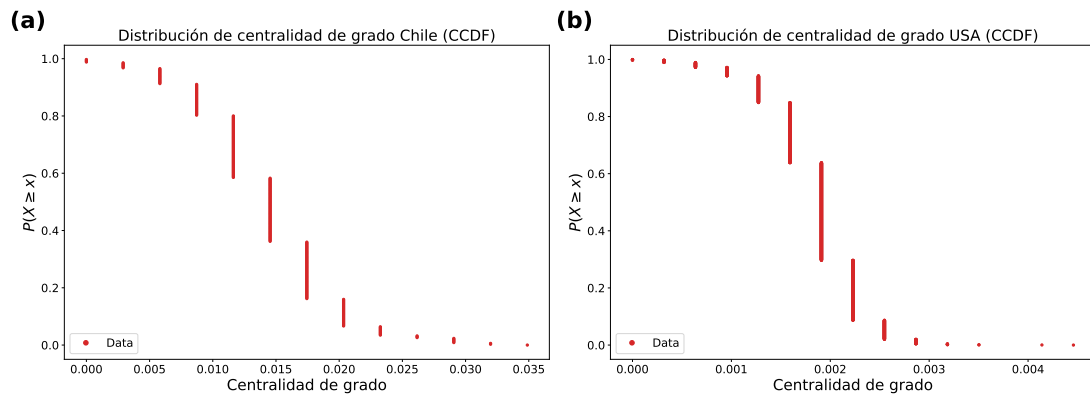


Figura A1.1: Distribución acumulada inversa de las centralidades de grado en (a) Chile y (b) EE.UU. Escala log-log. Fuente: elaboración propia.

A1.2. Centralidad de betweenness.

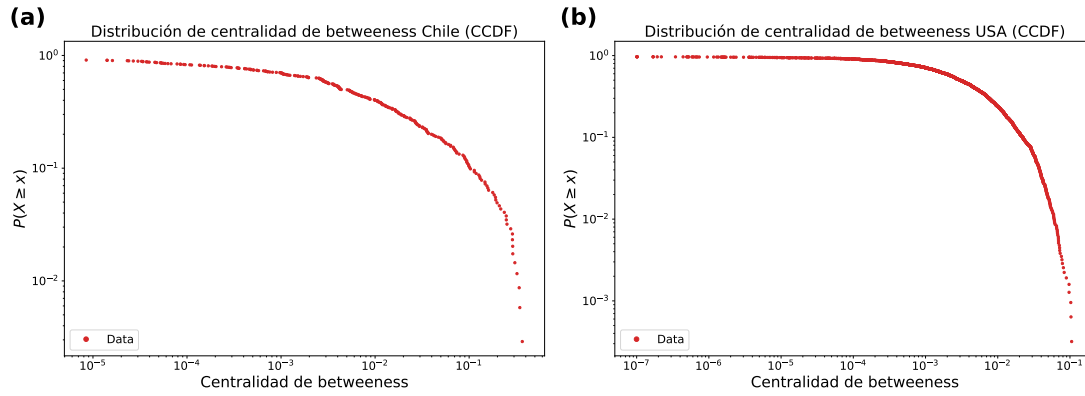


Figura A1.2: Distribución acumulada inversa de las centralidades de betweenness en (a) Chile y (b) EE.UU. Escala log-log. Fuente: elaboración propia.

A1.3. Centralidad de eigenvector.

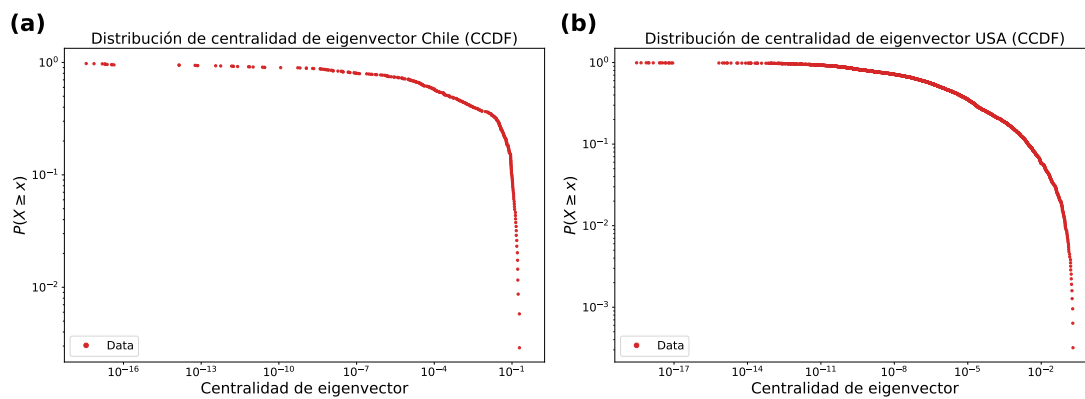


Figura A1.3: Distribución acumulada inversa de las centralidades de eigenvector en (a) Chile y (b) EE.UU. Escala log-log. Fuente: elaboración propia.

A2. Resultados de ajuste de parámetros del modelo.

Año	1868	1872	1876	1880	1884	1888	1892	1896	1900	1904
ε	0.902	0.289	0.344	0.273	0.375	0.340	0.986	0.864	0.337	0.892
μ	0.813	0.110	0.275	-0.045	0.296	0.280	0.926	0.689	0.296	0.690

Año	1908	1912	1916	1920	1924	1928	1932	1936	1940	1944
ε	0.301	0.273	0.974	0.134	0.338	0.341	0.884	0.273	0.336	0.335
μ	0.122	-0.045	0.932	-0.073	-0.198	-0.257	0.678	-0.045	0.282	0.272

Año	1948	1952	1956	1960	1964	1968	1972	1976	1980	1984
ε	0.159	0.410	0.332	0.322	0.332	0.337	0.332	0.330	0.116	0.271
μ	-0.093	-0.253	-0.205	0.248	0.278	0.296	-0.205	0.287	0.071	-0.029

Año	1988	1992	1996	2000	2004	2008	2012	2016	2020
ε	0.273	0.339	0.335	0.335	0.996	1.000	0.340	0.335	0.335
μ	-0.045	0.270	0.286	0.277	0.902	0.948	0.305	0.273	0.282

Cuadro A2.1: Tabla con los parámetros ajustados de las simulaciones, ε parámetro de tolerancia y μ parámetro de asimetría. En cada elección en EE.UU. Fuente: elaboración propia.

Año	2000	2006	2010	2013	2017
ε	0.333	0.993	0.339	0.337	0.949
μ	0.272	0.939	0.267	0.296	0.852

Cuadro A2.2: Tabla con los parámetros ajustados de las simulaciones, ε parámetro de tolerancia y μ parámetro de asimetría. En cada elección en Chile. Fuente: elaboración propia.

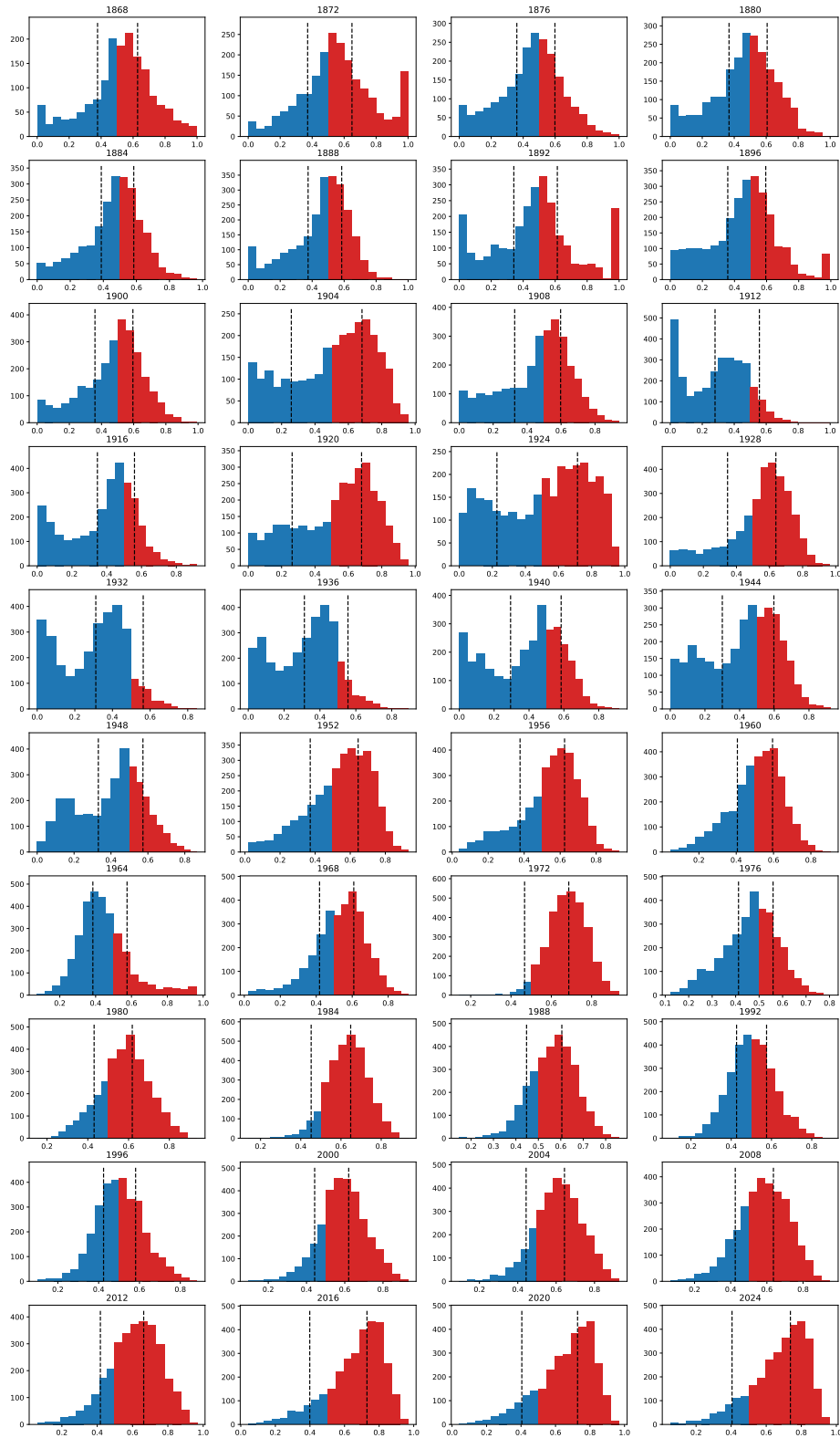


Figura A3.1: Histogramas con distribución de márgenes de victoria para condados en EE.UU. De 0 a 0.5, comunas donde ganan los demócratas, de 0.5 a 1.0, comunas donde ganan los republicanos. Fuente: elaboración propia.

A3. Histogramas resultados electorales

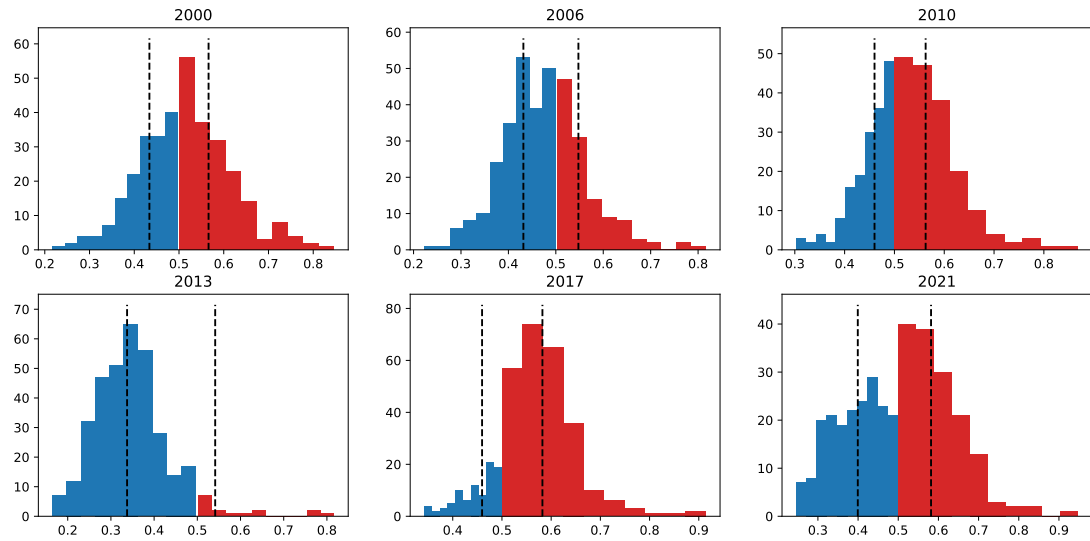


Figura A3.2: Histogramas con distribución de márgenes de victoria para comunas en Chile. De 0 a 0.5, comunas donde ganó la izquierda, de 0.5 a 1.0, comunas donde ganó la derecha. Fuente: elaboración propia.

Bibliografía

1. Vasist, P. N., Chatterjee, D. y Krishnan, S. The polarizing impact of political disinformation and hate speech: A cross-country configural narrative. en. *Inf. Syst. Front.* **26**, 1-26 (abr. de 2023).
2. Roberts, K. M. Populism and polarization in comparative perspective: Constitutive, spatial and institutional dimensions. en. *Gov. Oppos.* **57**, 680-702 (oct. de 2022).
3. Levendusky, M. Partisan media exposure and attitudes toward the opposition. *Polit. Commun.* **30**, 565-581 (oct. de 2013).
4. Fiorina, M. P. y Abrams, S. J. Political Polarization in the American Public. *Annual Review of Political Science* **11**, 563-588. ISSN: 1094-2939, 1545-1577. (2025) (jun. de 2008).
5. DiMaggio, P., Evans, J. y Bryson, B. Have American's Social Attitudes Become More Polarized? *American Journal of Sociology* **102**, 690-755. ISSN: 0002-9602, 1537-5390. (2025) (nov. de 1996).
6. Esteban, J.-M. y Ray, D. On the Measurement of Polarization. *Econometrica* **62**, 819. ISSN: 00129682. JSTOR: [2951734](#). (2025) (jul. de 1994).
7. Jost, J. T., Baldassarri, D. S. y Druckman, J. N. Cognitive–Motivational Mechanisms of Political Polarization in Social-Communicative Contexts. *Nature Reviews Psychology* **1**, 560-576. ISSN: 2731-0574. (2025) (ago. de 2022).
8. Mccarty, N., Poole, K. y Rosenthal, H. *Polarized America: The Dance of Ideology and Unequal Riches* (MIT Press, ene. de 2006).
9. Iyengar, S., Lelkes, Y., Levendusky, M., Malhotra, N. y Westwood, S. J. The Origins and Consequences of Affective Polarization in the United States. *Annual Review of Political Science* **22**, 129-146. ISSN: 1094-2939, 1545-1577. (2025) (mayo de 2019).

10. McCoy, J., Rahman, T. y Somer, M. Polarization and the Global Crisis of Democracy: Common Patterns, Dynamics, and Pernicious Consequences for Democratic Polities. *American Behavioral Scientist* **62**, 16-42. ISSN: 0002-7642, 1552-3381. (2025) (ene. de 2018).
11. Kydd, A. H. Decline, Radicalization and the Attack on the US Capitol. *Violence: An International Journal* **2**, 3-23. ISSN: 2633-0024, 2633-0032. (2025) (abr. de 2021).
12. Bastos, M. y Recuero, R. The Insurrectionist Playbook: Jair Bolsonaro and the National Congress of Brazil.
13. Ojer, J., Cárcamo, D., Pastor-Satorras, R. y Starnini, M. Charting multidimensional ideological polarization across demographic groups in the USA. en. *Nat. Hum. Behav.* (jul. de 2025).
14. Blais, A. y Lago, I. A General Measure of District Competitiveness. *Electoral Studies* **28**, 94-100. ISSN: 02613794. (2025) (mar. de 2009).
15. Navarrete, C., Macedo, M., Stojkoski, V., Parada-Contzen, M. y Martínez, C. A. *Mapping Election Polarization and Competitiveness Using Election Results* jul. de 2024. arXiv: [2308.10862 \[physics\]](https://arxiv.org/abs/2308.10862). (2024).
16. Falkenberg, M. *et al.* *Towards global equity in political polarization research 2025*. arXiv: [2504.11090 \[cs.SI\]](https://arxiv.org/abs/2504.11090). <https://arxiv.org/abs/2504.11090>.
17. Manifesto Project. *The Manifesto Project: Analysing Political Manifestos* Accessed: 2025-08-07. n.d. <https://manifesto-project.wzb.eu>.
18. Kim, H. y Fording, R. C. Voter Ideology in Western Democracies, 1946–1989. *European Journal of Political Research* **33**, 73-97. ISSN: 0304-4130, 1475-6765. (2025) (ene. de 1998).
19. Gell-Mann, M. Simplicity and Complexity in the Description of. *Nature. Engineering and Science*, 2-9 (1988).
20. Parisi, G. *Complex Systems: A Physicist's Viewpoint* mayo de 2002. arXiv: [cond-mat/0205297](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0205297). (2025).
21. Bianconi, G. *et al.* Complex Systems in the Spotlight: Next Steps after the 2021 Nobel Prize in Physics. *Journal of Physics: Complexity* **4**, 010201. ISSN: 2632-072X. (2025) (mar. de 2023).
22. Ladyman, J., Lambert, J. y Wiesner, K. What Is a Complex System? *European Journal for Philosophy of Science* **3**, 33-67. ISSN: 1879-4912, 1879-4920. (2025) (ene. de 2013).

23. Castellano, C., Fortunato, S. y Loreto, V. Statistical Physics of Social Dynamics. *Reviews of Modern Physics* **81**, 591-646. ISSN: 0034-6861, 1539-0756. (2025) (mayo de 2009).
24. Siegenfeld, A. y Bar-Yam, Y. Negative Representation and Instability in Democratic Elections. *Nature Physics* **16**, 186-190. ISSN: 1745-2473, 1745-2481. arXiv: [1810.11489 \[physics\]](https://arxiv.org/abs/1810.11489). (2025) (feb. de 2020).
25. Wiesner, K. en *Order, Disorder and Criticality* 163-179 (WORLD SCIENTIFIC, nov. de 2024). ISBN: 978-981-98-0081-0 978-981-98-0082-7. (2025).
26. Wiesner, K., Bien, S. y Wilson, M. C. The Principal Components of Electoral Regimes – Separating Autocracies from Pseudo-Democracies. *Royal Society Open Science* **11**, 240262. ISSN: 2054-5703. arXiv: [2402.11335 \[physics\]](https://arxiv.org/abs/2402.11335). (2025) (oct. de 2024).
27. Eliassi-Rad, T. *et al.* What Science Can Do for Democracy: A Complexity Science Approach. *Humanities and Social Sciences Communications* **7**, 30. ISSN: 2662-9992. (2025) (jul. de 2020).
28. Galam, S., Gefen (Feigenblat), Y. y Shapir, Y. Sociophysics: A new approach of sociological collective behaviour. I. mean-behaviour description of a strike. *J. Math. Sociol.* **9**, 1-13 (nov. de 1982).
29. Mimkes, J. en *Econophysics and Sociophysics* 279-309 (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, Germany, 2007).
30. Jusup, M. *et al.* Social physics. en. *Phys. Rep.* **948**, 1-148 (feb. de 2022).
31. Galam, S. en *Sociophysics: A Physicist's Modeling of Psycho-Political Phenomena* 3-19 (Springer US, Boston, MA, 2012). ISBN: 978-1-4614-2032-3.
32. Clifford, P. y Sudbury, A. A model for spatial conflict. *Biometrika* **60**, 581-588 (1973).
33. Sznajd-Weron, K. y Sznajd, J. Opinion evolution in closed community. en. *Int. J. Mod. Phys. C.* **11**, 1157-1165 (sep. de 2000).
34. Deffuant, G., Neau, D., Amblard, F. y Weisbuch, G. Mixing beliefs among interacting agents. en. *Adv. Complex Syst.* **03**, 87-98 (ene. de 2000).
35. Fortunato, S. Universality of the threshold for complete consensus for the opinion dynamics of Deffuant *et Al.* *International Journal of Modern Physics C* **15**, 1301-1307. ISSN: 0129-1831, 1793-6586. (2025) (nov. de 2004).
36. *Módulo de archivos / Servicio Electoral de Chile — servel.cl* <https://www.servel.cl/servel/modulo-de-archivos/>. [Accessed 21-08-2025].

37. Biblioteca del Congreso Nacional. SIIT. *Mapas Vectoriales* — *bcn.cl* https://www.bcn.cl/siit/mapas_vectoriales. [Accessed 21-08-2025].
38. Jordahl, K. *et al.* *geopandas/geopandas: v0.8.1* ver. v0.8.1. Jul. de 2020. <https://doi.org/10.5281/zenodo.3946761>.
39. Amlani, S. y Algara, C. Partisanship & nationalization in American elections: Evidence from presidential, senatorial, & gubernatorial elections in the U.S. counties, 1872–2020. en. *Elect. Stud.* **73**, 102387 (oct. de 2021).
40. Algara, C. y Amlani, S. *Replication data for: Partisanship & Nationalization in American Elections: Evidence from presidential, Senatorial, & Gubernatorial Elections in the U.s. counties, 1872-2020* 2021.
41. *United States - Counties | Create a custom map | MapChart* — *mapchart.net* <https://www.mapchart.net/usa-counties.html>. [Accessed 21-08-2025].
42. Hegselmann, R. y Krause, U. Opinion dynamics and bounded confidence: models, analysis and simulation. *J. Artif. Soc. Soc. Simul.* **5**. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:8130429> (2002).
43. Fortunato, S. On the consensus threshold for the opinion dynamics of Krause–Hegselmann. en. *Int. J. Mod. Phys. C.* **16**, 259-270 (feb. de 2005).
44. Hegselmann, R., Bayreuth University, Universitaetsstrasse 30, 95440 Bayreuth, Krause, U. y Bremen University, Bibliotheksstrasse 1, 28359 Bremen. Opinion dynamics under the influence of radical groups, charismatic leaders, and other constant signals: A simple unifying model. en. *Netw. Heterog. Media* **10**, 477-509 (2015).
45. Douven, I. y Riegler, A. Extending the hegselmann-Krause model I. en. *Log. J. IGPL* **18**, 323-335 (abr. de 2010).
46. Douven, I. y Hegselmann, R. Network effects in a bounded confidence model. en. *Stud. Hist. Philos. Sci.* **94**, 56-71 (ago. de 2022).
47. Frazier, P. I. *A Tutorial on Bayesian Optimization* 2018. arXiv: [1807.02811](https://arxiv.org/abs/1807.02811) [stat.ML]. <https://arxiv.org/abs/1807.02811>.
48. Fábrega, J., González, J. y Lindh, J. Polarization and electoral incentives: The end of the Chilean consensus democracy, 1990–2014. en. *Lat. Am. Polit. Soc.* **60**, 49-68 (nov. de 2018).
49. Grantham, D. W. en *The Life and Death of the Solid South: A Political History* 1.^a ed., 58-77 (University Press of Kentucky, 1988). ISBN: 9780813103082. <http://www.jstor.org/stable/j.ctt130j82g.9> (2025).

50. Bishop, B. y Cushing, R. G. *The Big Sort: Why the clustering of like-minded Americans is tearing us apart* (Mariner Books, Boston, 2008).
51. Scala, D. J., Johnson, K. M. y Rogers, L. T. Red rural, blue rural? Presidential voting patterns in a changing rural America. en. *Polit. Geogr.* **48**, 108-118 (sep. de 2015).
52. Eeckhout, J. Gibrat's law for (all) cities. en. *Am. Econ. Rev.* **94**, 1429-1451 (dic. de 2004).
53. Sampson, C. R., Restrepo, J. G. y Porter, M. A. Oscillatory and excitable dynamics in an opinion model with group opinions. *Physical Review E* **112**, 024303 (2025).
54. Borges, J. L. en *El hacedor* (Emecé Editores, Buenos Aires, 1960).
55. Vaserstein, L. N. Markov processes over denumerable products of spaces, describing large systems of automata. *Problemy Peredači Informacii* **5**, 64-72 (1969).
56. Peralta, A. F., Kertész, J. e Iñiguez, G. Opinion dynamics in social networks: From models to data. eprint: [2201.01322](https://arxiv.org/abs/2201.01322) (physics.soc-ph) (2022).